

التمرين الأول

$$f \text{ دالة عددية معرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x} & x < 0 \\ f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x}{\pi} \arctan \sqrt{x} & x > 0 \end{cases}$$

- 1- أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$
- 2- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ماذا تستنتج ؟
- 3- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \frac{1}{2}x$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
- 4- أدرس رتابة الدالة f على المجال $]-\infty, 0[$ و بين أن الدالة f تزايدية على المجال $]0, +\infty[$
- 5- ليكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty, 0[$.
بين أن g تقابل من $]-\infty, 0[$ نحو مجال J يتم تحديده و أحسب $g^{-1}(x)$

التمرين الثاني

$$\text{نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{2(1 - \sqrt{2-x})}{x-1} - 1 & ; \quad x < 1 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 + a} & ; \quad x \geq 1 \end{cases}$$

- (1) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على يسار النقطة 1 و ان $f'_g(1) = \frac{1}{4}$
- (2) حدد العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة 1

التمرين الثالث

$$\text{لتكن } F \text{ دالة معرفة على المجال } D = [0, 1] \text{ بما يلي : } F(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

- (1) بين ان F قابلة للاشتقاق على D و أن $(\forall x \in D) |F'(x)| \leq \frac{1}{2}$
- (2) بين أن $(\forall x \in D) 1 - \frac{1}{2}x \leq F(x) \leq 1$ ثم استنتج تأطيرا للعدد $\sqrt{1,16}$

التمرين الرابع

- لتكن x_0 عنصر معلوم من $I =]a, b[$ و f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على مجال $[a, b]$
- و بحيث f'' متصلة على $[a, b]$ و $f(a) = f(b) = 0$ نضع $g(t) = f(t) - \frac{(t-a)(t-b)}{(x_0-a)(x_0-b)} f(x_0)$
- (1) أحسب $g(a)$; $g(b)$, $g(x_0)$ و بين أن $(\exists (c, d) \in I^2) g'(c) = g'(d) = 0$
 - (2) استنتج أن : $(\exists \beta \in]a, b[) f''(\beta) = \frac{2f(x_0)}{(x_0-a)(x_0-b)}$