هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين الأول

أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x^3-1}{x+1}}-\sqrt[3]{\frac{x^5+1}{x^2-2x}}$

$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin\left(E\left(x^2\right)\right)}{x^2}$ ، $\lim\limits_{x\to1}\frac{1-\sqrt{2-\sqrt{4-3x}}}{1-\sqrt{2-\sqrt{\frac{1}{3-2x}}}}$

بين أن $\lim\limits_{x\to a}\frac{\sqrt{a}\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{a}}=-\frac{2}{3}\sqrt[12]{a^7}$ (حيث $a>0$)

التمرين الثاني

نعتبر الدالة $f(x)=x\sqrt{(E\left(\frac{1}{x}\right))^2-E\left(\frac{1}{x}\right)}$

1) أ- بين أن :

$\left(\forall x\in\left]0,\frac{1}{2}\right[\right)\quad\sqrt{(1-x)(1-2x)}\le f(x)\le\sqrt{1-x}$

ب- استنتج $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$

2) هل الدالة f تقبل نهاية في النقطة $x_0=0$

التمرين الثالث

ليكن α ; β عددان من $\mathbb{Q}^{+*}$ وبحيث $\alpha+\beta=1$

1) نعتبر الدالة العددية φ المعرفة على المجال $[0,1]$

بما يلي : $\varphi(x)=x^\alpha-\alpha x-\beta$

أ- أدرس منحى تغيرات الدالة φ

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة φ و استنتج أن :

$\left(\forall x\in[0,1]\right)\quad x^\alpha\le\alpha x+\beta$

2) بين أن $\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^{+*2}\right)\quad x^\alpha y^\beta\le\alpha x+\beta y$

تطبيق : بين أن لكل عددين a , b من $\mathbb{R}^{+*}$ لدينا :

$\sqrt[5]{a^2b^3}\le\frac{2a+3b}{5}$

التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

بمايلي : $f(x)=\sin x$

1) بين أن f تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

وليكن f^{-1} تقابله العكسي

2) بين أن :

$\left(\forall x\in\left]-1,1\right[\right)\quad f^{-1}(x)=\frac{\pi}{2}-2\arctan\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

التمرين الخامس

(I) لتكن U , V دالتين متصلتين وقابلتين على $\mathbb{R}^+$ وبحيث $U(0)=V(0)=0$ و $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}\right)\quad V(x)\neq0$

و $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}\right)\quad V'(x)\neq0$. ليكن x من $\mathbb{R}^{+*}$ ونضع $\varphi(t)=U(t)V(x)-U(x)V(t)$.

بتطبيق مبرهنة رووال بين أن : $\left(\exists c\in\left]0,x\right[\right)\quad\frac{U(x)}{V(x)}=\frac{U'(c)}{V'(c)}$ $(\aleph)$

(II) 1) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن $y<\tan y$ $\left(\forall y\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[\right)$

2) لتكن f الدالة المعرفة على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ بما يلي : $f(t)=\frac{\sin t}{t}$; $t\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ و $f(0)=1$

أ- أدرس اتصال الدالة f على المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

ب- بين أن f تناقصية قطعا على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

3) ليكن x من المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$. باستعمال العلاقة $(\aleph)$ ورتابة الدالة f بين أن : $\frac{\sin x}{6x}\le\frac{x-\sin x}{x^3}\le\frac{1}{6}$

و استنتج $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\frac{x-\sin x}{x^3}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma