

فرض محروس رقم 4

الدورة الأولى

نيابة شيشاوة

ثانوية ابن الهيثم

امتحانات

ذ. : عمر أهمو

المستوى : 2 ب.ع.ر

المادة : الرياضيات

تاريخ الإنجاز : 2010-01-20

مدة الإنجاز : ساعتان

التمرين الأول : (03 نقط و نصف)

نعتبر عددين حقيقيين موجبين قطعا a و b .

(1) بين أن : $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

(2) قارن إذن العددين $\ln\left(\frac{a+b}{2}\right)$ و $\frac{\ln(a) + \ln(b)}{2}$.

(3) تحقق مبيانيا من نتيجة السؤال السابق ، (استعمل مبيان الدالة "ln" و خذ مثلا $a < b$).

سلم
التقييم:

1

1

1,5

التمرين الثاني : (07 نقط و نصف)

لتكن U و V الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين كما يلي :

و $U(x) = \ln(x+1) - \ln(x) - \frac{1}{x+1}$ و $V(x) = \ln(x+1) - \ln(x) - \frac{1}{x}$.

(1) أدرس الدالتين U و V ، (مجموعة التعريف ، النهايات ، المشتقة ، جدول التغيرات) .

(2) استنتج أن : $\forall x > 0; \frac{1}{x+1} \leq \ln(x+1) - \ln(x) \leq \frac{1}{x}$

(3) نضع : $U_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ حيث : $n \in \mathbb{N}^*$.

أ- باستعمال نتيجة السؤال (2) . بين أن : $\ln\left(\frac{2n+1}{n+1}\right) \leq U_n \leq \ln(2)$

ب- استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

2+2

1

2

0,5

التمرين الثالث : (09 نقط)

$m \in \mathbb{R}^*$ ، لتكن f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f_m(x) = x - mx|\ln(x)|; x > 0 \\ f_m(0) = 0 \end{cases}$$

(1) أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة f_m .

ب- أحسب حسب قيم البارمتر الحقيقي m النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_m(x)}{x}$.

(2) أ- بين أن f_m متصلة على D .

ب- أدرس اشتقاق الدالة f_m على اليمين في 0 .

(3) أ- أدرس اشتقاق الدالة f_m على اليمين و على اليسار في 1 .

ب- ماذا تستنتج ؟

(4) أحسب $f'_m(x)$ لكل $x \in D \setminus \{0;1\}$.

(5) نأخذ $m=1$:

أ- ضع جدول تغيرات الدالة $f_1(x)$ لكل x من المجال $[0;1]$.

ب- أنشئ في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المنحنى (C_1) للدالة f_1 . (نأخذ : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 6cm$)

(يتم تحديد المماسات ل (C_1)) .

0,5

1

0,75

0,5

1

0,5

1,5

1,5

1,75