

2015-14	فرض محروس 1	الثانية علوم رياضية
التمرين الاول :		
أحسب النهايات التالية : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sqrt{\tan x - \sin x}}{x\sqrt{x}}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{x+1} - 2}{x + \sqrt{x^2 - 1} + 2}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}$		
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 (\arctan(x+1) - \arctan x)$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{E(\sin x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x\sqrt{x} - 5\sqrt[3]{2x+9} - 12}{\sqrt{x} - 3}$		
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left(\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2x+1}}\right) - \frac{\pi}{2} \right)$		
التمرين الثاني :		
$\begin{cases} f(x) = x \left(E\left(\frac{2}{x}\right) - E\left(-\frac{1}{x}\right) \right) & ; \quad x < 0 \\ f(0) = 3 \\ f(x) = \frac{x + 2 \sin x}{2x - \sin x} & ; \quad x > 0 \end{cases}$		
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :		
1) بين ان f متصلة على يمين النقطة 0		
2) هل الدالة f متصلة فى النقطة 0 ؟		
التمرين الثالث :		
نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x E(2x) + 1}{x - 2 \sin x}$		
1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(2x) = +\infty$ وأحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$		
2) بين أن $f(x) \leq \frac{2x^2 + 1}{x - 2}$ ($\forall x < -2$) وأحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$		
التمرين الرابع :		
1) لتكن f دالة متصلة على المجال $[a, b]$ بين أن $5f(\alpha) = 2f(a) + 3f(b)$ ($\exists \alpha \in [a, b]$)		
2) لتكن f دالة متصلة على المجال $[0, 1]$ وبحيث $f(0) = f(1)$ و $f\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right)$ بين أن $\left(\exists \beta \in \left[0, \frac{1}{3}\right]\right) f(\beta) = f\left(\beta + \frac{2}{3}\right)$		
التمرين الخامس :		
ليكن n عددا من $\mathbb{N}^* - \{1\}$, نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $f_n(x) = x^{2n} + 3x - 2$		
1) أ) بين أن f_n تقايل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال J يتم تحديده ب) استنتج أن المعادلة $f_n(x) = 0$ تقبل جلا وحيدا x_n		
2) بين أن $x_n < \frac{2}{3}$ ($\forall n \geq 2$)		
3) أ) بين أن $f_n(x_{n+1}) = x_{n+1}^{2n} (1 - x_{n+1}^2)$ ب) أدرس إشارة $f_n(x_{n+1})$ ثم استنتج أن $x_n < x_{n+1}$		