

الصفحة 1 4	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع -		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
	RS 24		
4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية.....(4 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالحسابيات و حساب الاحتمالات.....(3 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالأعداد العقدية.....(3 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل.....(6 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل (4 ن)

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

الصفحة	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع
2		مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
4		
التمرين الأول: (4 نقط) الجزء الأول: نزود ، بقانون التركيب الداخلي * المعرف بما يلي: $(x, y) \mapsto x * y = x + y - e^{xy} + 1$ 1- (أ) بين أن القانون * تبادلي في ، 0.25 (ب) بين أن القانون * يقبل عنصرا محايدا يتم تحديده. 0.5 2- علما أن المعادلة: $3 + x - e^{2x} = 0$ (E) تقبل في ، حلين مختلفين a و b ، 0.5 بين أن القانون * غير تجميعي.		
الجزء الثاني: نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ حلقة غير تبادلية و واحدة وحدتها $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و أن $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ فضاء متجهي حقيقي و أن $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ زمرة تبادلية. لكل x و y من ، ، نضع: $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x \end{pmatrix}$ و ليكن $F = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$ 1- بين أن F فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي الحقيقي $(M_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$ 0.5 2- بين أن F جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}), \cdot)$ 0.5 3- نعتبر التطبيق j من $\mathbb{R}^*$ نحو F الذي يربط كل عدد عقدي $x + iy$ (حيث x و y عدنان حقيقيان) بالمصفوفة $M(x, y)$ (أ) بين أن j تشاكل من $(\mathbb{R}^*, \cdot)$ نحو $(F, \cdot)$ 0.5 (ب) نضع: $F^* = F - \{M(0, 0)\}$. بين أن: $j(\mathbb{R}^*) = F^*$ 0.25 (ج) بين أن $(F^*, \cdot)$ زمرة تبادلية. 0.25 4- بين أن $(F, +, \cdot)$ جسم تبادلي. 0.75		
التمرين الثاني: (3 نقط) I- 1- ليكن a من $\mathbb{Z}$. بين أنه إذا كان a و 13 أوليان فيما بينهما فإن: $a^{2016} \equiv 1 [13]$ 0.5 2- نعتبر في $\mathbb{Z}$ المعادلة: $x^{2015} \equiv 2 [13]$ (E) وليكن x حلا للمعادلة (E) 0.5 (أ) بين أن x و 13 أوليان فيما بينهما. 0.5 (ب) بين أن: $x \equiv 7 [13]$ 0.5 3- بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $S = \{7 + 13k / k \in \mathbb{Z}\}$ 0.5 II- نعتبر صندوقا U يحتوي على خمسين (50) كرة مرقمة من 1 إلى 50. (الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس) 1- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق. ما هو احتمال الحصول على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟ 0.5 2- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق ، نسجل رقمها ثم نعيدها إلى الصندوق. نكرر هذه التجربة ثلاث مرات. 0.5		

ما هو احتمال الحصول مرتين بالضبط على كرة تحمل رقما يكون حلا للمعادلة (E) ؟

التمرين الثالث: (3 نقط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(E): z^2 - (1+i)z + 2 + 2i = 0$

1-أ) تحقق أن $(1-3i)^2$ هو مميز المعادلة (E) 0.25

ب) حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) في المجموعة $\mathbb{C}$ (نأخذ z_1 تخيلي صرف) 0.5

ج) بين أن: $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ 0.5

2- المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر .
نعتبر النقطة A التي لحقها z_1 و B النقطة التي لحقها z_2

أ) حدد العدد العقدي e لحق النقطة E منتصف القطعة [AB] 0.25

ب) ليكن r الدوران الذي مركزه A وقياس زاويته $\frac{\pi}{2}$ 0.5

وليكن c لحق النقطة C صورة النقطة E بالدوران r. بين أن: $c = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$

ج) نعتبر D النقطة ذات اللق $d = 1 + \frac{3}{2}i$.

بين أن العدد $\frac{z_2 - d}{z_1 - d}$ حقيقي ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

التمرين الرابع: (6 نقط)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم.

نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f_n(x) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{3}{2}(x-n)}}$

و ليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1-أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x)$ ثم أول مبيانيا النتيجة المحصل عليهما. 0.75

ب) بين أن الدالة f_n قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم أحسب $f'_n(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ 0.75

ج) بين أن الدالة f_n تزايدية قطعاً على $\mathbb{R}$ 0.25

2-أ) بين أن النقطة $I_n(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ مركز تماثل للمنحنى (C_n) 0.5

ب) أنشئ المنحنى (C_1) . 0.5

الصفحة 4 4	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2015 - الموضوع - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
0.75	ج) أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_1) و المستقيمت: $x=0$ و $x=1$ و $y=0$	
0.75	3- أ) لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، بين أن المعادلة: $f_n(x) = x$ تقبل حلا وحيدا u_n في المجال $]0, n[$	
0.5	ب) بين أن: $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ ($x \in]0, n[$) ($n \in \mathbb{N}^*$)	
0.75	ج) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ تناقصية قطعا ثم استنتج أنها متقاربة.	
0.5	د) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	
التمرين الخامس: (4 نقط)		
	نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ ، بما يلي: $g(x) = \int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt$	
0.5	1- بين أن الدالة g زوجية.	
0.75	2- بين أن الدالة g قابلة للاشتقاق على $]\mathbb{R}, +\infty[$ ثم أحسب $g'(x)$ من أجل $x > 0$	
0.5	3- أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، تحقق أن: $\int_x^{3x} \frac{\cos t}{t} dt = \frac{\sin 3x - 3 \sin x}{3x} + \int_x^{3x} \frac{\sin t}{t^2} dt$ ($x > 0$)	
0.75	ب) بين أنه لكل x من المجال $]\mathbb{R}, +\infty[$ لدينا: $ g(x) \leq \frac{2}{x}$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$	
0.5	4- أ) بين أن: $\int_x^{3x} \frac{1 - \cos t}{t} dt \leq 2x$ ($x > 0$) (لاحظ أن: $1 - \cos t \leq t$ ($t > 0$))	
0.5	ب) تحقق أن: $g(x) - \ln 3 = \int_x^{3x} \frac{\cos t - 1}{t} dt$ ($x > 0$)	
0.5	ج) استنتج: $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$	

انتهى