

الصفحة

1
5

**

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2022
- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSS-ss

RS 24

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوصفي للتقدير والامتحانات



4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	מסלול العلوم الرياضية - أ و ب	الشعبة أو المسلك

- مدة الاختبار هي أربع ساعات.

- يتضمن موضوع الاختبار أربعة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن أن تنجز التمارين حسب الترتيب الذي يختاره المترشح.

- التمرين 1 يتعلق بالتحليل (10 نقط)
- التمرين 2 يتعلق بالأعداد العقدية (3.5 نقط)
- التمرين 3 يتعلق بالبنيات الجبرية (3.5 نقط)
- التمرين 4 يتعلق بالحسابيات (3 نقط)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر

التمرين 1 : (10 نقط)

1.A - بين أن: $(x \in \mathbb{R}) \ ; \ 1 + x \leq e^x$ 0.25

2.أ) بين أن: $(x \in \mathbb{R}) \ ; \ 0 \leq 1 - e^{-x} \leq x$ 0.25

ب) استنتج أن: $0 \leq 1 - x + \frac{x^2}{2} - e^{-x} \leq \frac{x^3}{6}$ 0.5

ج) بين أن: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - x - e^{-x}}{x^2} = -\frac{1}{2}$ 0.5

B. نعتبر الدالة f المعرفة على $I = [0, +\infty]$ بما يلي :

$$(x \in \mathbb{R}, x \geq 0) \ ; \ f(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x} \quad \text{و} \quad f(0) = 1$$

وليكن (C) منحناها الممثل في معلم متعمد منظم $(O; i, j)$

1.أ) بين أن f متصلة على اليمين في 0 0.5

ب) تحقق أن: $\frac{f(x) - 1}{x} = \frac{1 - 2x - e^{-2x}}{x^2} - \frac{1 - x - e^{-x}}{x^2}$ 0.25

ج) استنتاج أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 وأن العدد المشتق على اليمين في 0

$$\text{هي } \frac{3}{2}$$

2.أ) بين أن: $(x \in \mathbb{R}, x \geq 0) \ ; \ f'(x) = \frac{e^{-2x}}{x^2} (2x + 1 - e^x (1 + x))$ 0.5

ب) بين أن: $(x \in \mathbb{R}, x \geq 0) \ ; \ f'(x) = -e^{-2x} (1 + x - e^x)$ 0.5

(يمكنك استعمال: $(1 + x - e^x)$)

ج) استنتاج منحى تغيرات f على I 0.25

3- نقبل أن: $(x > 0) \ ; \ f''(x) = \frac{e^{-2x}}{x^3} (-4x^2 - 4x - 2 + e^x (2 + 2x + x^2))$

أ) بين أن: $(x > 0) \ ; \ 1 + x + \frac{x^2}{2} \leq e^x$ 0.25

ب) استنتاج أن: $(x > 0) \ ; \ f''(x) > 0$ 0.5

4- نقبل أن: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f''(x) = -\frac{3}{2}$

أ) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f''(x) = 0$ 0.5

ب) استنتاج أن: $(x \in I) \ ; \ |f''(x)| \leq \frac{3}{2}$ 0.5

5-أ) احسب $f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها .	0.5
ب) ضع جدول تغيرات f	0.25
ج) حدد الوضع النسيي للمنحنى (C) بالنسبة لنصف مماسه عند النقطة $T(0;1)$	0.25
د) مثل مبيانيا المنحنى (C) في المعلم $(O; i, j)$	0.5
1- C - لكل x من $[0;1]$ ، نضع: $g(x) = f(x) - x$	
أ) بين أن g تقابل من $[0;1]$ نحو مجال J يتم تحديده.	0.5
ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد a من $[0;1]$ بحيث $g(a) = 0$	0.5
2- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n و لكل عدد صحيح k من $\{0;1; \dots; n\}$ ، نعتبر	
$\text{الأعداد الحقيقة } x_k = \frac{ka}{n} \text{ و نضع:}$	
$I_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(t) dt \quad \text{و} \quad J_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x_k) dt$	
" $k \in \{0;1; \dots; n\}$; $ J_k - I_k \leq \frac{3}{2} \int_{x_k}^{x_{k+1}} (t - x_k) dt$	0.5
" $k \in \{0;1; \dots; n\}$; $ J_k - I_k \leq \frac{3a^2}{4n}$	0.5
3- نضع: $L = \int_0^a f(t) dt$	
$\left \frac{a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{ka}{n}\right) \right \leq L \leq \frac{3a^2}{4n}$	0.5
$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{ka}{n}\right) = \int_0^a f(t) dt$	0.25

التمرين 2: (3.5 نقطة)

ليكن m من $\{-1; 0; 1\}$

I. نعتبر في \mathbb{C} المعادلة (E_m) ذات المجهول z :

$$(E_m): mz^2 - (m-1)^2 z - (m-1)^2 = 0$$

1-أ) بين أن مميز المعادلة (E_m) هو: $D = (m^2 - 1)^2$

ب) حدد z_1 و z_2 حل المعادلة (E_m)

2- نضع و فقط في هذا السؤال $m = e^{iq}$ ، حيث: $0 < q < p$

اكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسني.

0.5

II. المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعمد ممنظم مباشر (O, u, v) .

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي $1 - \frac{1}{m}$ و $1 - \frac{1}{m}$

1- بين أن النقط O و A و B مستقيمية إذا و فقط إذا كان $| \hat{I} |$

0.5

2- نفترض أن m غير حقيقي.

لتكن C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{p}{3}$ و D صورة النقطة A

بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{p}{3}$

ولتكن $(P(p)$ و $Q(q)$ و $R(r)$ منتصفات القطع $[AC]$ و $[AD]$ و $[OB]$ بالتالي.

أ) بين أن لحق النقطة C هو: $m - 1 + \frac{ae^{\frac{i\pi}{3}}}{\frac{m}{\theta}} - \frac{m\frac{\partial}{\partial}e^{\frac{i\pi}{3}}}{\theta}$

0.5

و أن لحق النقطة D هو: $(m - 1)e^{\frac{i\pi}{3}}$

ب) بين أن: $2(p - r) = m - 1 + \frac{ae^{\frac{i\pi}{3}}}{\frac{m}{\theta}} - \frac{m\frac{\partial}{\partial}e^{\frac{i\pi}{3}}}{\theta} - 1 - \frac{\partial}{\theta}$

0.5

$2(q - r) = (m - 1)e^{\frac{i\pi}{3}} - \frac{ae^{\frac{i\pi}{3}}}{\frac{m}{\theta}} - \frac{m\frac{\partial}{\partial}e^{\frac{i\pi}{3}}}{\theta}$ و

ج) بين أن: $q - r = e^{\frac{i\pi}{3}}(p - r)$

0.25

د) ما هي طبيعة المثلث PQR ؟ (علل جوابك).

0.5

التمرين 3 : (3.5 نقط)

$$I = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

نذكر أن $(M_3, +, \cdot)$ حلقة واحدية وغير تبادلية وغير كاملة وحدتها

(القانون \cdot هو الضرب الاعتيادي للمصفوفات)

$$M(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a+1 & 3 & -1 \\ 0 & 2a+3 & 6 & -2\theta \end{pmatrix}$$

ولتكن $\{ \cdot \}$:

1- ليكن التطبيق j من $\{ \cdot \}$ نحو $(M_3, +, \cdot)$ المعروف بما يلي: $(a) \rightarrow j(a) = M(a)$

أ) بين أن j تشكل من $(+, \cdot)$ نحو $(M_3, +, \cdot)$

0.5

ب) بين أن $G = \{z \mid \text{زمرة تبادلية}\}$ ، ثم استنتج أن (G', \cdot) زمرة تبادلية. 0.5

ج) حدد J العنصر المحايد في (G', \cdot) 0.5

د) حدد مقلوب $M(a)$ في (G', \cdot) 0.5

ه) حل في (G', \cdot) المعادلة: $M(1) \cdot X = M(2)$ 0.5

(أ) بين أن: $I = \{a \mid a \in M(a) \text{ و } M(a) \cdot J = M(a)\}$ 0.25

ب) استنتج أن لكل a من I ، $M(a)$ لا تقبل مقلوبا في (G', \cdot) 0.5

ج) تحقق أن المصفوفات على شكل $\begin{pmatrix} x & 1 & 0 & 0 \\ x+2 & 3 & 0 & \vdots \\ 3x+5 & 6 & 1 & \ddots \end{pmatrix}$ حيث $x \in I$ ، حلول في 0.25

للمعادلة: $M(1) \cdot X = M(2)$ (الحل في (G', \cdot))

التمرين 4: (3 نقط)

1- بين أن العدد 137 أولي 0.5

2- حدد زوج (u, v) من \mathbb{Z}^2 بحيث: 0.5

3- ليكن x من \mathbb{Z} بحيث: $x^{38} \equiv 1 \pmod{137}$

أ) بين أن x و 137 أوليان فيما بينهما، 0.5

ب) بين أن: $x^{136} \equiv 1 \pmod{137}$ 0.5

ج) بين أن: $x^2 \equiv 1 \pmod{137}$ 0.5

4- حل في المجموعة \mathbb{Z} المعادلة $x^{19} \equiv 1 \pmod{137}$ 0.5

انتهى