هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي
المركز الوطني للتقويم و الامتحانات

الامتحان الوطني الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة العادية 2005

مادة الرياضيات
مسلك العلوم الرياضية أ و ب
المعامل 10
مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

## التمرين الأول : ( 4,5 ن )

نعتبر في $\mathbb{R}^2$ قانون التركيب الداخلي $*$ المعرف بما يلي :

$$(\forall (a,b)\epsilon\mathbb{R}^2)\ ,\quad (\forall (x,y)\epsilon\mathbb{R}^2)\ :\ (a,b)*(x,y)=\left(\frac{ax+by}{2},\frac{ay+bx}{2}\right)$$

لتكن المجموعة : $E=\left\{\left(m+\frac{1}{m}\ ;\ m-\frac{1}{m}\right)\epsilon\mathbb{R}^2/\ m\epsilon\mathbb{R}^*\right\}$

0,75 ن ① بين أن $*$ قانون تركيب داخلي في $E$ .

② ليكن $\varphi$ التطبيق المعرف على $\mathbb{R}^*$ نحو $E$ بما يلي : $(\forall m\epsilon\mathbb{R}^*)\ ;\ \varphi(m)=\left(m+\frac{1}{m}\ ;m-\frac{1}{m}\right)$

0,50 ن (أ) بين أن $\varphi$ تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R}^*,\times)$ نحو $(E,*)$ .

0,75 ن (ب) استنتج أن $(E,*)$ زمرة تبادلية محددا عنصرها المحايد .

و مماثل كل عنصر $\left(m+\frac{1}{m}\ ;m-\frac{1}{m}\right)$ حيث $m$ عدد حقيقي غير منعدم .

نعتبر المجموعة $F=\{(x\ ,y)\epsilon\mathbb{R}^2\ ;\ x\geq 2\ \text{و}\ y^2=x^2-4\}$ .

1,00 ن (أ) بين أن : $F=\left\{\left(m+\frac{1}{m}\ ;\ m-\frac{1}{m}\right)\ \epsilon\ \mathbb{R}^2/\ m>0\right\}$

1,00 ن (ب) بين أن : $(F,*)$ زمرة جزئية من $(E,*)$ .

## التمرين الثاني : ( 3,0 ن )

**(I)** $p$ عدد صحيح طبيعي أولي أكبر أو يساوي 5

0,50 ن ① بين أن : $p^2\equiv 1[3]$ .

0,50 ن ② (أ) باستعمال زوجية العدد $p$ بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي $q$ بحيث : $p^2-1=4q(q+1)$ .

0,50 ن (ب) استنتج أن : $p^2\equiv 1[8]$ .

0,50 ن ③ بين أن : $p^2\equiv 1[24]$ .

**(II)** ليكن $a$ عددا صحيحا طبيعيا أوليا مع العدد 24

0,50 ن ① بين أن : $a^2\equiv 1[24]$ .

0,50 ن ② هل توجد أعداد صحيحة طبيعية $a_1\ ,a_2\ ,\cdots,a_{23}$ حيث :

$$\forall k\epsilon\{1,2,\ldots,23\}\ ;\ a_k\wedge 24=1 \quad \text{و} \quad {a_1}^2+{a_2}^2+\cdots+{a_{23}}^2=23997$$



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

## التمرين الثالث : ( 8,5 ن )

**(I)** نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} f(x) = (x+2)e^{\frac{-2}{x}} & ; \ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

ليكن $(\mathscr{C}_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، (الوحدة $2cm$ )

0,25 ن ① (أ) بين أن $f$ متصلة على اليمين في 0 .

0,25 ن (ب) بين أن $f$ قابلة للإشتقاق على اليمين في 0 .

0,50 ن (ج) بين أن $f$ تزايدية قطعا على $[0,+\infty[$ .

0,25 ن ② (أ) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0,50 ن (ب) بين أن : $(\forall t \geq 0) \ ; \ 0 \leq e^{-t} + t - 1 \leq \frac{t^2}{2}$

0,50 ن (ج) بين أن : $(\forall x > 0); \ \frac{-4}{x} \leq f(x) - x \leq \frac{4}{x^2} - \frac{2}{x}$

0,25 ن (د) استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مقاربا مائلا $(\Delta)$ ينبغي تحديد معادلته .

0,50 ن ③ أنشئ المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ .

**(II)** $n$ عدد صحيح طبيعي غير منعدم .

نعتبر الدالة العددية $f_n$ المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} f_n(x) = \left(x + \frac{2}{n}\right)e^{\frac{-2}{x}} & ; \ x > 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$

0,25 ن ① بين أن $f_n$ قابلة للإشتقاق على اليمين في 0.

0,50 ن ② أدرس تغيرات الدالة $f_n$ على المجال $[0,+\infty[$ .

0,50 ن ③ (أ) بين أن لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$ ، المعادلة : $f_n(x) = \frac{2}{n}$ تقبل حلا وحيدا $a_n$ في المجال $]0,+\infty[$ .

0,50 ن (ب) بين أن : $(\forall x > 0), (\forall n \epsilon \mathbb{N}^*) \ ; \ f_{n+1}(x) - \frac{2}{n+1} > f_n(x) - \frac{2}{n}$

0,75 ن (ج) استنتج أن المتتالية $(a_n)$ تناقصية ثم بين أن $(a_n)$ متقاربة .

نضع : $a = \lim\limits_{\infty} a_n$

0,50 ن (د) بين أن : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}^*) \ ; \ na_n = 2e^{\frac{2}{a_n}} - 2$

0,50 ن (هـ) بين أن : $a = 0$ .



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

**(III)** نعتبر الدالة العددية $F$ المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي : $F(x)=\int_x^{2x} f(t)dt$

( بحيث $f$ هي الدالة المعرفة في الجزء الأول )

0,25 ن ① (أ) بين أن : $xf(x)\leq F(x)\leq xf(2x)$ ; $(\forall x>0)$ .

0,25 ن (ب) أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$

0,50 ن ② (أ) بين أن $F$ قابلة للإشتقاق على المجال : $[0,+\infty[$ .

0,75 ن (ب) بين أن : $\begin{cases} F'(x)=e^{\frac{-2}{x}}\left((x+2)\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)+(3x+2)e^{\frac{1}{x}}\right) ; \ x>0 \\ F'_d(0)=0 \end{cases}$

( $F'_d(0)$ هو العدد المشتق للدالة $F$ على اليمين في 0 )

0,50 ن ③ إعط جدول تغيرات الدالة $F$ .

**التمرين الرابع : ( 4,5 ن )**

لكل عدد عقدي $z$ مخالف للعدد $-1$ نضع : $f(z)=\dfrac{iz-1}{(z+1)^2}$

0,25 ن ① (أ) حدد العدد الحقيقي $y$ بحيث : $f(iy)=iy$ .

1,00 ن (ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): f(z)=z$ .

نرمز بـ $z_0$ و $z_1$ و $z_2$ لحلول المعادلة $(E)$ حيث : $\begin{cases} \Re e(z_1)>Re(z_2) \\ \Re e(z_0)=0 \end{cases}$

0,50 ن ② (أ) تحقق أن : $z_1+1=e^{i\frac{11\pi}{6}}$ و $z_2+1=e^{i\frac{7\pi}{6}}$

0,75 ن (ب) استنتج الكتابة المثلثية لكل من $z_1$ و $z_2$

③ في هذا السؤال نفترض أن : $z=e^{i\alpha}$ حيث $0\leq\alpha<\pi$

0,50 ن (أ) بين أن : $\overline{f(z)}=izf(z)$ .

0,25 ن (ب) حدد $\alpha$ إذا علمت أن : $f(z)+\overline{f(z)}=0$ .

0,75 ن (ج) أكتب $f(z)$ على الشكل $f(z)=re^{i\varphi}$ حيث : $(r,\varphi)\epsilon\mathbb{R}_+^*\times\mathbb{R}$ .

0,50 ن ④ حدد $z$ إذا علمت أن : $|z|=1$ و $\Re e\left(f(z)\right)=\frac{1}{2}$ .



للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma