هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

الإمتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا الدورة العادية 2003	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي المركز الوطني للتقويم و الإمتحانات	مادة الرياضيات مسلك العلوم الرياضية أ و ب المعامل 10 مدة الإنجاز : أربع ساعات

استعمال الحاسبة الغير القابلة للبرمجة مسموح به

التمرين الأول : (3,0 ن)

نعتبر في $(\mathbb{N}^*)^2$ المعادلة (E) الآتية : $(E)\ :\ x^2(x^2+7)=y(2x+y)$

ليكن (x,y) عنصرا من $(\mathbb{N}^*)^2$ و ليكن δ القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y

نضع : $x=\delta a$ و $y=\delta b$

① نفترض أن (x,y) حل للمعادلة (E) .

0,50 ن (أ) تحقق أن : $a^2(\delta^2a^2+7)=b(2a+b)$

0,50 ن (ب) إستنتج أنه يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث : $\delta^2a^2+7=kb$ و $2a+b=ka^2$

0,50 ن (ج) بين أن : $a=1$

0,75 ن (د) إستنتج أن : $(b+1)^2=\delta^2+8$

0,75 ن ② حل في $(\mathbb{N}^*)^2$ المعادلة (E) .

التمرين الثاني : (3,5 ن)

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر المنحنى (E) الذي معادلته : $y=\frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$

0,50 ن ① (أ) بين أن (E) جزء من إهليلج يتم تحديده.

0,50 ن (ب) أرسم المنحنى (E) .

0,75 ن ② لتكن A و B النقطتين اللتين زوجا إحداثيتيهما على التوالي هما : $(4;0)$ و $(0;3)$

نعتبر النقطة M_1 من (E) التي أفصولها x_1 حيث x_1 ينتمي إلى المجال $[0;4]$.

نضع : $x_1=4\cos(t_1)$ حيث : $0\le t_1\le\frac{\pi}{2}$ و نعتبر التكامل الآتي : $I(x_1)=\frac{3}{4}\int_{x_1}^{4}\sqrt{16-x^2}\,dx$

1,00 ن (أ) باستعمال المكاملة بتغيير المتغير و ذلك بوضع $x=4\cos(t)$ حيث : $0\le t\le\frac{\pi}{2}$

بين أن : $I(x_1)=6t_1-3\sin(2t_1)$

0,75 ن (ب) لتكن $S(x_1)$ مساحة السطح المحصور بين المستقيمين (OA) و (OM_1) و المنحنى (E) .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

و لتكن S مساحة السطح المحصور بين المستقيمين (OA) و (OB) و المنحنى (E)

0,25 ن (ب) تحقق أن أرتوب النقطة M_1 هو $3\sin(t_1)$

0,25 ن (ج) أحسب $S(x_1)$ بدلالة t_1 .

0,25 ن (د) إستنتج قيمة S .

0,25 ن (و) بين أن : $S(x_1) = \frac{1}{2}S \iff t_1 = \frac{\pi}{4}$

0,25 ن (هـ) حدد إحداثيتي M_1 في المعلم $(O;\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ في حالة : $t_1 = \frac{\pi}{4}$

التمرين الثالث : (4,5 ن)

الجزء الأول لكل (a,b) من $\mathbb{R}^2$ نعتبر المصفوفة : $M_{(a,b)} = \begin{pmatrix} a+b & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ في $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$

لتكن E مجموعة المصفوفات الآتية : $E = \{M_{(a,b)} \ / \ (a,b)\epsilon\mathbb{R}^2\}$

نذكر أن $(\mathscr{M}_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية.

0,75 ن ① بين أن E جزء مستقر من $(\mathscr{M}_2(\mathbb{R}),+)$ و من $(\mathscr{M}_2(\mathbb{R}),\times)$

0,25 ن ② بين أن : $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية واحدية.

0,50 ن ③ (أ) بين أن لكل عددين حقيقيين x و y لدينا : $(x^2+xy+y^2=0) \iff (x=y=0)$

0,25 ن (ب) حدد العناصر التي تقبل مقلوبا في الحلقة $(E,+,\times)$

0,50 ن (ج) إستنتج أن : $(E,+,\times)$ جسم تبادلي .

الجزء الثاني ليكن σ عددا عقديا لا ينتمي إلى $\mathbb{R}$.

0,25 ن ① بين أن $(1,\sigma)$ أساس للفضاء المتجهي الحقيقي $(\mathbb{C},+,\cdot)$

0,75 ن ② نعتبر التطبيق ψ المعرف من E نحو $\mathbb{C}$ بما يلي :

$$\begin{array}{rccc} \psi & : & E & \to & \mathbb{C} \\ & & M_{(a,b)} & \to & a+\sigma b \end{array}$$

بين أن ψ تشاكل تقابلي من $(E,+)$ نحو $(\mathbb{C},+)$

0,75 ن ③ نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - z + 1 = 0$

حل في مجموعة الأعداد العقدية هذه المعادلة و اكتب حليها على الشكل المثلثي

0,50 ن ④ نفترض في هذا السؤال أن : $\sigma = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

بين أن ψ تشاكل من $(E,\times)$ نحو $(\mathbb{C},\times)$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين الرابع : (9,0 ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\frac{4\ln x}{x^2}-\frac{1}{2}$

$(\boldsymbol{I})$ و ليكن $(\mathscr{C})$ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدته : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\ cm$

0,50 ن ① أحسب : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(\mathscr{C})$

0,25 ن ②(أ) بين أن : $\forall\, x\in\,]0;+\infty[\ ;\ f'(x)=4\left(\frac{1-2\ln x}{x^3}\right)$

0,75 ن (ب) إعط جدول تغيرات الدالة f .

0,75 ن ③ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين α و β بحيث : $1<\alpha<\sqrt{e}<\beta<3$

0,50 ن ④ حدد معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة التي أفصولها 1

0,75 ن ⑤ أرسم $(\mathscr{C})$

0,25 ن $(\boldsymbol{II})$ ① بين أن : $\forall\, t\in[0;+\infty[\ ;\ 1-t\le\frac{1}{1+t}\le 1$

0,50 ن ② استنتج أن : $\forall\, a\in[0;+\infty[\ ;\ a-\frac{a^2}{2}\le\ln(1+a)\le a$

$(\boldsymbol{III})$ لكل عدد صحيح n بحيث $n\ge 4$ نعتبر الدالة f_n المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $f_n(x)=\frac{n\ln x}{x^2}-\frac{1}{2}$

و ليكن $(\mathscr{C}_n)$ المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد ممنظم .

0,50 ن ① أدرس تغيرات الدالة f_n .

0,50 ن ② أدرس تقعر المنحنى $(\mathscr{C}_n)$ و بين أنه يقبل نقطة انعطاف أفصولها $e^{\frac{5}{6}}$

0,25 ن ③(أ) قارن $f_n(x)$ و $f_{n+1}(x)$ حسب قيم x .

0,25 ن (ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنيين $(\mathscr{C}_n)$ و $(\mathscr{C}_{n+1})$.

0,50 ن ④ بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين u_n و v_n بحيث : $1<u_n<\sqrt{e}<v_n$

0,50 ن ⑤ بين أن $(u_n)_{n\ge 4}$ متتالية تناقصية قطعا مستعملا نتيجة السؤال ③

0,25 ن ⑥(أ) باستعمال (II) ②بين أن : $(\forall n\ge 4)\ ;\ \frac{(u_n-1)(3-u_n)}{2}\le\ln(u_n)\le u_n-1$

0,25 ن (ب) استنتج أن : $(\forall n\ge 4)\ ;\ \frac{(u_n)^2}{2n}\le u_n-1\le\frac{(u_n)^2}{n(3-u_n)}$

0,25 ن (ج) بين أن : $(\forall n\ge 4)\ ;\ \frac{1}{2n}\le u_n-1\le\frac{e}{n}$

0,50 ن (د) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\ge 4}$ متقاربة محددا نهايتها

0,50 ن ⑦(أ) بين أن : $(\forall n\ge 4)\ ;\ e^{\frac{5}{6}}<v_n$

0,50 ن (ب) استنتج أن : $\lim\limits_{n\infty} v_n=+\infty$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma