

تمرين 2:

نعتبر المجموعة

$$E = \left\{ M(a, b) = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} / (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

1- بيت أن $(E, +)$ زمرة تبادلية

2- لحسب: $M(a, b)M(c, d)$ ماذا نستنتج؟

3- أ- بيت أن: $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$

$$a^2 - ab + b^2 = 0 \iff a = 0 \text{ و } b = 0$$

ب- استنتج أن:

$$(E^* = E - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix})$$

(4) ليكن Z عدد عقدي حيث $Z \notin \mathbb{R}$

نعتبر التطبيق التالي

$$f: E \longrightarrow \mathbb{C}$$

$$M(a, b) \mapsto a + bZ$$

أ- بيت أن f تشاكل من $(E, +)$ نحو $(\mathbb{C}, +)$

ب- بيت أن f تقابل من E نحو $\mathbb{C}$

ج- حدد Z لكي يكون f تشاكل من

$$(E, +) \text{ نحو } (\mathbb{C}, +)$$

تمرين 1:

نعتبر الدالة g_n : المعرفة بجابلي

$$g_n(x) = n(x+1)e^x, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

1- أعط جدول تغيرات g_n

2- أ- بيت أن المعادلة $g_n(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً

ب- أثبت أن: $-1 < \alpha_n < -2$

ج- استنتج إشارة $g_n(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

لكن f_n دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بجابلي

$$f_n(x) = \frac{xe^x}{n+e^x}, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

1- لحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'_n(x)$

2- أدرس الفروع اللاهائية لـ f_n

3- بيت أن: $f'_n(x) = \frac{g_n(x) \cdot e^x}{(n+e^x)^2}$

4- تحقق أن $f_n(\alpha_n) = 1 + \alpha_n$

5- أعط جدول تغيرات f_n

6- حدد الوضع النسبي لـ f_n و f_{n+1}

7- أفشي f_n و f_{n+1} (نأخذ $\alpha_1 = -1, 2$ و $\alpha_2 = -1, 2$)