



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2018

-الموضوع-

RS24

+٢٣٧٨٤٤١ ٢٠٤٥٤٠٤
+٢٣٥٦٠٤١ ٣٥٧٤٢ ٩٦٥٠
٨ ٣٥٤٤٧٨ ٣٥٣٩٩٠ ٩٥٣٠٥
٨ ٣٥٣١٨ ٣٥٣٩٩ ٩٥٣٠٥



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
و التعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات
والتوجيه

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : "أ" و "ب"	الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين 1 يتعلق بالبنيات الجبرية.....(3.5 ن)
- التمرين 2 يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
- التمرين 3 يتعلق بحساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين 4 يتعلق بالتحليل.....(10 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين 1: (3.5 نقط)

نذكر أن $(M_2, +, \cdot)$ حلقة واحدية صفرها المصفوفة المنعدمة $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ و وحدتها

المصفوفة $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و أن $(M_2, +, \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي بعده 4.

$E = \{M(x, y) / (x, y) \in M^2\}$ و نعتبر المجموعة $\hat{I} = \{x, y\}$ نضع $\hat{I}(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ لكل $x, y \in \mathbb{C}$

1- بين أن E زمرة جزئية للزمرة $(M_2, +, \cdot)$ 0.5

2-أ) بين أن E فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي $(M_2, +, \cdot)$ 0.5

ب) بين أن بعد الفضاء المتجهي الحقيقي $(E, +, \cdot)$ هو 2. 0.25

3-أ) بين أن E مستقر بالنسبة للقانون " " 0.25

ب) بين أن $(E, +, \cdot)$ حلقة تبادلية. 0.5

4- نعرف في $(M_2, +, \cdot)$ قانون الترکيب الداخلي T بما يلي: لكل $M(x, y)$ و $M(x', y')$ من E

$$M(x, y)TM(x', y') = M(x, y)' M(x', y') - M(y, 0)' M(y', 0)$$

ليكن j التطبيق المعرف من \mathbb{C} نحو E بما يلي: لكل عدد عقدي مكتوب على شكله

$$j(z) = M(x, y) \quad z = x + iy$$

أ) بين أن E مستقر بالنسبة للقانون " " 0.25

ب) بين أن j تشكل من $(\mathbb{C}, +)$ نحو (E, T) 0.25

ج) نضع $\{O\} = E^*$. بين أن (E^*, T) زمرة تبادلية. 0.25

5-أ) بين أن القانون T توزيعي بالنسبة للقانون « + » في E 0.5

ب) بين أن $(E, +, T)$ جسم تبادلي. 0.25

التمرين 2: (3.5 نقط)

1- لكل عدد عقدي i نضع: $\hat{i} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

أ) تحقق من أن: $h(z) = z - \hat{i}z = z^2 - 2iz - 2 = 0$ 0.5

ب) حل في \mathbb{C} المعادلة: $h(z) = z^2 - 2iz - 2 = 0$ 0.5

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعدد منظم مباشر (O, e_1, e_2)

نرمز بـ a و b لحي المعادلة (E) بحيث: $Re(a) = 1$

و لكل $\{i, a, b\} \subset E$ نعتبر النقط (i) $M'(h(z))$ و (a) $M(h(z))$ و (b) $B(h(z))$ ذات الألحادق z

و (z) و a و b بالتالي.

أ) بين أن: $\frac{h(z)-a}{h(z)-b} = -\frac{z-a}{z-b}$	0.75
ب) استنتج أن: $[2p] \quad (M'B, M'A)^\circ \quad p + (MB, MA)$	0.75
3-أ) بين أنه إذا كانت النقط M و A مستقيمية فإن النقط M و A و B و M' مستقيمية.	0.5
ب) بين أنه إذا كانت النقط M و A و B غير مستقيمية فإن النقط M و A و B و M' متداورة.	0.5

التمرين 3: (3 نقط)

نرمي قطعة نقية غير مغشوشة في الهواء 10 مرات متتالية.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل نتيجة ممكنة بتردد ظهور الوجه "Pile" (أي عدد مرات الحصول على "Pile" مقسوم على 10)

1-أ) حدد القيم الممكنة للمتغير X .

1-ب) احسب احتمال الحدث: $\left[X = \frac{1}{2} \right]$.

2- ما هو احتمال الحدث: X أكبر من أو يساوي $\frac{9}{10}$ ؟

1

1

1

التمرين 4: (10 نقط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $[0, +\infty)$ بما يلي:

$$f(0) = 0 \quad f(x) = \sqrt{x} (\ln x)^2 \quad (x > 0)$$

ليكن (C) منحناها في معلم متعمد منظم (O, i, j) .

1-أ) بين أن f متصلة على اليمين في 0 (يمكن ملاحظة أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$).

0.5

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أول مبيانا النتيجة المحصل عليها.

0.75

2-أ) ادرس اشتقاق f على اليمين في 0 ثم أول مبيانا النتيجة المحصل عليها.

0.75

ب) بين أن f قابلة للاشتقاق على $[0, +\infty)$ ثم احسب $f'(x)$ لكل $x > 0$.

0.75

ج) ادرس تغيرات الدالة f على $[0, +\infty)$. استنتج أن: $(\forall x \in [0, 1]) \quad 0 \leq \sqrt{x} (\ln x)^2 \leq \left(\frac{4}{e}\right)^2$

1

د) أنشئ المنحني (C) (نأخذ: $\|i\| = 2cm$).

0.5

$$F(x) = \int_x^1 f(t) dt$$

3- لكل $x \geq 0$ نضع: $F(x) = \int_x^1 f(t) dt$

0.5

أ) بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال $[0, +\infty)$.

0.5

ب) احسب $F'(x)$ لكل $x \geq 0$. استنتج رتبة F على $[0, +\infty)$.

1



4-أ) باستعمال طريقة المتكاملة بالأجزاء احسب $\int_x^1 \sqrt{t} \ln t dt$ لكل $0 < x$. 0.75

$$F(x) = -\frac{2}{3}x\sqrt{x}(\ln x)^2 + \frac{8}{9}x\sqrt{x}\ln x - \frac{16}{27}x\sqrt{x} + \frac{16}{27} \quad : x > 0 \quad 0.75$$

ج) استنتج مساحة الحيز المستوي المحسور بين المنحني (C) و المستقيمات المعرفة

بالمعادلات: $y = 0$ و $x = 1$ و $x = 0$

$$u_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 f(x) dx \quad 0 \leq n \leq \infty \quad \text{نضع: } 0 \leq n \leq \infty \quad 1$$

أ) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ محدودة و رتيبة قطعا.

ب) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ متقاربة ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. 0.75

انتهى