أسئلة :

1) أحسب نهاية

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \quad (1)$$

$$v_n = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \quad (1)$$

2) نضع : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n+3}{u_n+2}$ (2)

بين أن $(u_n)_{n\geq 0}$ تزايدية و محدودة

و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ (1)

تمرين 1 :

نضع $\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n+v_n} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = b \\ v_{n+1} = \frac{u_n+v_n}{2} \end{cases}$

حيث $0 < a < b$

1 - بين أن $\forall n\in\mathbb{N},\ u_n < v_n$ (1)

2 - بين أن $(u_n)_{n\geq 0}$ تزايدية و (v_n) تناقصية (1+1+1+1+1)

3 - بين أن $\lim\limits_{+\infty}(v_n - u_n) = 0$ (1+1)

4 - بين أن $\forall n\in\mathbb{N},\ u_n v_n = ab$ (1)

5 - استنتج $\lim u_n$ و $\lim v_n$ (1)

تمرين 2 :

نضع : $f_n(x) = x^3 + nx - 1$

1) بين أن : $f_n(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α_n في المجال $]0,1[$ (1)

2) حدد رتابة $(\alpha_n)_n$ (1)

3) أحسب : $\lim\limits_{+\infty}(\alpha_n)$ (1+1)

تمرين 3 :

نضع : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = 1 + \frac{1}{2u_n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

و نعتبر المتتاليتين $(v_n)_n$ و (w_n) بحيث

$w_n = u_{2n+1}$ و $v_n = u_{2n}$

1 - حدد رتابة $(v_n)_n$ و $(w_n)_n$ (1+1)

2 - بين أن : $\forall n\in\mathbb{N},\ 1 \leq u_n \leq \frac{3}{2}$ (1)

3 - بين أن : $\forall n\geq 1\ |u_{n+1} - u_n| \leq \frac{1}{2}|u_n - u_{n-1}|$ (1)

4 - استنتج أن (v_n) و (w_n) متجاورتان (1+1)

Talamid.ma : الملف تم تحميله من موقع
مذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma