هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الإمتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة العادية 2011

مادة الرياضيات
مسلك العلوم الرياضية أ و ب
المعامل 9
مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

التمرين الأول : 4,0 ن)

الجزءان الأول و الثاني مستقلان

(I) في الحلقة الواحدية $(\mathcal{M}_3(\mathbb{R}),+,\times)$ نعتبر المصفوفتين $\mathbb{A}$ و $\mathbb{I}$ المعرفتين بما يلي :

$$\mathbb{A}=\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0\\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{-\sqrt{2}}{2} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \quad \text{و} \quad \mathbb{I}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

نضع : $\mathbb{A}^0=\mathbb{I}$ و $\mathbb{A}^1=\mathbb{A}$ و $\mathbb{A}^2=\mathbb{A}\times\mathbb{A}$ و $\forall n\in\mathbb{N}:\ \mathbb{A}^{n+1}=\mathbb{A}^n\times\mathbb{A}$

0,50 ن ① بين أن : $\forall k\in\mathbb{N}:\ \mathbb{A}^{2k}=\mathbb{I}$

0,50 ن ② بين أن المصفوفة $\mathbb{A}$ تقبل مقلوبا $\mathbb{A}^{-1}$ ينبغي تحديده.

ليكن α عددا حقيقيا موجبا قطعا .

لكل x و y من المجال $I=]\alpha,+\infty[$ نضع : $x*y=(x-\alpha)(y-\alpha)+\alpha$

0,50 ن ① (أ) بين أن : $*$ قانون تركيب داخلي في I

0,50 ن (ب) بين أن القانون $*$ تبادلي و تجميعي

0,50 ن (ج) بين أن المجموعة $(I,*)$ تقبل عنصرا محايدا يتم تحديده

0,50 ن ② بين أن المجموعة $(I,*)$ زمرة تبادلية

③ نعتبر التطبيق :

$$\varphi: I \longrightarrow \mathbb{R}_+^*,\quad x \longrightarrow \frac{1}{x-\alpha}$$

0,50 ن (أ) بين أن التطبيق φ تشاكل تقابلي من $(I,*)$ إلى $(\mathbb{R}_+^*,\times)$.

0,50 ن (ب) حل في المجموعة I المعادلة : $x^{(3)}=\alpha^3+\alpha$ بحيث : $x^{(3)}=x*x*x$

التمرين الثاني : (2,5 ن)

ليكن N العدد الصحيح الطبيعي الممثل في نظمة العد العشري بما يلي : $N=\underbrace{111\ldots11}_{\text{2010 مرة 1}}$

0,25 ن ① بين أن N يقبل القسمة على العدد 11

0,75 ن ② (أ) تحقق أن العدد 2011 أولي , و أن : $10^{2010}-1=9N$

0,50 ن (ب) بين أن العدد 2011 يقسم العدد $9N$

0,50 ن (ج) استنتج أن العدد 2011 يقسم العدد N .

0,50 ن ③ بين أن العدد N يقبل القسمة على العدد 22121 .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين الثالث : (3,5 ن) الجزءان الأول و الثاني مستقلان

(I) ليكن m عددا عقديا غير منعدم . نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z :

$$(E_m) : z^2 + [(1-i)m - 4]z - im^2 - 2(1-i)m + 4 = 0$$

0,50 ن ① تحقق أن العدد $z_1 = 2 - m$ حل للمعادلة (E_m) .

② ليكن z_2 الحل الثاني للمعادلة (E_m) .

0,50 ن ⓐ بين أن $z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow im^2 + 2(1-i) - 3 = 0$

1,00 ن ⓑ حدد قيمتي m بحيث $z_1 z_2 = 1$

(II) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر التطبيق S الذي يربط النقطة M التي لحقها z بالنقطة M' التي لحقها z' بحيث : $z' = -(z-1) + 1$

و الدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة Ω ذات اللحق $(1+i)$ و قياس زاويته $\frac{\pi}{2}$ و ليكن M'' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$.

0,25 ن ① ⓐ بين أن التطبيق S هو التماثل المركزي الذي مركزه النقطة ذات اللحق 1

0,25 ن ⓑ بين أن : $z'' = iz + 2$.

② نفترض أن النقطة M تخالف O أصل المعلم و لتكن A النقطة التي لحقها 2

0,50 ن ⓐ أحسب $\frac{z''-2}{z'-2}$ ثم استنتج طبيعة المثلث $AM'M''$

0,50 ن ⓑ حدد مجموعة النقط M بحيث تكون النقط A و Ω و M' و M'' متداورة.

التمرين الرابع : (6,5 ن) **(I)** دراسة الحلول الموجبة للمعادلة $(E) : e^x = x^n$ بحيث $n \in \mathbb{N}^*$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة : $\mathcal{D} = [0,1[\cup]1,+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{\ln x} \; ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

0,25 ن ① تحقق أنه لكل x من المجموعة $]0,1[\cup]1,+\infty[$ لدينا : $\left(e^x = x^n \Leftrightarrow n = f(x)\right)$.

0,50 ن ② بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على اليمين في 0.

1,50 ن ③ أحسب النهايات التالية ثم أوّل هندسيا النتائج المحصل عليها :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$

0,75 ن ④ أدرس تغيرات الدالة f على كل من المجالين $]0,1[$ و $]1,+\infty[$ ثم إعط جدول تغيراتها.

0,50 ن ⑤ بين أن $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف يتم تحديد زوج احداثيتها.

0,50 ن ⑥ أنشيء المنحنى $(\mathscr{C})$

0,50 ن ⑦ بين أنه إذا كان $n \geq 3$ فإن المعادلة (E) تقبل بالضبط حلين اثنين α_n و b_n بحيث $1 < \alpha_n < e < b_n$.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

(II) دراسة تقارب المتتاليتين $(\alpha_n)_{n\geq 3}$ و $(b_n)_{n\geq 3}$.

0,50 ن ① بين أن $(\forall n \geq 3)$: $b_n \geq n$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(b_n)_{n\geq 3}$

0,50 ن ② (أ) بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 3}$ تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة .

0,50 ن (ب) بين أن $(\forall n \geq 3)$: $\frac{1}{n} < ln(\alpha_n) < \frac{e}{n}$ ثم استنتج نهاية المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 3}$.

0,50 ن (ج) بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} (\alpha_n)^n = e$

التمرين الخامس: (3,5 ن)

نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $F(x) = e^{-x^2}\int_0^x e^{-t^2}dt$

0,50 ن ① (أ) بين أن : $(\forall x \geq 0)$: $0 \leq F(x) \leq xe^{-x^2}$.

0,50 ن (ب) بين أن : $(\forall x \geq 1)$: $e^{-x^2} \leq e^{-x}$ ثم استنتج نهاية الدالة F عند $+\infty$.

0,50 ن ② بين أن : F قابلة للإشتقاق على $[0,+\infty[$ و أن : $(\forall x \geq 0)$: $F'(x) = e^{-2x^2} - 2xF(x)$.

③ نعتبر الدالة العددية G المعرفة على $[0,\frac{\pi}{2}]$ بما يلي : $\begin{cases} G(x) = F(\tan x) \\ G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$

0,25 ن (أ) بين أن الدالة G متصلة على اليسار في $\frac{\pi}{2}$.

0,75 ن (ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي c ينتمي إلى المجال $]0,+\infty[$ بحيث : $F'(c) = 0$ و أن $F(c) = \frac{1}{2c}e^{-2c^2}$.

(يمكن تطبيق مبرهنة رول بالنسبة للدالة G على المجال $[0,\frac{\pi}{2}]$)

④ نعتبر الدالة العددية H المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $H(x) = F'(x)\frac{e^{x^2}}{2x}$

0,50 ن (أ) بين أن الدالة H تناقصية قطعا على المجال $]0;+\infty[$.

0,50 ن (ب) استنتج أن العدد c وحيد ثم إعط جدول تغيرات الدالة F .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma