

التمرين الأول :

أحسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi\sqrt{x+1})}{x}$ يمكن وضع $\sqrt{x+1} = 1-t$

و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt{1+x}}{x^2}$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} (\sqrt[4]{x^2+x} - \sqrt{x+1})$

التمرين الثاني :

ليكن a من $]-\infty, 0[$ ونعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{4-x^3} & ; x \leq a \\ f(x) = -x\sqrt{3} & ; x > a \end{cases}$$

أنشر $(t-1)(t+2)^2$ ثم حدد قيمة a كي تكون الدالة f متصلة في النقطة a

التمرين الثالث :

لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} g(x) = (x-1)^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & ; x \neq 0 \\ g(0) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(1) بين أن g قابلة للاشتقاق على يمين النقطة $x_0 = 0$ وأن $g'_d(0) = -1 - \pi$

(2) هل الدالة g قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0 = 0$ ؟

التمرين الرابع :

نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $D = [0, +\infty[$ بما يلي : $h(x) = (\sqrt{x} - 1)^3$

(1) أ- أدرس منحنى تغيرات الدالة h

ب- بين أن h تقابل من D نحو مجال J يتم تحديده

ج- أدرس قابلية اشتقاق الدالة h على يمين النقطة $a = 0$ و أول النتيجة هندسيا

(2) أحسب $h^{-1}(x)$ لكل x من J

(3) أرسم منحنى الدالة h و منحنى الدالة العكسية h^{-1} في نفس المعلم

التمرين الخامس :

نعتبر الدالة F المعرفة على $I = [0, \pi]$ بما يلي : $F(x) = \cos x$

(1) بين أن F تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده

(2) بين أن الدالة F^{-1} قابلة للاشتقاق على المجال $]-1, 1[$ وأن $(F^{-1})'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ و $(\forall x \in]-1, 1[)$

(3) بين أن $(\forall x \in [0, 1]) F^{-1}(\sqrt{x}) + F^{-1}(\sqrt{1-x}) = \frac{\pi}{2}$

التمرين السادس :

(1) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق مرتين على المجال $[a, b]$ و بحيث $f(a) = f(b)$ و $f'(a)f'(b) < 0$

بين أن $(\exists c \in]a, b[) f''(c) = 0$

(2) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) (\exists \alpha \in \mathbb{R}^+) n \arctan \alpha = \sum_{k=1}^{k=n} \arctan\left(\frac{k}{n}\right)$