

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2014
الموضوع

RS 24

ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴰⵖⴰⵏⵜ
ⵜⴰⵎⴰⵔⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴰⵖⴰⵏⵜ
ⵏ ⵓⵎⵎⵓⵔ ⵏ ⵓⵎⵎⵓⵔ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)	الشعبة أو المسلك

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من ستة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بحساب الاحتمالات.....(2ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالحسابيات.....(1ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالبنىات الجبرية.....(3.75ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالأعداد العقدية.....(3.25ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل.....(7.5ن)
- التمرين السادس يتعلق بالتحليل.....(2.5ن)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

التمرين الأول: (2 ن)

نعتبر ثلاثة صناديق U و V و W .
يحتوي الصندوق W على كرة سوداء و كرتين بيضاوين و يحتوي كل صندوق من الصندوقين U و V على كرتين سوداوين و كرتين بيضاوين.

نقوم بالتجربة التالية : نسحب كرة من الصندوق W . إذا كانت هذه الكرة بيضاء نضعها في الصندوق U ثم نسحب منه تانيا كرتين ، أما إذا كانت هذه الكرة سوداء فنضعها في الصندوق V ثم نسحب منه تانيا كرتين.

- 1- ما هو احتمال أن يتم السحب من الصندوق U ؟ 0.25
- 2- ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين في نهاية التجربة؟ 0.75
- 3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المحصل عليها في نهاية التجربة. حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X 1

التمرين الثاني: (1 ن)

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم.

$$\text{نضع: } b_n = 2 \cdot 10^n + 1 \text{ و } c_n = 2 \cdot 10^n - 1$$

- 1- بين أن: $c_n \not\equiv b_n$ ثم استنتج أن b_n و c_n أوليان فيما بينهما. 0.5

(b ظ a هو القاسم المشترك الأكبر للعددين الصحيحين a و b)

- 2- أوجد زوجا (x_n, y_n) من ϕ^2 يحقق: $b_n x_n + c_n y_n = 1$ 0.5

التمرين الثالث: (3,75 ن)

نضع $J =]-1, 1[$

I- لكل عنصرين a و b من المجال J ، نضع: $a * b = \frac{a+b}{1+ab}$

- 1- تحقق أن: $1 + ab > 0$ (" J^2 خ (a, b) ") ثم استنتج أن * قانون تركيب داخلي في J 0.75

- 2- (أ) بين أن القانون * تبادلي و تجميعي. 0.5

- ب) بين أن $(J, *)$ يقبل عنصرا محايدا يتم تحديده. 0.25

- ج) بين أن $(J, *)$ زمرة تبادلية. 0.5

II- نعتبر التطبيق f المعرف على $\square$ بما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

- 1- بين أن الدالة f تقابل من $\square$ نحو J 0.75

- 2- ليكن g التقابل العكسي للتطبيق f (تحديد g غير مطلوب) .

لكل عنصرين x و y من J نضع: $x \perp y = f(g(x) \times g(y))$

- بين أن f تشاكل من $(\square, \times)$ نحو $(J^*, \perp)$ حيث: $J^* = J - \{0\}$ 0.5

- 3- نذكر أن $(\square, \times)$ زمرة تبادلية، ونقبل أن القانون $\perp$ توزيعي بالنسبة للقانون * في J .

- بين أن $(J, *, \perp)$ جسم تبادلي. 0.5

التمرين الرابع: (3.25 ن)

- I- 1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + i = 0$ (a يرمز لحل المعادلة بحيث: $Re(a) > 0$) 0.5

- 2- (أ) حدد معيار و عمدة العدد العقدي $1 + a$ 0.5

- ب) استنتج أن: $\cos \frac{p}{8} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$ 0.25

- ج) تحقق أن: $(1 + a)(1 - a) = 1 + i$ ثم استنتج الشكل المثلثي للعدد $1 - a$ 0.5

الصفحة	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2014 - الموضوع
3 4		مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
II - في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر (O, u, v) ، نعتبر النقط A و B و M و M' التي ألحاقها على التوالي هي a و $-a$ و z و z' و نفترض أن: $zz' + i = 0$		
1- لتكن N النقطة التي لحقها $\bar{z}$ مرافق z بين أن المستقيمين (ON) و (OM') متعامدان.	0.25	
2- (أ) بين أن : $z' - a = i \frac{z - a}{az}$	0.25	
(ب) بين أنه إذا كان $z^1 - a$ فإن $z'^1 - a$ و $\frac{z' - a}{z' + a} = -\frac{z - a}{z + a}$	0.5	
3- نفترض أن النقط A و B و M غير مستقيمية. بين أن النقطة M' تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث ABM	0.5	
التمرين الخامس: (7.5 نقط)		
I- لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = \frac{-\ln x}{\sqrt{x}}$		
وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, i, j) بحيث: $\ i\ = 1cm$		
1- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجتين المحصل عليهما.	1	
2- أحسب $f'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$	0.75	
3- لكل n من $\mathbb{N}^*$ نعتبر الدالة العددية g_n المعرفة على $]0, 1[$ بما يلي: $g_n(x) = f(x) - x^n$		
(أ) بين أن الدالة g_n تناقصية قطعاً على المجال $]0, 1[$	0.25	
(ب) استنتج أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، يوجد عدد حقيقي وحيد α_n من المجال $]0, 1[$ بحيث: $f(\alpha_n) = (\alpha_n)^n$	0.5	
(ج) بين أن لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا : $g_n(a_{n+1}) < 0$	0.5	
(د) بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n \geq 1}$ تزايدية قطعاً ثم استنتج أنها متقاربة.	0.75	
4- نضع $l = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$		
(أ) تحقق أن $0 < a_1 \leq l \leq 1$	0.25	
(ب) تحقق أن: $h(a_n) = n$ (" $x \in \mathbb{N}^*$ ") حيث : $h(x) = -\frac{1}{2} + \frac{\ln(-\ln(x))}{\ln x}$	0.25	
(ج) بين أن: $l = 1$	0.5	
(د) استنتج أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\alpha_n)^n = 0$	0.25	
II - 1 (أ) أدرس إشارة التكامل $\int_x^1 f(x) dx$ لكل x من $\mathbb{N}^*$ ،	0.25	
(ب) باستعمال طريقة المكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_x^1 f(x) dx = 4 - 4\sqrt{x} + 2\sqrt{x} \ln x$ (" $x \in \mathbb{N}^*$ ")	0.5	
(ج) استنتج بالوحدة cm^2 مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) و المستقيمت التي معادلاتها على التوالي: $x = 1$ و $x = e^2$ و $y = 0$	0.25	

الصفحة 4 4	RS 24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2014 - الموضوع - مادة : الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	
		2- لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع: $u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ (أ) بين أنه لكل عددين صحيحين طبيعيين n و k بحيث $n \geq 2$ و $1 \leq k \leq n-1$ لدينا: $\frac{1}{n} f\left(\frac{k+1}{n}\right) \leq \int_{\frac{k}{n}}^{\frac{k+1}{n}} f(x) dx \leq \frac{1}{n} f\left(\frac{k}{n}\right)$ (ب) بين أن: $\int_{\frac{1}{n}}^1 f(t) dt \leq u_n \leq \frac{1}{n} f\left(\frac{1}{n}\right) + \int_{\frac{1}{n}}^1 f(t) dt$ (" $n \in \mathbb{N}^*$ ") $\frac{1}{n}$ 1 $f(t)$ u_n $\frac{1}{n} f\left(\frac{1}{n}\right)$ $\int_{\frac{1}{n}}^1 f(t) dt$ (ج) استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$	0.5 0.5 0.5
		التمرين السادس (2.5 نقط) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = \int_{\sqrt{x}}^1 e^{-t^2} dt$ 1- لكل x من ، نضع: $k(x) = \int_1^x e^{-t^2} dt$ (أ) تحقق أنه لكل x من المجال $[0, +\infty[$ لدينا: $g(x) = -k(\sqrt{x})$ 0.25 (ب) بين أن الدالة g متصلة على $[0, +\infty[$ وقابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ 0.5 (ج) احسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة g تناقصية قطعاً على المجال $[0, +\infty[$ 0.5 2- (أ) بين أن: $\frac{g(x) - g(0)}{x} < -\frac{1}{2\sqrt{x}} e^{-x}$ (" $\forall x \in]0, +\infty[$ ") 0.75 (ب) استنتج أن الدالة g غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 و أعط تأويلاً هندسياً للنتيجة المحصل عليها. 0.5	0.25 0.5 0.5 0.75 0.5

انتهى