Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي و البحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : علوم رياضية أ المستوى 2Bac

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : الرياضيات

532511

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية	على
20,00	20
بالحروف	
عشرون نقطة	

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها)

2149

البنيات الجبرية :

1 - لدينا $M(1,0) = I \in E$ إذن E مجموعة غير فارغة

و $E \subset M_2(\mathbb{R})$ لأنها مجموعة المصفوفات المربعة من الرتبة 2.

- ليكن x و y و a و b عناصر من $\mathbb{R}$

$$M(x,y) - M(a,b) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x-a & -2y+2b \\ y-b & x-a+2y-2b \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x-a & -2(y-b) \\ y-b & a-x+2(y-b) \end{pmatrix}$$

0,25

$$= M(x-a, y-b) \in E \quad \checkmark$$

لأن $x-a$ و $y-b$ عنصران من $\mathbb{R}$

إذن E زمرة جزئية للزمرة $(M_2(\mathbb{R}), +)$ ✓

2 - أ لدينا E جزء غير فارغ من $M_2(\mathbb{R})$

ليكن a و b و x و y و α من $\mathbb{R}$

$$M(a,b) + M(x,y) = \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a+x & -2b-2y \\ b+y & x+a+2b+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+x & -2(b+y) \\ b+y & x+a+2(b+y) \end{pmatrix}$$

$$M(a,b) + M(x,y) = M(a+x, b+y) \in E \quad \checkmark$$

لأن $a+x$ و $b+y$ عنصران من $\mathbb{R}$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

$$\alpha \cdot M(a,b) = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix}$$ ✓

$$= \begin{pmatrix} \alpha a & -2\alpha b \\ \alpha b & \alpha(a+2b) \end{pmatrix}$$ ✓

$$\alpha \cdot M(a,b) = \begin{pmatrix} \alpha a & -2\alpha b \\ \alpha b & \alpha a + 2\alpha b \end{pmatrix} = M(\alpha a, \alpha b) \in E$$ ✓

لأن αa و αb عنصران من $\mathbb{R}$

إذن E فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي $(M_2(\mathbb{R}),+,\cdot)$

ب- لنبين أن (I,J) أسرة مولدة للفضاء المتجهي $(E,+,\cdot)$

$I = M(1,0) \in E$ و $J = M(0,1) \in E$

ليكن x و y من $\mathbb{R}$:

$$M(x,y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix}$$ ✓

$$= \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2y \\ y & 2y \end{pmatrix}$$ ✓

$$= x \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$ ✓

$$= x \cdot M(1,0) + y \cdot M(0,1)$$ ✓

$$M(x,y) = x \cdot I + y \cdot J$$

إذن (I,J) أسرة مولدة للفضاء المتجهي $(E,+,\cdot)$

لنبين أن (I,J) أسرة حرة

ليكن x و y عنصران من $\mathbb{R}$

لدينا: $x \cdot I + y \cdot J = M(0,0)$

أي:

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2y \\ y & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$ ✓

0,5

0,5

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية و التكوين المهني و التعليم العالي و البحث العلمي

الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين

جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SnA المستوى .....

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

التقدير المفسر للنقطة .....

النقطة النهائية	على 20
.....	
بالحروف	.....
.....	

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) .....

تتمة البنيات الجبرية :

4 - أ - لدينا : $\varphi((x+iy)(a+ib)) = M(xa-yb+bx+ya ; -bx-ya)$

$\varphi(a+ib) \times \varphi(x+iy) = M(a+b,-b) \times M(x+y,-y)$ ②

ولدينا مما سبق أن :

$M(x,y) \times M(a,b) = M(xa-2yb ; xb+ya+2yb)$

أي :

$M(a+b,-b) \times M(x+y,-y) = M((x+y)(a+b)-2by ; -y(a+b)-b(x+y)+2yb)$

$= M(xa+ya+xb+yb-2by ; -ya-yb-bx-by+2yb)$

$= M(xa-by+bx+ya ; -ya-bx)$ ①

إذن من ① و ② نستنتج أن :

$\varphi(a+ib) \times \varphi(x+iy) = M(xa-yb+bx+ya ; -bx-ya)$

إذن :

$\varphi((x+iy)(a+ib)) = \varphi(a+ib) \times \varphi(x+iy)$

وبما أن φ تشاكل من $(\mathbb{C}^*, \times)$ نحو $(M_2(\mathbb{R}), \times)$

ب - لنبين أن : $\varphi(\mathbb{C}^*) \subset E^*$

ليكن $x+iy$ من $\mathbb{C}^*$

أي $(x,y) \neq (0,0)$ ولدينا : $\varphi(x+iy) = M(x+y,-y)$

أي $(x+y,-y) \neq (0,0)$ ومنه $M(x+y,-y) \neq M(0,0)$

إذن $M(x+y,-y) \in E - \{0\}$

أي $M(x+y,-y) \in E^*$ ومنه $\varphi(x+iy) \in E^*$

إذن $\varphi(\mathbb{C}^*) \subset E^*$

لنبين أن $E^* \subset \varphi(\mathbb{C}^*)$

ليكن $M(a,b)$ من E^*

أي $(a,b) \neq (0,0)$

0,5

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ومنه $(a+b,-b) \neq (0,0)$

إذن $(a+b) - ib \in \mathbb{C}^*$

إذن $\varphi(a+b-ib) \in \mathbb{C}^*$

أي $M(a+b-b, +b) \in \varphi(\mathbb{C}^*)$ 0,5

أي $\Omega(a,b) \in \varphi(\mathbb{C}^*)$

إذن $E^* \subset \varphi(\mathbb{C}^*)$

إذن $\varphi(\mathbb{C}^*) = E^*$ ✓

ج - بما أن φ تماثل من $(\mathbb{C}^*, \times)$ نحو $(\Omega_4(\mathbb{R}), \times)$

و $(\mathbb{C}^*, \times)$ زمرة تبادلية

فإن $(\varphi(\mathbb{C}^*), \times)$ زمرة تبادلية 0,25

ولدينا $E^* = \varphi(\mathbb{C}^*)$ ✓

إذن $(E^*, \times)$ زمرة تبادلية

ك - لدينا : ✓ $(E, +)$ زمرة تبادلية

و الضرب توزيعي بالنسبة للجمع في E حسب 3 - ..

و $(E^*, \times)$ زمرة تبادلية $\Omega(0,0) = 0$ هو العنصر ✓ 0,25

المحايد في $(E, +)$

إذن $(E, +, \times)$ جسم تبادلي .

الحساب ببيات :

1 - لتكن n عدد صحيح نسبي و p عدد أولي

لدينا $n^2 \equiv 1 [p]$

نضع $n \wedge p = d$

d يساوي p أو 1 لأن p أولي

نفترض أن $d = p$

أي p / n

ومنه p / n^2

وهذا تناقض لأن $n^2 \equiv 1 [p]$

ومنه p و n أوليين فيما بينهما

و بما أن p أولي موجب : $p = 3k+4$ و $k > 0$

فإن حسب مبرهنة فيرما الصغرى : $n^{p-1} \equiv 1 [p]$

$(p > 5)$; $n^{p-5} \times n^4 \equiv 1 [p]$ ومنه

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SnA المستوى

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية	على 20
	بالحروف

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها)

التمرين 4 : التحليل :

1) أ- ليكن u من $]0,+\infty[$

$$\int_0^u \frac{t}{1+t}\,dt = \int_0^u \left(\frac{t+1}{1+t} - \frac{1}{1+t}\right)dt$$

$$= \int_0^u \left(1 - \frac{1}{1+t}\right)dt = \left[t - \ln(1+t)\right]_0^u$$

إذن $= u - \ln(1+u) - \ln(1)$

$$\int_0^u \frac{t}{1+t}\,dt = u - \ln(1+u)$$ (0,5)

ب - ليكن u من $]0,+\infty[$ ، لدينا $u = t^2$

لدينا : $t = u \Longrightarrow u = u^2$

$t = 0 \Longrightarrow u = 0$ و

$u = t^2 \Longrightarrow t = \sqrt{u}$ ✓ و لدينا

$du = 2t\,dt$ أي

$dt = \frac{du}{2t}$ ✓ ومنه

$$\int_0^u \frac{t}{1+t}\,dt = \int_0^{u^2} \frac{\sqrt{u}}{1+\sqrt{u}} \times \frac{1}{2\sqrt{u}} \times du$$ (0,5) إذن

$$\int_0^u \frac{t}{1+t}\,dt = \frac{1}{2}\int_0^{u^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}}\,du$$ ✓ إذن

ج - لدينا $\int_0^u \frac{t}{1+t}\,dt = \frac{1}{2}\int_0^{u^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}}\,du$

و $\int_0^u \frac{t}{1+t}\,dt = u - \ln(1+u)$

أي $u - \ln(1+u) = \frac{1}{2}\int_0^{u^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}}\,du$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

ولدينا $0 \leq M \leq n^2$ أي $0 \leq \sqrt{u} \leq u$

ومنه $1 \leq \sqrt{u}+1 \leq n+1$

أي $\frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{\sqrt{u}+1} \leq 1$ ✓

بما أن الدالة $u \longmapsto \frac{1}{\sqrt{u}+1}$ متصلة على $[0,+\infty[$ ✓

فبالمرور الى التكامل نحصل على : $(n>0)$

$$\frac{1}{2}\times\int_0^{n^2} \frac{1}{n+1}\,du \leq \frac{1}{2}\int_0^{n^2} \frac{1}{\sqrt{u}+1}\,du \leq \frac{1}{2}\int_0^{n^2} du$$ ✓

ومنه $\frac{1}{2(n+1)}\int_0^{n^2} du \leq n - \ln(n+1) \leq \frac{1}{2}\int_0^{n^2} du$

أي $\frac{n^2}{2(n+1)} \leq n - \ln(n+1) \leq \frac{n^2}{2}$ (0,5) ✓

وبما أن $\frac{1}{n^2} > 0$

فإن $\boxed{\frac{1}{2(n+1)} \leq \frac{n-\ln(n+1)}{n^2} \leq \frac{1}{2}}$ ✓

$(\forall n \in]0,+\infty[)$ $\frac{1}{2(1+n)} \leq \frac{n-\ln(1+n)}{n^2} \leq \frac{1}{2}$: لدينا 2

$\lim\limits_{n\to 0^+} \frac{1}{2(1+n)} = \frac{1}{2}$ و ✓

$\lim\limits_{n\to 0^+} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ و

(0,25)

إذن $\lim\limits_{n\to 0^+} \frac{n-\ln(1+n)}{n^2} = \frac{1}{2}$

الجزء II :

1) أ- الإتصال على اليمين في 0 :

$\lim\limits_{n\to 0^+} f(n) = \lim\limits_{n\to 0^+} \left(\frac{n+1}{n}\right)\ln(1+n)$

$= \lim\limits_{n\to 0^+} (n+1)\times\frac{\ln(1+n)}{n}$

$= 1\times 1 = 1 = f(0)$ (0,25)

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين

جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SNA المستوى .....

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية	على 20
.....	
.....	بالحروف

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) .....

تتمة تمرين 4 التحليل، الجزء II

ب - (تتمة) لدينا $(\forall x \in]0,+\infty[)\ f'(x) > 0$ (البرهنة في الورقة السابقة) 0,25

ومنه f تزايدية قطعا على $[0,+\infty[$

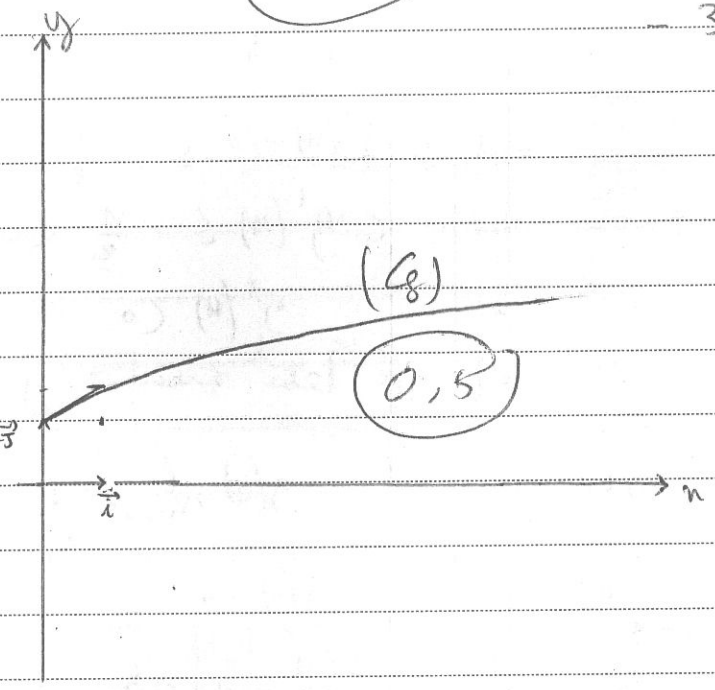
ج - نعلم أن f تزايدية قطعا،

$f([0,+\infty[) = [f(0), \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)[$

ونعلم أن $f(0) = 1$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

إذن $f([0,+\infty[) = [1,+\infty[$ 0,25

3 -



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

الجزء III

1 - أ- لدينا ← I - ج ، ليكن h من $]0,+\infty[$

$$\frac{1}{2(1+h)} \leq \frac{h-\ln(1+h)}{h^2} \leq \frac{1}{2}$$

و $f'(h) = \frac{h-\ln(1+h)}{h^2}$

و $h>0$ أي $\frac{1}{2(1+h)} > 0$ (0,5)

ومنه $0 < f'(h) \leq \frac{1}{2}$

إذن $0 \leq f'(h) \leq \frac{1}{2}$; $(\forall h \in]0,+\infty[)$

ب - ليكن h من $]0,+\infty[$

لدينا $g(h) = f(h) - h$ وبما أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ و الدالة $h \mapsto -h$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ فإن g قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

و لدينا $g'(h) = f'(h) - 1$

و لدينا $0 \leq f'(h) \leq \frac{1}{2}$ (0,25)

ومنه $-1 \leq f'(h) - 1 \leq -\frac{1}{2}$

أي $-1 \leq g'(h) \leq -\frac{1}{2} < 0$

ومنه $g'(h) < 0$

إذن g تناقصية قطعا على $]0,+\infty[$

ومنه $g(]0,+\infty[) =]\lim_{h\to+\infty} g(h), \lim_{h\to 0^+} g(h)[$

لدينا $\lim_{h\to+\infty} g(h) = \lim_{h\to+\infty} f(h) - h$ (0,25)

$\lim_{h\to+\infty} g(h) = \lim_{h\to+\infty} \left(\frac{f(h)}{h} - 1\right) \times h = -\infty$

لأن $\lim_{h\to+\infty} \frac{f(h)}{h} = 0$ ← II - 1 - ج

و $\lim_{h\to+\infty} -1 \times h = -\infty$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SNA المستوى :

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية	على 20
	بالحروف

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها)

III - 2 - ج - تتمة الترجع

4 - التحليل : تتمة التمرين

لدينا : $\frac{1}{2}|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|$ ①

و $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$ ②

من ① و ② نستنتج أن :

$|u_{n+1} - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|$ ✓ 0,25

أذن حسب مبدأ الترجع ،

$(\forall n \in \mathbb{N}) ; \quad |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$

ب - لدينا : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; \quad |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$

و $0 < \frac{1}{2} < 1$ ✓

أي $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ ✓

أذن $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha| = 0$

لأن $|a - \alpha|$ عدد حقيقي موجب 0,25

إذن حسب مصادرة التقارب ،

$$\begin{cases} |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha| \\ \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha| = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} u_n = \alpha$$

إذن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ تؤول إلى α

✓

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين 3 : $F(x) = \int_0^{x^2} e^{t^2} dt$, $D_F = \mathbb{R}$

1- الدالة $t \mapsto e^{t^2}$ متصلة على $\mathbb{R}$ لأن : $t \xrightarrow{u} t^2$ متصلة على $\mathbb{R}$ و $u(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$ و $x \mapsto e^x$ متصلة على $\mathbb{R}$

ومنه فإن g تقبل دالة أصلية φ على $\mathbb{R}$

و $F(x) = \varphi(x^2) - \varphi(0)$

$\varphi(0)$ ✓ ثابتة (0,25)

و الدالة φ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ (لأنها هي أصلية g)

ومنه F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

إذن F متصلة على $\mathbb{R}$

$F'(x) = \varphi'(x^2)$ و

$= g(x^2)$ (لأن φ هي أصلية g)

$F'(x) = e^{x^4} > 0$ ✓ (0,25)

✓ لأن الدالة $x \mapsto e^x$ موجبة قطعا لما يكن x من $\mathbb{R}$

إذن F تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

ج- أ- ليكن x من $]0, +\infty[$

لدينا $0 \leq t \leq x$ لأن $x > 0$

ومنه $0 \leq t^2 \leq x^2$

أي $1 \leq e^{t^2} \leq e^{x^2}$ الدالة $x \mapsto e^{x^2}$ تزايدية ومتصلة على $\mathbb{R}$

ومنه : $\int_0^x dt \leq \int_0^x e^{t^2} dt \leq \int_0^x e^{x^2} dt$ (بالعودة إلى التكامل نحصل على $x > 0$)

$$\boxed{x \leq F(x) \leq e^{x^2} \int_0^x dt}$$ ✓ (0,5)

إذن $\forall x \in]0, +\infty[\quad x \leq F(x)$

و بما أن $\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$

فإن ✓ $\lim_{x \to +\infty} F(x) = +\infty$

ب- ليكن x من $\mathbb{R}$

نعلم أن $(\forall x \in \mathbb{R}) ; -x \in \mathbb{R}$

إذن D_F متماثلة بالنسبة للصفر.

$F(-x) = \int_0^{-x} e^{t^2} dt$

نضع $u = -t$ ✓

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SNA المستوى

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية	على 20
	بالحروف

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها)

الأعداد العقدية (تتمة) :

I - 2 $(E_m) = \{-1-i ; -i m ; -1+i\}$

إذا كان $m = i\sqrt{2}$

فإن حلي المعادلة هما $z_1 = -1-i$ و $z_2 = -i\sqrt{2} - 1 + i$

* $z_1 = -1-i = -\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = -\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$

$= \sqrt{2}\, e^{i(\frac{\pi}{4}+\pi)}$

$\boxed{z_1 = \sqrt{2}\, e^{i\frac{5\pi}{4}}}$ (0,5)

* $z_2 = -i\sqrt{2} - 1 + i$

$= -\sqrt{2}\, i - \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = -\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{2}} - \sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$

$= -\sqrt{2}\left(e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)$

$= \sqrt{2}\, e^{i\pi} \times e^{i\frac{\pi}{8}}\left(e^{+i\frac{3\pi}{8}} + e^{-i\frac{3\pi}{8}}\right)$

$= \sqrt{2} \times 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \times e^{i\pi} \times e^{i\frac{\pi}{8}}$ $\left(\cos\frac{\pi}{8} > 0\right)$

$\boxed{z_2 = 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) e^{i\frac{9\pi}{8}}}$

II - 1 - 1 الصيغة العقدية للدوران R هو $z' = e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-c)+c$

حيث c لحق مركزه

ونعلم أن مركز الدوران يكون نقطة صامدة بالدوران

لنتحقق من أن $\Omega(w)$ نقطة صامدة بالدوران R:

$-iw - 1 + i = -i \times i - 1 + i$ (0,25)

$= 1 - 1 + i - i = w$ ✓

إذن w نقطة صامدة بالدوران R إذن فهو مركز الدوران.

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

$$a = e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)+w$$
$$\Leftrightarrow a-w = -i(b-w)$$
$$\Leftrightarrow b-w = -\frac{1}{i}(a-w)$$
$$\Leftrightarrow b = w + i(a-w)$$
$$\Leftrightarrow b = i + i(-1-i-i)$$
$$\Leftrightarrow b = i - i + 2$$
$$\Rightarrow b = 2$$

$A = R(B) \Leftrightarrow a = e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)+w$ لدينا :

$$\Leftrightarrow w-a = -e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)$$
$$\Leftrightarrow \frac{w-a}{b-w} = -e^{-i\frac{\pi}{2}}$$
$$\Leftrightarrow \frac{w-a}{w-b} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$M' = R(M)$ و لدينا

$$m' = e^{-i\frac{\pi}{2}}(m-w)+w$$ أي

$$m'-a = e^{-i\frac{\pi}{2}}(m-w)+w-a$$ و منه

$$m'-a = -e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)$$ أي

$$m'-a = \frac{w-a}{w-b}(m-w) - \frac{w-a}{w-b}(b-w)$$ إذن

$$= \frac{w-a}{w-b}(m-w-b+w)$$

$$m'-a = \frac{w-a}{w-b}(m-b)$$ إذن

A, M, Ω, B على استقامة $\Leftrightarrow (\overrightarrow{\Omega B}; \overrightarrow{\Omega A}) \equiv (\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA})[\pi]$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{a-w}{b-w}\right) \equiv \arg\left(\frac{a-m}{b-m}\right)[\pi]$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{a-w}{b-w}\right) - \text{Arg}\left(\frac{a-m}{b-m}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{w-a}{w-b}\right) - \text{Arg}\left(\frac{m-a}{m-b}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{w-a}{w-b} \times \frac{m-b}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{w-a}{w-b} \times (m-b) \times \frac{1}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{m'-a}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$ 0,5

$\Leftrightarrow \frac{m'-a}{m-a} \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow$ M' و M و A مستقيمية

إذن

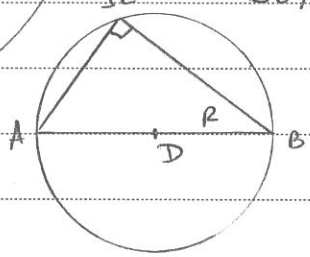
A و M و M' مستقيمية $\Leftrightarrow$ A و Ω و B و Π متداورة

ج-

A و Π و Π' مستقيمية $\Leftrightarrow$ B و Ω و Π و A متداورة

$\Leftrightarrow$ Π تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث $A\Omega B$ ✓

0,5



ولدينا $A = R(B)$ أي $\Omega A = \Omega B$

و $(\Omega A) \perp (\Omega B)$

إذن $[AB]$ قطر للدائرة.

ومنه مركز الدائرة هو منتصف $[AB]$

$$z_D = \frac{a+b}{2} = \frac{-1-i+2}{2}$$

$$\boxed{z_D = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i}$$ لحق الشعاع ✓

R شعاع هذه الدائرة،

$$R = |D - \Omega| = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i - i\right|$$

$$\boxed{R} = \left|\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{2}}$$ ✓

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

ا) $t = -u \Rightarrow u = u$

و $t = 0 \Rightarrow u = 0$

و $du = -dt \Rightarrow dt = -du$

إذن حسب تغيير المتغير:

$$F(-u) = \int_0^{-u} e^{t^2} dt = -\int_0^{u} e^{u^2} du$$

$$F(-u) = -F(u)$$ ✓

إذن F دالة فردية

بما أن الدالة فردية

و $\lim\limits_{u \to +\infty} F(u)$

فإنه ✓

$\lim\limits_{u \to -\infty} F(u) = \lim\limits_{t \to +\infty} F(-t)$ نضع $t = -u$

$= \lim\limits_{t \to +\infty} -F(t)$ لأن F فردية

إذن $\lim\limits_{u \to -\infty} F(u) = -\infty$ ✓

0,5

ج - لدينا F مستمرة وتزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ ✓

إذن F تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $F(\mathbb{R})$

ومنه $F(\mathbb{R}) = \left]\lim\limits_{u \to -\infty} F(u), \lim\limits_{u \to +\infty} F(u)\right[$

$=]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$ ✓

ومنه F تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$

0,5

د - برهنت أن F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $F'(u) = e^{u^2}$

ومنه فإن F قابلة للاشتقاق ✓

0,5

في الصفر $F'(0) = e^0 = 1 \neq 0$ و $F(0) = 0 \Leftrightarrow G(0) = 0$

ومنه فإن F' لا تنعدم في 0 ✓

إذن G قابلة للاشتقاق في 0

و $G'(0) = \dfrac{1}{F'(G(0))} = \dfrac{1}{F'(0)} = \dfrac{1}{1}$

إذن $\boxed{G'(0) = 1}$ ✓

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

ROYAUME DU MAROC
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵜⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⵏ ⵜⵎⵙⵙⵓⵔⵉⵏ ⴷ ⵜⵙⵙⵏⵜⵉⵡⵉⵏ
ACADÉMIE RÉGIONALE D'ÉDUCATION ET DE FORMATION
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵜⴰⵏⴰⵎⵓⵔⵜ ⵏ ⵜⵙⵙⵏⵜⵉⵡⵉⵏ
REGION CASABLANCA - SETTAT
ⵜⵓⵔⵉ ⵜⴰⵏⴰⵎⵓⵔⵜ ⵜⵉⵎⵓⵔⵉⵏ - ⵙⵟⵟⴰⵜ

Série ou Filière : ..... Niveau : .....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : .....

Note définitive sur 20

.....

Appréciations expliquant la note chiffrée

.....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

الأعداد العقدية:

1) أ- $z^2+(im+2)z+im+2-m=0$

$\Delta=(im+2)^2-4(im+2-m)$

$=-m^2+4+4im-4im-8+4m$

$=-m^2-4+4m$

$=(im)^2+(2i)^2-2\times 2i\times im$

إذن $\Delta=(im-2i)^2$

ب- حالة 1 - إذا كان $m=2$ فإن $\Delta=0$

و منه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو

$z=\frac{-im-2}{2}=\frac{-i\times 2-2}{2}=-1-i$

إذن $\boxed{z=-1-i}$ ✓

0,5

حالة 2 إذا كان $m\neq 2$ فإن $\Delta\neq 0$

ومنه للمعادلة حلين هما

$\begin{cases} z_1=\frac{-im-2+im-2i}{2} \\ z_2=\frac{-im-2-im+2i}{2} \end{cases}$

أي ✓

$\begin{cases} z_1=-1-i \\ z_2=-im-1+i \end{cases}$

إذن $(E_m)=\{-1-i\ ;\ -im-1+i\}$

✓

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

$$\lim_{h\to 0^+} g(h) = \lim_{h\to 0^+} f(h) - h$$

$$= f(0) - 0 \quad \text{لأن } f \text{ متصلة على اليمين في الصفر}$$

$$= 1 \quad \checkmark$$

$$\underline{g(]0,+\infty[) =]-\infty, 1[} \quad \checkmark \quad \text{إذن}$$

ج - ليكن n من $]0,+\infty[$

الدالة g متصلة على $]0,+\infty[$

لأن f متصلة على $]0,+\infty[$ و $h \mapsto -h$ متصلة على $]0,+\infty[$

و الدالة g تناقصية قطعا على $]0,+\infty[$ إذن فهي تقابل.

ولدينا $0 \in g(]0,+\infty[) =]-\infty, 1[$

إذن $(\exists! \alpha \in]0,+\infty[) / \ g(\alpha) = 0$ (0,25)

إذن $(\exists! \alpha \in]0,+\infty[) / \ f(\alpha) - \alpha = 0$ ✓

أي $\underline{(\exists! \alpha \in]0,+\infty[) / \ f(\alpha) = \alpha}$

2 - أ - ليكن a من $]0,+\infty[$

لدينا $u_0 = a > 0$ لأجل $n = 0$

ليكن n من $\mathbb{N}$

نفترض أن $u_n > 0$

لنبين أن $u_{n+1} > 0$

لدينا $u_n > 0$ و f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$ ✓ (0,25)

ومنه $f(u_n) > f(0)$

أي $f(u_n) > 1 > 0$

إذن $u_{n+1} > 0$

ومنه حسب مبدأ الترجع

$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 0$ ✓

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

ROYAUME DU MAROC

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ACADÉMIE RÉGIONALE
D'EDUCATION ET DE FORMATION
REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : ..... Niveau : .....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : .....

Note définitive sur 20 .....

Appréciations expliquant la note chiffrée .....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

ب - لدينا : f متصلة على $[0,+\infty[$

و f قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$

ولدينا

$$(\forall n \in]0,+\infty[) ; -\frac{1}{2} \leq 0 \leq f'(n) \leq \frac{1}{2}$$

إذن ✓

$$(\forall n \in]0,+\infty[) ; \boxed{|f'(n)| \leq \frac{1}{2}}$$

و $u_n \in]0,+\infty[$ أي $u_n > 0$ ✓

و α عنصر من $]0,+\infty[$

إذن α و u_n عنصران من $]0,+\infty[$ ✓

إذن حسب متفاوتة التزايدات المنتهية:

$$|f(u_n) - f(\alpha)| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha| \quad \checkmark$$

ولدينا $f(u_n) = u_{n+1}$ و $f(\alpha) = \alpha$

إذن $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$ ✓

0,5

ج - لدينا من أجل $n = 0$

$|u_0 - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0 |a - \alpha|$

أي $|a - \alpha| \leq |a - \alpha|$ وهذا صحيح ✓

ليكن n من $\mathbb{N}$

نفترض أن : $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$

لنبين أن : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|$

لدينا ✓ $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$

ومنه $\boxed{\frac{1}{2} |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|}$ (1)

ولدينا حسب III - 2 -

$\boxed{|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|}$ (2) ✓

0,25

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ لأن

$\lim_{x \to 0^+} 1+x = 1$ و

إذن f متصلة على اليمين في 0

ب - قابلية الإشتقاق :

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{x+1}{x} \times \ln(1+x) - 1}{x}$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{(x+1)\ln(1+x) - x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{x\ln(1+x) + \ln(1+x) - x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{x\ln(1+x)}{x^2} - \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} - \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$$

$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

0,5

$\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ لأن

2 - I $\longrightarrow$ $\lim_{x \to 0^+} \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ و

ج -

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right) \ln(1+x) = +\infty$

0,25

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1} = 1$ لأن

و $\lim_{x \to +\infty} \ln(1+x) = +\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x+1}{x^2} \times \ln(1+x)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2} \times \frac{\ln(1+x)}{1+x} = 0$$

0,25

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

ROYAUME DU MAROC

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ACADÉMIE RÉGIONALE D'EDUCATION ET DE FORMATION REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : ..... Niveau : .....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : .....

Note définitive sur 20 .....

Appréciations expliquant la note chiffrée .....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

$\lim_{n\to+\infty} \frac{\ln(1+n)}{1+n} = 0$ ✓ لأن :

$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^2 = 1$ و ✓

نستنتج مما سبق أن (C_f) يقبل فرع شلجمي باتجاه محور الأفاصيل $(+\infty)$ ✓ (0,25)

ع - أ - الدالة $n \mapsto \ln(1+n)$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ لأنه $(\forall n \in \mathbb{R}^{+*}) : 1+n > 0$ ✓

و الدالة $n \mapsto n+1$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

و نهاية حدودية

و الدالة $n \mapsto \frac{1}{n}$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ✓

لأنه مجال متضمن مجموعة تعريفها.

إذن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ لأنها جداء هذه الدوال. (0,5)

ليكن $n \in]0,+\infty[$; نعلم أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ✓ أي

$$f'(n) = \frac{n+1}{n} \times \frac{1}{n+1} + \ln(1+n) \times \frac{n-(n+1)}{n^2}$$

$$= \frac{1}{n} - \frac{\ln(1+n)}{n^2}$$

$$f'(n) = \frac{n - \ln(1+n)}{n^2}$$ ✓ إذن

ب - لدينا حسب I ج :

$(\forall n \in]0,+\infty[)$:

$$\frac{1}{2(1+n)} \leq \frac{n - \ln(1+n)}{n^2} = f'(n)$$

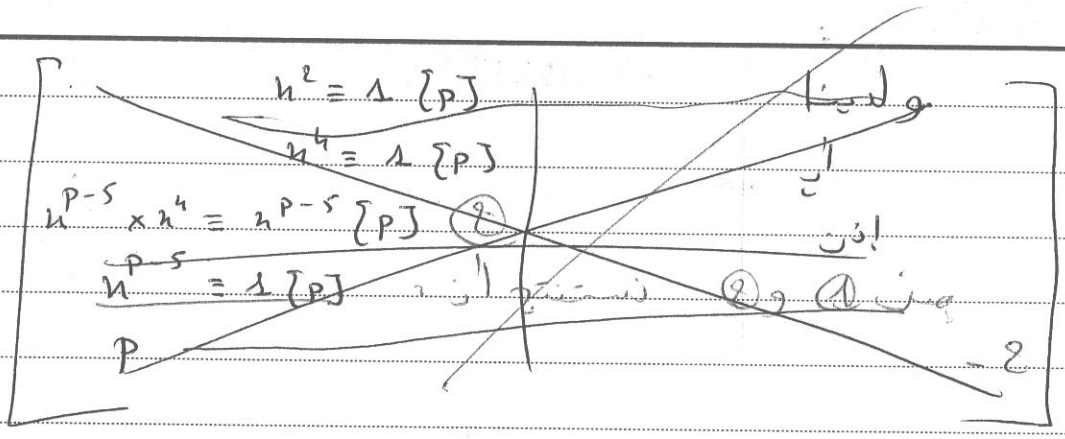
$\frac{1}{2(1+n)} > 0$ ✓ وبما أن $n > 0$ فإن $\frac{1}{1+n} > 0$

$(\forall n \in]0,+\infty[) : f'(n) > 0$ إذن

N.B : il est interdit de reproduire les sujets de l'examen sous quelque forme que ce soit

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma



الحساب

1 - ليكن n عدد صحيح نسبي و p عدد أولي

لدينا : $p-5 = 3+4k-5 = 4k-2$

$= 2(2k-1)$

ولدينا $k > 0$ ✓

أي $2k-1 > 0$ (0,5)

ولدينا : $n^2 \equiv 1\ [p]$

أي $n^{2(2k-1)} \equiv 1^{2k-1}\ [p] \equiv 1\ [p]$

إذن $n^{p-5} \equiv 1\ [p]$ ✓

$n^{p-5} \equiv 1\ [p]$

ع - أ - لدينا :

$(\exists k \in \mathbb{Z})$: $n^{p-5} = 1 + pk$

أي $n^{p-5} - pk = 1$

ومنه $n^{p-6} \times n - pk = 1$ ✓ (0,5)

أي $(p-6>0)$ n^{p-6} و k من $\mathbb{Z}$ (يوجد ... حسب مبرهنة بوزوا)

ومنه n و p أوليين فيما بينهما.

ب - لدينا p عدد أولي موجب

و n و p أوليين فيما بينهما ✓

ومنه حسب مبرهنة فيرما الصغرى :

$n^{p-1} \equiv 1\ [p]$ ✓ (0,5)

ج - أ) لنتحقق أن $2 + (k-1)(p-1) - k(p-5) = 0$

لدينا : $2 + (k-1)(p-1) - k(p-5) = 2 + kp - p - k + 1 - kp + 5k$

$= 3 + 4k - p = p - p = 0$ (لأن $p = 3+4k$) ✓

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

ROYAUME DU MAROC

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ACADÉMIE RÉGIONALE D'EDUCATION ET DE FORMATION REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : ..... Niveau : .....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : .....

Note définitive sur 20 .....

Appréciations expliquant la note chiffrée .....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

$q + (k-1)(p-1) - k(p-5) = 0$

$q + (k-1)(p-1) = k(p-5)$ ✓ (0,8) ✓ إذن ومنه

لدينا $n^{p-1} \equiv 1 [p]$

أي $n^{(p-1)(k-1)} \equiv 1^{(k-1)} [p] \equiv 1 [p]$

ومنه $n^{(p-1)(k-1)} \times n^2 \equiv n^2 [p]$

$\Rightarrow n^{2+(p-1)(k-1)} \equiv n^2 [p]$

ولدينا $2 + (p-1)(k-1) = k(p-5)$

إذن: $\Rightarrow n^{k(p-5)} \equiv n^2 [p]$ (1)

ولدينا: $n^{p-5} \equiv 1 [p]$ (0,5)

أي $n^{k(p-5)} \equiv 1^k [p] \equiv 1 [p]$ (2)

من (1) و (2) لدينا: $n^2 \equiv 1 [p]$

3 - لدينا حسب الأسئلة السابقة: $n^2 \equiv 1 [p] \Leftrightarrow n^{p-5} \equiv 1 [p]$

في حالة $p = 67$ لدينا: $67 = 3 + 4 \times 16$

أي $n^{62} \equiv 1 [67] \Leftrightarrow n^{67-5} \equiv 1 [67]$

وبما أن $n^2 \equiv 1 [p] \Leftrightarrow n^{p-5} \equiv 1 [p]$

فإن $n^{62} \equiv 1 [67] \Leftrightarrow n^2 \equiv 1 [\ ]$

$\Leftrightarrow n^2 - 1 \equiv 0 [67]$

$\Leftrightarrow (n-1)(n+1) \equiv 0 [67]$

$\Leftrightarrow n-1 \equiv 0 [67]$ أو $n+1 \equiv 0 [67]$

لأن 67 أولي

$n^{62} \equiv 1 [67] \Leftrightarrow n = 1 + 67k$ أو $n = 67k - 1$ (k من $\mathbb{Z}$)

إذن $S = \{1 + 67k ; 67k - 1 / k \in \mathbb{Z}\}$ (0,8) ✓

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

ومنه :

$$\begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

أي $x=0$ و $y=0$ و $-2y=0$ و $x+2y=0$

إذن $x=0$ و $y=0$

ومنه (I,J) أسرة حرة.

أي (I,J) أساس الفضاء المتجهي الحقيقي $(E,+,\cdot)$

3- أ- نعلم أن E جزء غير فارغ من $M_2(\mathbb{R})$

ليكن a و b و x و y من $\mathbb{R}$

$$M(a,b)\times M(x,y) = \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ax-2by & -2ya-2bx-4by \\ bx+ay+2by & -2by+ax+2ya+2bx+4by \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ax-2by & -2(ya+bx+2by) \\ bx+ay+2by & ax-2by+2(ya+bx+2by) \end{pmatrix}$$

0,5

$$= M(ax-2by;\ bx+ay+2by) \in E$$

لأن $ax-2by$ و $bx+ay+2by$ عنصرين من $\mathbb{R}$

إذن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

ب- لدينا : $(E,+,\cdot)$ فضاء متجهي حقيقي

أي $(E,+)$ زمرة تبادلية

ولدينا : E زمرة جزئية لـ الزمرة $(M_2(\mathbb{R}),+)$

أي E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),+)$

ولدينا : E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{a-w}{b-w}\right) - \text{Arg}\left(\frac{a-m}{b-m}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{w-a}{w-b}\right) - \text{Arg}\left(\frac{m-a}{m-b}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{w-a}{w-b} \times \frac{m-b}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{w-a}{w-b} \times (m-b) \times \frac{1}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$

$\Leftrightarrow \text{Arg}\left(\frac{m'-a}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$ 0,5

$\Leftrightarrow \frac{m'-a}{m-a} \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow$ A و M و M' مستقيمية

إذن

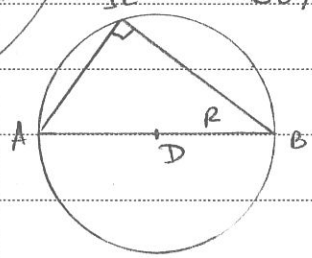
A و M و M' مستقيمية $\Longleftrightarrow$ A و Ω و B و Π متداورة

ج-

A و Π' و Π مستقيمية $\Longleftrightarrow$ A و Π و Ω و B متداورة

$\Leftrightarrow$ Π تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث $AB\Omega$ ✓

0,5



ولدينا $\Omega A = \Omega B$ أي $A = R(B)$

و $(\Omega A) \perp (\Omega B)$

إذن ف $[AB]$ قطر للدائرة.

ومنه مركز الدائرة هو منتصف $[AB]$

$$z_D = \frac{a+b}{2} = \frac{-1-i+2}{2}$$

لحق الشعاع $\boxed{z_D = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i}$ ✓

R شعاع هذه الدائرة،

$$R = |D - \Omega| = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i - i\right|$$

$$\boxed{R} = \left|\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{2}}$$ ✓

Talamid.ma : للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamid.ma : هذا الملف تم تحميله من موقع

ROYAUME DU MAROC
MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ACADÉMIE RÉGIONALE
D'EDUCATION ET DE FORMATION
REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : ..... Niveau : .....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : .....

Note définitive sur 20 .....

Appréciations expliquant la note chiffrée .....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

وبما أن الضرب توزيعي بالنسبة للجمع في $M_2(\mathbb{R})$
فإن الضرب توزيعي بالنسبة للجمع في E.
ونعلم أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}), \times)$
و الضرب تجميعي في $M_2(\mathbb{R})$
إذن فهو تجميعي في E. — ليكن a, b, x, y من $\mathbb{R}$

لدينا : $\Omega(a,b) \times \Omega(x,y) = \Omega(ax - 2by ; bx + ay + 2by)$

حسب السؤال السابق

$$\Omega(x,y) \times \Omega(a,b) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix}$$ و

$$= \begin{pmatrix} xa - 2yb & -2ay - 2xb - 4yb \\ xb + ya + 2yb & -2yb + xa + 2ay + 2xb + 4yb \end{pmatrix}$$

$$\Omega(x,y) \times \Omega(a,b) = \Omega(xa - 2yb ; xb + ya + 2yb)$$

ومنه $\Omega(x,y) \times \Omega(a,b) = \Omega(a,b) \times \Omega(x,y)$

إذن الضرب تبادلي في E.

ومنه نستنتج أن $(E, +, \times)$ حلقة تبادلية.

4 - أ ليكن $a+ib$ و $x+iy$ عنصرين من $\mathbb{C}^*$

$$\varphi\big((x+iy)(a+ib)\big) = \varphi(xa + iya + ibx - yb)$$

$$= \varphi(xa - yb + i(bx + ya))$$

$$= M(xa - yb + bx + ya ; -bx - ya)$$

N.B : il est interdit de signer leurs compositions ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma