

ملاحظة : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x \arctan(\sqrt{-x-2}) & ; x \leq -2 \\ f(x) = \left(\frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1} \right) \sqrt{x+2} & ; x > -2 \end{cases}$$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستطمت متعامد منظم $(0, i, j)$.

(1) دراسة قابلية اشتقاق الدالة في -2 .

1-1- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في $x_0 = -2$.

1-2- بين أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق على اليسار في $x_0 = -2$.

1-3- أول النتائج المحصل عليها سابقا مبيانيا.

(2) دراسة منحنى تغيرات الدالة.

2-1- بين أن الدالة f تزايدية قطعاً على المجال $]-\infty, -2[$.

2-2- بين أن : $\forall x \in]-2, +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)\sqrt{x+2}}{2(x^2+1)^2}$ حيث : $g(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 4$.

2-3- ضع جدول تغيرات الدالة g على المجال $]-2, +\infty[$.

2-4- بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]-2, +\infty[$ وأن : $-0,6 < \alpha < -0,5$.

2-5- أدرس منحنى تغيرات الدالة f على المجال $]-2, +\infty[$.

2-6- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2-7- ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

(3) دراسة الفروع اللا نهائية لمنحنى الدالة.

3-1- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ ، ثم أول النتيجة مبيانيا.

3-2- بين أن المنحنى (C_f) يقبل فرعاً شامخاً في اتجاه المستقيم الذي معادلاته : $y = \frac{\pi}{2}x$ بجوار $(-\infty)$.

(4) رسم منحنى الدالة.

4-1- بين أن المعادلة : $f(x) = x$ تقبل حلاً وحيداً β على المجال $]3, 4[$.

4-2- بين أن : $(\exists c \in]-2, \alpha[) : f''(c) = 0$.

4-3- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الإحداثيات $(\alpha, 0)$.

4-4- أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ (نأخذ : $f(\alpha) \approx -0,75$ و $\beta \approx 3,5$).

عربي

1) لكن الدالة f المعرفة ب : $f(x) = \pi - 2 \arctan(x^2) : (\forall x \in \mathbb{R}^+) : f(x) = \alpha$ بين أن :

$(\exists \alpha \in]1, 2]) : f(\alpha) = \alpha$.

2) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) ; (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$ بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leq u_n \leq \pi$.

3) بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n < \alpha < w_n$ وأن : $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية و $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية.

4) بين أنه يوجد a من $]0, 1[$ بحيث : $|f'(x)| \leq a : (\forall x \in [0, \pi])$.

بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < w_{n+1} - v_{n+1} \leq a^2(w_n - v_n)$ و استنتج أن : $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متحاديان محددان هاتهما المشتركة.