

المستوى: الثانية علوم رياضية الأستاذ: م. ادير	فرض محروس رقم 1: بتاريخ: 2016-10-12	المجمع التربوي علال عواد بطانة - سلا
--	--	---

التمرين الأول: أسئلة مستقلة (5 نقط)

1- بين أن : $\text{Arc tan} \frac{1}{2016} + \text{Arc tan} \left(\frac{2015}{2017} \right) = \frac{\pi}{4}$

2- أ - بين أن : $\forall (a; b) \in [0; 1]^2 : \text{Arc tan}(a) + \text{Arc tan}(b) = \text{Arc tan} \left(\frac{a+b}{1-ab} \right)$

ب - استنتج قيمة التعبير : $S = 5 \text{Arc tan} \left(\frac{1}{8} \right) + 2 \text{Arc tan} \left(\frac{1}{18} \right) + 3 \text{Arc tan} \left(\frac{1}{57} \right)$

3- نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = x \sqrt{\left(1 + E \left(\frac{1}{x} \right) \right)^2 + 1}$. هل الدالة g تقبل تمديدا بالاتصال في النقطة 0.

4- لتكن f دالة متصلة على $[0; 1]$. بين أن : $\exists \alpha \in]0; 1[: f(\alpha) = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha - 1}$

التمرين الثاني: (6 نقط)

1- حدد النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2) \text{Arc tan} \left(\frac{3}{x^2 + 2x} \right)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3 + 2x - 1}{2x^2 - x + 1} \right) \text{Arc tan} \left(\frac{1}{x} \right)$

و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{x+8} - 2}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x+1} \sqrt{1-x}}{x}$

2- أ - بين أن المعادلة : $x^3 + x^2 + x - 1 = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0, 1[$.

ب - استنتج حلول المعادلة : $\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } \sqrt{x} = \frac{\pi}{4}$

3- التمرين الثالث: (5 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$

1- حدد D_f وبين أن f متصلة على D_f .

2- بين أن f تقابل من $[0; 1]$ نحو مجال J يتم تحديده .

3- حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

4- حل في $[0; 1]$ المعادلة : $\text{Arctan } f(x) = \frac{\pi}{6}$

التمرين الرابع: (3 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \text{Arc tan } x + x$

1- أ - بين أن f متصلة على $\mathbb{R}$.

ب - بين أن f تزايدية قطعاً على $\mathbb{R}$ ثم استنتج أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال J وجب تحديده .

2- أ - بين أن المعادلة $\text{Arc tan } x + x = \frac{1}{n}$ تقبل حلا وحيدا x_n في $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن : $0 < x_n < 1$

ب - بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : x_{n+1} < x_n$

تمرين إضافي:

لتكن f دالة متصلة و موجبة على $\mathbb{R}^+$ و لنفترض أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} < 1$

بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{R}^+$.