



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الإستدراكية 2010
الموضوع



الصفحة
1
4

9	المعامل:	RS24	الرياضيات	المادة:
4	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)		الشعب(ة) أو المسلك :

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع ساعات.
- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة جميعها مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنىات الجبرية.
- التمرين الثاني يتعلق بالأعداد العقدية.
- التمرين الثالث يتعلق بحساب الاحتمالات.
- المسألة تتعلق بالتحليل.

لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة القابلة للبرمجة

التمرين الأول: (3 نقط)

نذكر أن $(M_3(\mathbb{R}), +, \times)$ حلقة واحدة غير تبادلية.

$$E = \left\{ M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ x^2 & 2x & 1 \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R} \right\} \text{ : نعتبر المجموعة :}$$

(1) بين أن E جزء مستقر في $(M_3(\mathbb{R}), \times)$ 0.5

(2) أ- بين أن التطبيق φ الذي يربط العدد الحقيقي x بالمصفوفة $M(x)$ تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R}, +)$ نحو $(E, \times)$. 0.5

ب- استنتج أن $(E, \times)$ زمرة تبادلية. 0.5

ج- حدد $M^{-1}(x)$ مقلوب المصفوفة $M(x)$ حيث x عدد حقيقي. 0.5

د- حل في المجموعة E المعادلة : $A^5 X = B$ حيث : $A = M(2)$ و $B = M(12)$ و $A^5 = \underbrace{A \times A \times \dots \times A}_{5 \text{ مرات}}$ 0.5

(3) بين أن المجموعة : $F = \{ M(\ln(x)) / x \in \mathbb{R}_+^* \}$ زمرة جزئية للزمرة $(E, \times)$. 0.5

التمرين الثاني: (4 نقط)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم و مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

(1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 4iz - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$ 0.5

أ- تحقق أن العدد العقدي $a = 1 + i(2 - \sqrt{3})$ حل للمعادلة (E) 0.5

ب- استنتج b الحل الثاني للمعادلة (E) 0.5

(2) أ- بين أن : $a^2 = 4(2 - \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{6}}$ 0.5

ب- اكتب العدد a على الشكل المثلثي. 0.75

(3) نعتبر النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي a و b و $c = 2i + 2e^{i\frac{\pi}{7}}$

لتكن (Γ) الدائرة التي أحد أقطارها $[AB]$

أ - حدد ω لحق النقطة Ω مركز الدائرة (Γ) 0.5

ب - بين أن النقطتين O و C تنتميان للدائرة (Γ) 0.5

ج- بين أن العدد العقدي $\frac{c-a}{c-b}$ تخيلي صرف. 0.75

التمرين الثالث: (3 نقط)

يحتوي صندوق على 10 كرات بيضاء و كرتين حمراوين .
نسحب الكرات من الصندوق الواحدة تلو الأخرى بدون إحلال إلى أن نحصل لأول مرة على كرة بيضاء
ثم نوقف التجربة .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات المسحوبة.

(1) أ- حدد مجموعة قيم المتغير العشوائي X 0.25

الصفحة 3 4	RS24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2010 - الموضوع - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)
		0.5 ب- احسب احتمال الحدث $[X = 1]$ 0.5 ج- بين أن : $p[X = 2] = \frac{5}{33}$ 0.5 د- احسب احتمال الحدث $[X = 3]$ 0.5 (2) أ- بين أن : $E(X) = \frac{13}{11}$. حيث $E(X)$ هو الأمل الرياضي للمتغير العشوائي (X) 0.75 ب- احسب $E(X^2)$ ثم استنتج قيمة $V(X)$. حيث $V(X)$ هي مغايرة المتغير العشوائي (X)
		مسألة: (10 نقط) I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I = [0, 1]$ بما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{1}{1 - \ln(1 - x)} & ; \quad 0 \leq x < 1 \\ f(1) = 0 \end{cases}$ و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. 0.5 (1) بين أن الدالة f متصلة على اليسار في 1 0.5 (2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في 1 0.75 (3) أدرس تغيرات الدالة f على المجال I ثم أعط جدول تغيراتها. 0.5 (4) أ- بين أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف وحيدة أفصولها $\frac{e-1}{e}$ 0.75 ب- أنشئ المنحنى (C) مبرزا نصف مماسه في النقطة التي أفصولها 0 . (نأخذ $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2cm$) 0.5 (5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال I يحقق : $f(\alpha) = \alpha$ 0.25 (6) أ- بين أن الدالة f تقابل من المجال I نحو I . 0.5 ب- حدد $f^{-1}(x)$ لكل عنصر x من المجال I . II- نضع : $I_0 = \int_0^1 f(t)dt$ و لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n : $I_n = \int_0^1 t^n f(t)dt$ 0.75 (1) بين أن المتتالية $(I_n)_{n \geq 0}$ تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة. 0.75 (2) بين أن : $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ ($\forall n \geq 0$) ثم حدد نهاية المتتالية $(I_n)_{n \geq 0}$. III- لكل عدد حقيقي x من المجال $J = [0, 1]$ و لكل عدد صحيح طبيعي غير منعدم n نضع : $S_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} F_k(x) \text{ و } F(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{1-t} dt \text{ و } F_n(x) = \int_0^x t^n f(t)dt \text{ و } F_0(x) = \int_0^x f(t)dt$ 1 (1) بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) (\forall x \in J) F(x) - S_n(x) = \int_0^x \frac{t^{n+1} f(t)}{(1-t)} dt$

الصفحة	RS24	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2010 - الموضوع - مادة: الرياضيات - شعبة العلوم الرياضية (أ) و(ب)
4		
		(2) أ- بين أن الدالة : $x \rightarrow (1-x)(1-\ln(1-x))$ تناقصية قطعاً على المجال J 0.5 ب- استنتج أن الدالة : $t \rightarrow \frac{f(t)}{1-t}$ تزايدية قطعاً على المجال $[0, x]$ مهما يكن x من المجال J 0.5 (3) أ- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) (\forall x \in J) : 0 \leq F(x) - S_n(x) \leq \frac{1}{n+2} \left(\frac{1}{1-x} \right)$ 1 ب- استنتج أنه مهما يكن العدد x من المجال J لدينا : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n(x) = F(x)$ 0.5 (4) أ- حدد $F(x)$ من أجل $x \in J$ 0.5 ب- حدد النهاية : $\lim_{x \rightarrow 1^-} F(x)$ 0.25