

ثانوية الجولان التأهيلية – بيوكرى –

السنة الدراسية : 2007-2008

فرض منزلي رقم: 01

السنة الثانية بكالوريا

شعبة العلوم الرياضية

الأستاذ : مومني

التمرين رقم: 01

1 – لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{\sqrt[4]{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x}}$

a – حل في المجال $[-1, +\infty[$ المعادلة: $\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1+x} = 0$

b – استنتج أن: $D_f =]-1, 0[\cup]0, +\infty[$

c – بين أن: $(\forall x \in D_f): f(x) = \frac{1}{\sqrt[12]{1+x} (1 + \sqrt[12]{1+x})}$

2 – ليكن $E(x)$ الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x

a – بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - E(x)}{x+1} = 1$

b – بين أن: $(\forall x \in]0, +\infty[): 0 < (x+1) \left(1 - \sqrt{\frac{2x - E(x)}{x+1}} \right)^2 \leq \left(\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} \right)^2$

3 – نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} g(x) = \left(\frac{x+1}{x} \right) \left(1 - \cos \left(1 - \sqrt{\frac{2 - xE\left(\frac{1}{x}\right)}{x+1}} \right) \right) & ; x \in]0, +\infty[\\ g(x) = f(x) + \frac{\sqrt{x^2 - 2x \operatorname{Arc tan} x + 1} - 1}{x^2} & ; x \in]-1, 0[\end{cases}$$

بين أنه يمكن تمديد الدالة g بالاتصال في النقطة 0

التمرين رقم: 02

1 – نضع: $h(x) = 8x^5 - 20x^2 - 3$

a – ضع جدولا لتغيرات الدالة h

b – بين أن المعادلة: $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا x_0 من المجال $]1, 2[$

c – استنتج إشارة $h(x)$ على $\mathbb{R}$

2 – نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = x^8 - 4x^5 - x^3 + 1$

a – ضع جدولا لتغيرات الدالة g

b - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين مختلفين و وحيدتين x_1 و x_2 بحيث: $0 < x_1 < 1 < x_0 < x_2 < 2$
 3 - حدد حيز تعريف الدالة f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{\sqrt[5]{-x^4 - x^2 + 2}}{\sqrt[7]{x^8 - 4x^5 - x^3 + 1}}$$

التمرين رقم 03:

حل معادلات تحتوي على تعابير من Arctan
 (الأسئلة الأربعة التالية مستقلة فيما بينها)

1 - ليكن α عددا حقيقيا بحيث: $\alpha = \arctan \frac{1}{3}$

a - أحسب $\tan 4\alpha$

b - استنتج حلول المعادلة: $\arctan x = 4 \arctan \frac{1}{3} - \frac{\pi}{4}$

2 - حل في R المعادلة التالية: $\text{Arc tan } x = \frac{\pi}{4} + 2 \text{Arc tan } \frac{1}{4}$

3 - a - تحقق أن: $2 \arctan 2 - \text{Arc tan } \frac{1}{4} > 0$

b - حل في R المعادلة التالية: $\text{Arc tan } x + \text{Arc tan } \frac{1}{4} = 2 \text{Arc tan } 2$

4 - بين أن: $\text{Arc tan } \frac{1}{3} - \text{Arc tan } \left(2 + \frac{5\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{-\pi}{3}$

التمرين رقم 04:

لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي: $f(x) = \text{Arc tan} \left(\frac{2x}{1-x^2} \right)$

1 - بين أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي α من المجال $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ بحيث: $f(\alpha) = 2 \text{Arc tan } \alpha$

2 - بين أن: $f(x) = 2 \text{Arc tan } x \Leftrightarrow x \in]-1, 1[$

(يمكن وضع $x = \tan \beta$ بحيث $\beta \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[- \left\{ -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right\}$)

3 - لتكن (E) النظمة التالية:

$$\begin{cases} f(x) = 2 \text{Arc tan } x \\ \frac{\pi}{2} - 2 \text{Arc tan } x = \text{Arc tan} \left(\frac{1-x^2}{2x} \right) \end{cases}$$

بين أن مجموعة حلول النظمة (E) هي المجال $]0, 1[$