

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2016
- الموضوع -

Գոհակի և Աշուած
Գուշաթի և Յօհաննէ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقدير
والامتحانات والتوجيه

RS24

| | |
|-------------------|-----------------------|
| الرياضيات | المادة |
| مدة الإنجاز | 4 |
| الشعبية أو المسلك | الى جانب الرياضيات |

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
 - يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
 - يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلّق بحساب الاحتمالات.....(3 ن)
 - التمرين الثاني يتعلّق بالبنية الجبرية.....(3.5 ن)
 - التمرين الثالث يتعلّق بالأعداد العقدية.....(3.5 ن)
 - التمرين الرابع يتعلّق بالتحليل.....(6.5 ن)
 - التمرين الخامس يتعلّق بالتحليل.....(3.5 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (3 نقط)

لدينا صندوقان U و V . الصندوق U يحتوي على 4 كرات حمراء و 4 كرات زرقاء؛
الصندوق V يحتوي على كرتين حمراوين و 4 كرات زرقاء.

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائياً كرة من الصندوق U : إذا كانت حمراء، نضعها في الصندوق V ثم نسحب عشوائياً كرة من الصندوق V ؛ و إذا كانت زرقاء، نضعها جانباً؛ ثم نسحب عشوائياً كرة من الصندوق V .

لتكن الأحداث التالية: R_U : "الكرة المسحوبة من الصندوق U حمراء"؛

B_U : "الكرة المسحوبة من الصندوق U زرقاء"؛

R_V : "الكرة المسحوبة من الصندوق V حمراء"؛

B_V : "الكرة المسحوبة من الصندوق V زرقاء"؛

1- أحسب احتمال كل من الحدين R_U و B_U 0.5

2- أ) أحسب احتمال الحدث B_V علماً أن الحدث R_U متحقق. 0.5

ب) أحسب احتمال الحدث B_V علماً أن الحدث R_U متحقق. 0.5

3- بين أن احتمال الحدث B_V هو: $\frac{13}{21}$ 1

4- استنتج احتمال الحدث R_V 0.5

التمرين الثاني: (3.5 نقط)

نذكر أن $(\mathbb{F}, +, \cdot)$ حلقة واحدية وحدتها $1 \in \mathbb{F}$ و أن $(\mathbb{F}, +, \cdot)$ جسم تبادلي.

$M(z) = \begin{pmatrix} x+2y & 0 & 5y \\ 0 & 1 & 0 \\ -y & 0 & x-2y \end{pmatrix}$ لكل عدد عقدي $z = x + iy$ حيث $x, y \in \mathbb{C}$ نضع :

و نعتبر المجموعة $E = \{M(z) / z \in \mathbb{C}\}$

1- نزود المجموعة E بقانون تركيب الداخلي * المعرف بما يلي:

$$(M(z) * M(z')) = M(z) + M(z') - M(0)$$

بين أن $(*, +)$ زمرة تبادلية. 1

2- نعتبر التطبيق: $E \xrightarrow{*} a$ a الذي يربط كل عدد عقدي z من \mathbb{C} بالمصفوفة $(M(z))$

أ) بين أن j تشكل من $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ نحو $(E, *, +)$ 1

ب) استنتاج أن $(E, +, \cdot)$ زمرة تبادلية. 0.5

3- بين أن $(E, +, \cdot)$ جسم تبادل. 1

التمرين الثالث: (3.5 نقط)

نعتبر في المجموعة \mathcal{D} المعادلة التالية:

$$(E): z^2 - (1 + \sqrt{3})(1 + i)z + 4i = 0$$

1- أ) تحقق أن مميز المعادلة (E) هو: $D = (\sqrt{3} - 1)(1 - i)^2$

ب) أكتب على الشكل المثلثي كل حل من حل المعادلة (E)

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعمد و منظم و مباشر (O, u, v) .

نعتبر النقطتين A و B التي لحقيهما على التوالي $i\sqrt{3}$ و $1 + i\sqrt{3}$

أ) بين أن (D) مجموعة النقط من المستوى العقدي التي لحقها z يتحقق: $z = \frac{1}{2}a\bar{z}$ هي مستقيم يمر من النقطة B

ب) لتكن M و M' نقطتان لحقاهما على التوالي z و z' بحيث: $b = a\bar{z}$ و $b' = a\bar{z}'$

$$\text{بين أن: } \frac{b^2}{(z' - b)(z - b)} = \frac{2}{|z - b|^2}$$

ج) استنتج أن المستقيم (D) هو منصف الزاوية (BM, BM')

التمرين الرابع: (6.5 نقط)

عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $[0, +\infty]$ بما يلي:

و ليكن (C_n) المنحني الممثل للدالة f_n في معلم متعمد و منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1- أ) أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحني (C_n)

ب) أدرس تغيرات الدالة f_n على $[0, +\infty]$ ثم أعط جدول تغيراتها.

ج) أنشئ (C_2)

2- بين أن الدالة f_n تقابل من $[0, +\infty]$ نحو \square

3- أ) بين أنه لكل عدد صحيح طبيعي n أكبر من أو يساوي 1، يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $[0, +\infty[$

بحيث: $f_n(\alpha_n) = 0$

ب) قارن $f_n(x)$ و $f_{n+1}(x)$ لكل x من $[0, +\infty[$

ج) بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n \geq 1}$ تزايدية قطعا.

4- أ) بين أن: $x > 0$; $\ln(x) < 0$

ب) بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = +\infty$

5- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع:

$$I_n = \frac{1}{\alpha_{n+1} - \alpha_n} \int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f_n(x) dx$$

(أ) بين أن: $\left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right) \left(\exists c_n \in [\alpha_n, \alpha_{n+1}] \right) : I_n = f_n(c_n)$

(ب) بين أن: $\left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right) ; 0 \leq I_n \leq \frac{1}{\alpha_{n+1}}$

(ج) حدد: $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

0.5

0.5

0.5

التمرين الخامس: (3.5 نقط)

عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2 .

نعتبر الدالة العددية g_n ذات المجهول x المعرفة على المجال $[n, +\infty[$ بما يلي:

1- أ) بين أن الدالة g_n قابلة للاشتاقاق على المجال $[n, +\infty[$ ثم حدد دالتها المشتقة الأولى

ب) بين أن الدالة g_n تزايدية قطعا على المجال $[n, +\infty[$

2- أ) بين أن: $\left(\forall x \geq n \right) ; g_n(x) \geq \ln\left(\frac{x-1}{n-1}\right)$

(يمكنك استعمال المتفاوتة التالية: $(\forall t \geq 0) ; \ln(1+t) \leq t$)

ب) استنتج أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_n(x) = +\infty$

3- أ) بين أن الدالة g_n تقابل من المجال $[n, +\infty[$ نحو المجال $[0, +\infty[$

ب) استنتاج أن: $\left(\forall n \geq 2 \right) \left(\exists! u_n \geq n \right) : \int_n^{u_n} \frac{1}{\ln t} dt = 1$

4- نعتبر المتالية العددية $(u_n)_{n \geq 2}$ المعرفة في السؤال 3- ب)

أ) بين أن: $\left(\forall n \geq 2 \right) ; \int_{u_n}^{u_{n+1}} \frac{1}{\ln t} dt = \int_n^{n+1} \frac{1}{\ln t} dt$

ب) استنتاج أن المتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ تزايدية قطعا.

ج) حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5

0.5

0.25

انتهى