هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة الاستدراكية 2012

مادة الرياضيات
مسلك العلوم الرياضية أ و ب
المعامل 9
مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

التمرين الأول : (3,5 ن)

الجزءان (I) و (II) مستقلان .

(I) لكل a و b من المجال $I=[1;+\infty[$ نضع : $a \perp b = \left(\sqrt{a}+\sqrt{b}-1\right)^2$

① بين أن : $\perp$ قانون تركيب داخلي في I . 0,50 ن

② بين أن القانون $\perp$ تبادلي و تجميعي في I . 0,50 ن

③ بين أن : $\perp$ يقبل عنصرا محايدا في I وجب تحديده. 0,25 ن

(II) نذكر أن : $(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية. لتكن : $E=\left\{M(x)=\begin{pmatrix} x & 2(x-1) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / \; x\epsilon\, \mathbb{R}^*\right\}$

① بين أن E جزء مستقر من $(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}),\times)$ 0,50 ن

② نعتبر التطبيق φ المعرف بما يلي :

$$\begin{array}{rccc} \varphi : & \mathbb{R}^* & \to & E \\ & x & \to & M(x) \end{array}$$

أ) بين أن φ تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R}^*,\times)$ نحو $(E,\times)$. 0,50 ن

ب) استنتج بنية $(E,\times)$. 0,50 ن

ج) بين أن المجموعة : $H=\left\{\begin{pmatrix} 2^n & 2^{n+1}-2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / \; n\epsilon\mathbb{Z}\right\}$ زمرة جزئية من $(E,\times)$. 0,75 ن

التمرين الثاني : (3,5 ن)

الجزءان (I) و (II) مستقلان .

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

(I) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E) \; : \; z^2-4\left(1+\frac{2}{3}i\right)z+\frac{5}{3}+4i=0$

① أ) تحقق أن العدد $z_1=1+\frac{2}{3}i$ حل للمعادلة (E) . 0,50 ن

ب) بين أن الحل الثاني للمعادلة هو $z_2=3z_1$ 0,50 ن

(II) نعتبر ثلاث نقط A و B و Ω مختلفة مثنى مثنى ألحاقها على التوالي : a و b و ω .

ليكن r الدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

نضع : $P=r(A)$ و $B=r(Q)$

ليكن العدد العقدي p لحق النقطة P و العدد العقدي q لحق النقطة Q .

① أ) بين أن : $p=\omega+e^{\frac{i\pi}{3}}(a-\omega)$ و $q=\omega+e^{\frac{-i\pi}{3}}(b-\omega)$ 0,50 ن

ب) بين أن : $\dfrac{1-e^{\frac{i\pi}{3}}}{1-e^{\frac{-i\pi}{3}}}=e^{\frac{4i\pi}{3}}$ 0,25 ن

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

0,50 ن ③ بين أن : $\frac{p-a}{q-b}=\left(\frac{\omega-a}{\omega-b}\right)e^{\frac{4i\pi}{3}}$

② نفترض أن : $\left(\frac{\omega-a}{\omega-b}\right)=e^{\frac{2i\pi}{3}}$

0,75 ن أ) بين أن : $APQB$ متوازي أضلاع .

0,75 ن ب) بين أن : $arg\left(\frac{b-a}{p-a}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و استنتج أن الرباعي $APQB$ مستطيل .

التمرين الثالث : (3,0 ن)

0,25 ن ① أ) تحقق أن : 503 عدد أولي.

0,75 ن ب) بين أن $7^{502}\equiv 1[503]$ ثم استنتج أن $7^{2008}\equiv 1[503]$.

0,50 ن ② نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E)\ :\ 49x-6y=1$

علما أن الزوج $(1;8)$ حل خاص للمعادلة (E) ، حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) مبرزا مراحل الحل.

③ نضع : $N=1+7+7^2+\cdots+7^{2007}$

0,25 ن أ) بين أن الزوج $(7^{2006},N)$ حل للمعادلة (E) .

0,25 ن ج) استنتج أن N يقبل القسمة على 2012

1,00 ن ب) بين أن $N\equiv 0[4]$ و $N\equiv 0[503]$

التمرين الرابع : (7,5 ن)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\ln(1+x)-\frac{x}{1+x}$

0,50 ن ① أدرس تغيرات الدالة g على المجال $[0;+\infty[$

0,50 ن ② استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=e^x\ln(1+e^{-x})$

1,00 ن ① بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$

0,50 ن ② بين أنه لكل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=e^x g(e^{-x})$

0,50 ن ③ ضع جدول تغيرات الدالة f

1,00 ن ④ أنشئ $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f و $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة $(-f)$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

نقبل أن $-0,7$ قيمة مقربة لأفصول نقطة الإنعطاف الوحيدة للمنحنى $(\mathscr{C})$.

0,75 ن ⑤ بين أن لكل x من $]-1;0[$ لدينا : $0<f'(x)<g(e)$

0,75 ن ⑥ بين أن المعادلة $f(x)+x=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$. و أن : $-1<\alpha<0$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

⑦ نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = -f(u_n) \ ; \ \forall n\epsilon\mathbb{N} \\ u_0 = 0 \end{cases}$$

0,50 ن ⓐ بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ : \ -1 \leq u_n \leq 0$

0,50 ن ⓑ بين أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ : \ |u_{n+1} - \alpha| \leq g(e)|u_n - \alpha|$

0,50 ن ⓒ استنتج أن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N}) \ : \ |u_n - \alpha| \leq (g(e))^n$

0,50 ن ⓓ علما أن : $g(e) < 0{,}6$ أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الخامس : (2,5 ن)

نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $F(x) = \int_{\frac{1}{x}}^{x} \left(\frac{\ln t}{1+t^2}\right) dt$

0,25 ن ① أحسب $F(1)$.

0,50 ن ②ⓐ بين أن الدالة F قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ و احسب $F'(x)$.

0,50 ن ⓑ استنتج أن لكل x من المجال $]0,+\infty[$ لدينا : $F(x) = 0$

0,50 ن ③ باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن لكل x من $]0,+\infty[$ لدينا :

$$F(x) = \left(Arctan(x) + Arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right)\ln x - \int_{\frac{1}{x}}^{x} \frac{Arctan\ (t)}{t} dt$$

0,25 ن ④ بين أن : $(\forall x > 0) \ : \ Arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2} - Arctan(x)$

0,50 ن ⑤ استنتج أن : $(\forall x > 0) \ : \ \ln x = \frac{2}{\pi}\int_{\frac{1}{x}}^{x} \frac{Arctan\ (t)}{t} dt$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma