

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2019  
- عناصر الإجابة -

المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني  
والتعليم العالي والبحث العلمي



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

\*\*\*\*\*

RR24

| المادة           | الرياضيات                        | مدة الاجاز | 4 |
|------------------|----------------------------------|------------|---|
| الشعبة أو المسلك | شعبة العلوم الرياضية : (أ) و (ب) | المعامل    | 9 |

| التمرين 1 | عناصر الإجابة                                                                                                                                      | سلم التقط |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| -I        | (أ) التحقق من أن مميز $(E_\alpha)$ هو: $\Delta = \alpha^2$                                                                                         | 0.25      |
|           | (ب) حلا $(E_\alpha)$ هما: $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\alpha$ و $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\alpha$                                                           | 0.5       |
|           | $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\alpha =  \alpha e^{i(\lambda+\frac{\pi}{3})}$ ; $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\alpha =  \alpha e^{i(\lambda+\frac{2\pi}{3})}$      | 0.5       |
| II        | (أ) $R(M_1) = M_2$ و $R(\Omega) = M_1$                                                                                                             | 0.25x2    |
|           | (ب) استنتاج.                                                                                                                                       | 0.25      |
|           | (أ) التحقق.                                                                                                                                        | 0.25      |
|           | (ب) تعامد $(OM_1)$ و $(\Omega M_2)$                                                                                                                | 0.5       |
|           | (ج) استنتاج.                                                                                                                                       | 0.25      |
|           | $\forall \theta \in \mathbb{R}, \frac{z_2 - \alpha}{z_1 - \alpha} \div \frac{z_2 -  \alpha e^{i\theta}}{z_1 -  \alpha e^{i\theta}} \in \mathbb{R}$ | 0.5       |

| التمرين 2 | عناصر الإجابة                                                                                                                                                                                 | سلم التقط |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| -1        | نعتبر الحدث A: "الحصول على الكرات 1 و 2 و 3 بالتتابع وفي هذا الترتيب"<br>$P(A) = \frac{\text{Card } A}{\text{Card } \Omega} = \frac{(n-2)(n-3)!}{n!} = \frac{1}{n(n-1)}$                      | 1         |
| -2        | نعتبر الحدث B: "الحصول على الكرات 1 و 2 و 3 في هذا الترتيب (سواء كانت متتابعة أم غير متتابعة)"<br>$P(B) = \frac{\text{Card } B}{\text{Card } \Omega} = \frac{C_n^3(n-3)!}{n!} = \frac{1}{3!}$ | 1         |

|   |                                                                                                                                                                                                                      |    |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | $X_n(\Omega) = \{3, \dots, n\}$ $\forall k \in X_n(\Omega) \quad P(X_n = k) = \frac{\text{Card}(X_n = k)}{\text{Card}\Omega} = \frac{C_3^1 C_{k-1}^2 2A_{n-3}^{k-3} (n-k)!}{n!}$ $= \frac{3(k-1)(k-2)}{n(n-1)(n-2)}$ | -3 |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

| التمرين 3 | عناصر الإجابة                                                                                                                             | سلم التقييط |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| -1        | (أ) $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ أساس للفضاء $V_2$                                                                                            | 0.25        |
|           | (ب) التحقق.                                                                                                                               | 0.25        |
|           | (ج) $\forall (X, X', Y, Y') \in \mathbb{R}^4 \quad (X\vec{e}_1 + Y\vec{e}_2) * (X'\vec{e}_1 + Y'\vec{e}_2) = XX'\vec{e}_1 + YY'\vec{e}_2$ | 0.25        |
| -2        | (أ) تبادلية القانون *                                                                                                                     | 0.25        |
|           | (ب) تجميعية القانون *                                                                                                                     | 0.25        |
|           | (ج) $\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ هو العنصر المحايد بالنسبة للقانون *                                                                           | 0.25        |
|           | (د) $(V_2, +, *)$ حلقة تبادلية واحدة.                                                                                                     | 0.25        |
| -3        | (أ) زمرة جزئية للزمرة $(V_2, +)$                                                                                                          | 0.25        |
|           | (ب) $(E_u, +, \cdot)$ فضاء متجهي جزئي للفضاء $(V_2, +, \cdot)$                                                                            | 0.25        |
|           | (ج) الاستلزام المباشر..... 0.25<br>الاستلزام العكسي..... 0.25                                                                             | 0.5         |
|           | (أ) $\varphi$ تشاكل من $(\mathbb{R}^*, \times)$ نحو $(E_u, *)$ ..... 0.25<br>$\varphi$ تقابل من $\mathbb{R}^*$ نحو $E_u$ ..... 0.25       | 0.5         |
| -4        | (ب) $(E_u, +, *)$ جسم تبادلي                                                                                                              | 0.25        |

| التمرين 4 | عناصر الإجابة                            | سلم التقييط |
|-----------|------------------------------------------|-------------|
| -I        | (أ) $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = 2$ | 0.25        |

|      |                                                                                                                                       |     |    |     |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|-----|
| 0.5  | $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$                                                                                         | (ب) |    |     |
| 0.5  | قابلية اشتقاق $g$ على $I$ ..... 0.25<br>$g'(x) = -2(1+2x)\ln(1+x)$ $(\forall x \in I)$ ..... 0.25                                     | -2  |    |     |
| 0.5  | وجود $\alpha$ ..... 0.25<br>وحدانية $\alpha$ ..... 0.25                                                                               | (أ) |    |     |
| 0.25 | التحقق.                                                                                                                               | (ب) | -3 |     |
| 0.5  | $0 < g(x)$ $(\forall x \in ]-1, \alpha[)$ ..... 0.25<br>$g(x) < 0$ $(\forall x \in ]\alpha, +\infty[)$ ..... 0.25                     | (ج) |    |     |
| 0.5  | حساب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ..... 0.25<br>التأويل المبياني للنتيجة ..... 0.25                                               | (أ) | -1 | -II |
| 0.5  | حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ..... 0.25<br>التأويل المبياني للنتيجة ..... 0.25                                            | (ب) |    |     |
| 0.75 | قابلية اشتقاق $f$ على $I$ ..... 0.25<br>$f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)(1+x^2)^2}$ $(\forall x \in I)$ ..... 0.5                           | (أ) |    |     |
| 0.5  | تغيرات $f$ على $I$                                                                                                                    | (ب) |    |     |
| 0.75 | التحقق: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ ..... 0.5<br>$f(x) \leq \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$ $(\forall x \in I)$ ..... 0.25 | (ج) | -2 |     |
| 0.25 | معادلة مماس $(T)$ للمنحنى $(C)$ في النقطة ذات الأفصول 0                                                                               | (أ) | -3 |     |
| 0.5  | $\ln(1+x) < x$ $(\forall x > 0)$                                                                                                      | (ب) |    |     |

|      |                                                                                                                          |     |    |      |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|----|------|
| 0.25 | الاستنتاج: $f(x) < x$ ( $\forall x > 0$ )                                                                                | (ج) |    |      |
| 1    | التمثيل المبياني للمستقيم (T) ..... 0.25<br>التمثيل المبياني للمنحنى (C) ..... 0.75                                      | (د) |    |      |
| 1    | تغيير المتغير: $J = \frac{\pi}{8} \ln 2$                                                                                 | (أ) |    |      |
| 0.5  | $A = (\int_0^1  f(x) - x  dx) \times u.a = (\int_0^1 (x - f(x)) dx) \times 4 cm^2$<br>$= (2 - \frac{\pi \ln 2}{2}) cm^2$ | (ب) | -1 | -III |
| 1    | باستعمال مكاملة بالأجزاء، نحصل على: $K = \frac{\pi \ln 2}{8}$                                                            | -2  |    |      |