

## Physique 12 : Le pendule pesant

### 1. Qu'est-ce qui caractérise un pendule pesant et un pendule simple ?

Depuis l'époque de GALILÉE jusqu'au début du  $xx^e$  siècle, les pendules ont fait l'objet d'études approfondies, car ils ont constitué l'organe essentiel des horloges de précision.

#### 1.1 Du pendule pesant au pendule simple

Des solides suspendus, tels le balancier d'une horloge [Doc. 1] ou une balançoire, peuvent osciller de part et d'autre de leur position d'équilibre : ce sont des pendules pesants.

Le pendule simple, étudié en classe de Seconde, est constitué d'un solide de masse  $m$ , de petites dimensions, suspendu à un fil inextensible, de masse négligeable devant  $m$  et de longueur  $\ell$  très supérieure aux dimensions du solide. C'est une modélisation du pendule pesant.

#### 1.2 Caractéristiques des oscillations

La position du pendule est repérée par l'angle orienté  $\theta$  entre la verticale passant par le point de suspension  $O$  et la direction du fil [Doc. 2].

$\theta$  est appelé l'élongation angulaire.

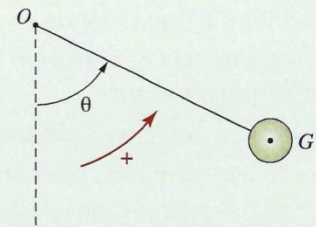
Le pendule oscille dans un plan vertical, de part et d'autre de sa position d'équilibre qui correspond à  $\theta = 0$ . L'angle  $\theta$  prend successivement des valeurs positives et négatives.

L'amplitude  $\theta_m$  du mouvement est l'élongation angulaire maximale.

Une oscillation est le mouvement effectué par le pendule entre deux passages consécutifs et dans le même sens, par une position donnée du pendule.



Doc. 1 Le balancier de cette horloge est un pendule pesant.



Doc. 2 L'angle orienté  $\theta$ , entre la verticale passant par  $O$  et la direction du fil, est l'élongation angulaire.

### Activité 1

#### Comment évolue l'élongation angulaire d'un pendule simple en fonction du temps ?

Relier l'extrémité supérieure du fil d'un pendule simple à un potentiomètre rotatif qui permet d'enregistrer l'élongation angulaire du pendule en fonction du temps [Doc. 3].

Décrire le mouvement du pendule.

#### > Interprétation

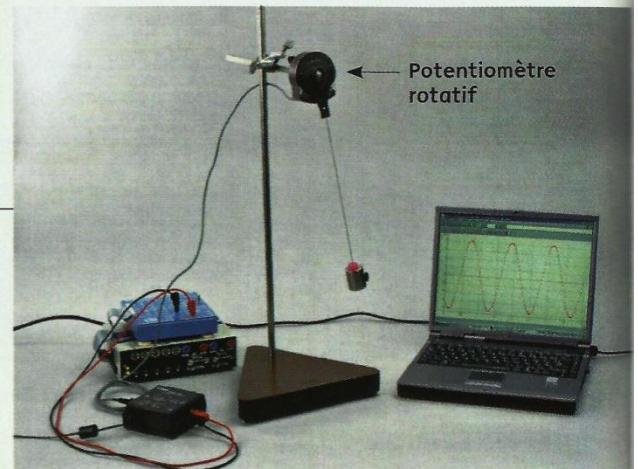
Pour un nombre d'oscillations peu important, l'amplitude  $\theta_m$  des oscillations reste quasiment constante. On dit que le mouvement n'est pas amorti.

L'évolution de l'élongation  $\theta$  en fonction du temps est périodique [Doc. 4].

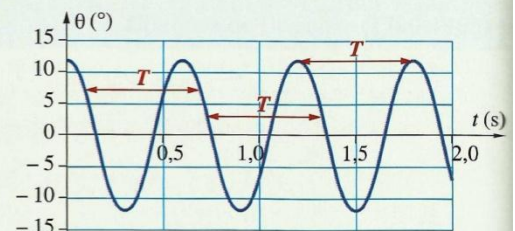
La période  $T$  est la durée d'une oscillation. Elle se mesure en seconde (s).

La fréquence, définie par  $f = \frac{1}{T}$ , se mesure en hertz (Hz). Elle correspond au nombre d'oscillations par seconde.

> Pour s'entraîner : Ex. 2



Doc. 3 Ce dispositif permet d'enregistrer le mouvement du pendule, grâce à un potentiomètre rotatif.



Doc. 4 Variation de l'élongation  $\theta$  en fonction du temps.  $T$  représente la durée d'une période.



## 2. De quels paramètres dépend la période d'un pendule simple ?

### 2.1 Résultats expérimentaux

Les expériences réalisées en *Travaux Pratiques*, page 281, permettent d'énoncer les trois lois suivantes.

#### > Loi d'isochronisme des petites oscillations

La période des oscillations d'un pendule ne dépend pas de l'amplitude, à condition que celle-ci reste petite.

Lorsque l'amplitude des oscillations d'un pendule simple est inférieure à  $20^\circ$  environ, la période  $T$  est pratiquement indépendante de l'amplitude  $\theta_m$  du mouvement.

#### > Loi des masses

GALILÉE a remarqué que deux lustres suspendus à des chaînes de même longueur oscillent avec la même période, malgré leur différence de poids (voir l'activité préparatoire A, page 275). La période d'un pendule est donc indépendante de sa masse.

Pour des oscillations de faible amplitude, des pendules simples, de même longueur mais de masses différentes, oscillent avec la même période [Doc. 5].

La période  $T$  des oscillations d'un pendule simple est indépendante de la masse  $m$  du pendule.

#### > Loi des longueurs

La période  $T$  des oscillations d'un pendule simple dépend de sa longueur  $\ell$ . Elle est d'autant plus grande que sa longueur est importante [Doc. 6].

La période des oscillations de faible amplitude d'un pendule simple est proportionnelle à la racine carrée de la longueur du pendule.

### 2.2 Expression de la période

La période des petites oscillations d'un pendule simple est donnée par l'expression :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

avec  $T$  en seconde (s),  $\ell$  en mètre (m) et  $g$ , l'intensité de la pesanteur, en mètre par seconde au carré ( $m \cdot s^{-2}$ ).

Cette période est appelée période propre, souvent notée  $T_0$ .

### Exercice d'entraînement

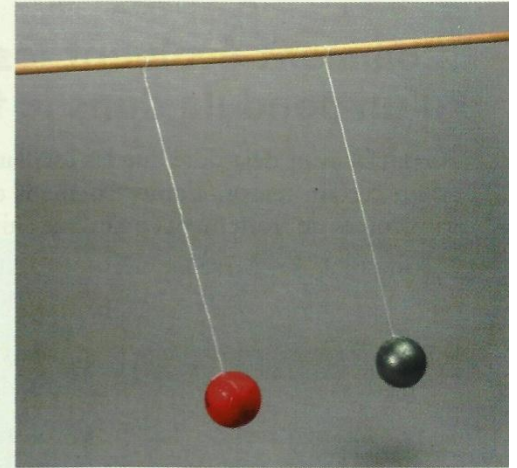
Vérifier l'homogénéité de l'expression  $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ .  
 $\frac{\ell}{g}$  s'exprime en  $\frac{m}{m \cdot s^{-2}}$  c'est-à-dire en  $s^2$ .

> Pour s'entraîner : Ex. 4 et 5

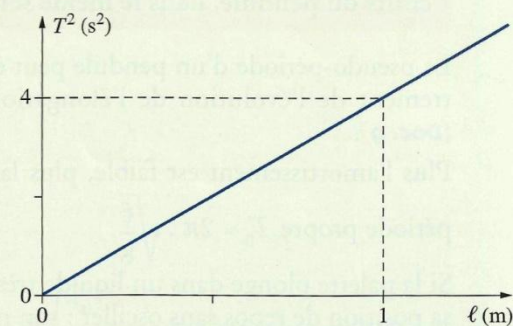
$\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  s'exprime donc en seconde et est donc homogène à un temps.

Le coefficient  $2\pi$  n'ayant pas de dimension,  $2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$  est bien homogène à un temps, comme la période  $T$ .

Cette expression est donc homogène.



Doc. 5 Ces pendules de même longueur comportent une boule de fer et une boule de bois. Leurs masses sont différentes, mais ils oscillent avec la même période.



Doc 6. Le graphique montre que  $T^2$  est proportionnel à  $\ell$ , donc  $T$  est proportionnel à  $\sqrt{\ell}$ .



### 3. Comment évoluent les oscillations libres d'un pendule dans le temps ?

GALILÉE avait déjà noté que les oscillations d'un pendule cessaient au bout d'un certain temps. L'amortissement du mouvement est dû, entre autres, aux forces de frottements qu'exerce l'air sur le pendule.

Étudions le mouvement d'un pendule soumis à des forces de frottement importantes.

#### Activité 2

**Quelle est l'influence des frottements sur l'évolution de l'élongation angulaire d'un pendule ?**

- Reprendre l'activité 1 en utilisant un pendule, muni d'une palette pour obtenir des forces de frottements importantes [Doc. 7].
- Recommencer l'expérience en plongeant la palette dans l'eau.

*Décrire le mouvement du pendule.*

#### > Observation

L'amplitude  $\theta_m$  des oscillations diminue au cours du temps [Doc. 8] : les oscillations sont amorties. L'amortissement est plus important dans l'eau que dans l'air.

Le passage du pendule par sa position d'équilibre est périodique.

#### > Interprétation

Ce mouvement oscillatoire, qui ne se reproduit pas identiquement au cours du temps (l'amplitude diminue), est dit **pseudo-périodique**.

**La pseudo-période est la durée  $T$  qui sépare deux passages consécutifs du pendule, dans le même sens, par la position de repos.**

La pseudo-période d'un pendule peut être déterminée à partir de l'enregistrement de l'évolution de l'élongation angulaire en fonction du temps [Doc. 9].

Plus l'amortissement est faible, plus la pseudo-période  $T$  est proche de la

période propre  $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ .

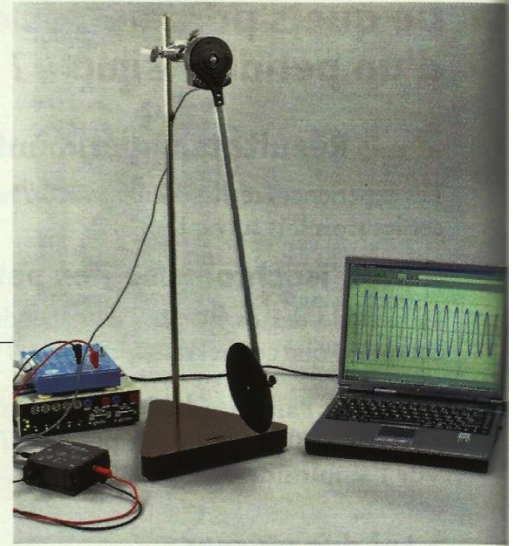
Si la palette plonge dans un liquide très visqueux, le pendule peut revenir à sa position de repos sans osciller : son mouvement est alors **apériodique**.

**Le mouvement d'un pendule peu amorti est pseudo-périodique.**

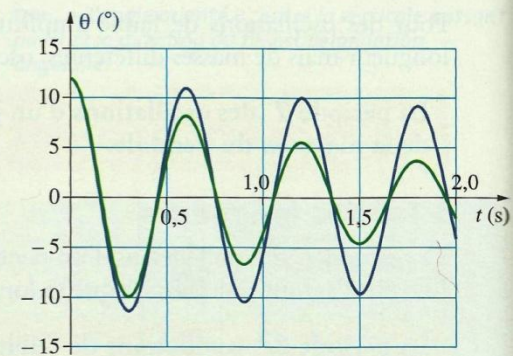
**Le mouvement est apériodique lorsque les frottements sont très importants.**

En pratique, les frottements sont inéluctables et même s'ils sont très faibles, le mouvement est pseudo-périodique. Les horloges à balanciers disposent donc nécessairement d'un dispositif qui, par apport d'énergie, va entretenir les oscillations. Ce dispositif peut être soit un système mécanique à ressort, soit un système électrique.

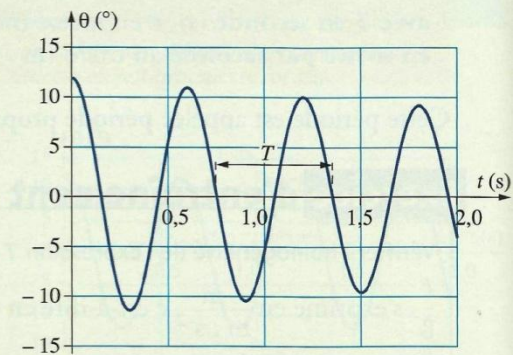
> Pour s'entraîner : Ex. 6



Doc. 7 Dispositif expérimental.



Doc. 8 Mouvements amortis pseudo-périodiques d'un même pendule pour deux amortissements différents.



Doc. 9 Sur cet enregistrement, la pseudo-période vaut environ  $T = 0,6$  s.



## 4. Comment mettre un pendule en oscillations forcées ?

Dans l'activité préparatoire B, page 275, si le personnage pousse périodiquement selon la période de la balançoire, l'amplitude des oscillations augmente.

### Activité 3

#### Quel est le comportement d'un pendule asservi, selon la fréquence qui lui est imposée ?

Le dispositif d'étude comporte un pendule constitué d'un disque pesant fixé à une tige.

À la partie supérieure de la tige est soudé un arc en fer pouvant pénétrer dans une bobine [Doc. 10].

Cette bobine est alimentée par un générateur qui délivre des impulsions de courant, de courte durée et de période  $T_E$ .

À chaque impulsion, l'arc en fer subit une force magnétique attractive de la part de la bobine.

- Déterminer la période propre  $T_0$  des oscillations en l'absence de courant dans la bobine.

- Faire varier la période de l'excitateur,  $T_E$ , de  $\frac{T_0}{2}$  à  $2T_0$ .

- Accroître l'amortissement du pendule à l'aide du dispositif de freinage, puis recommencer l'expérience.

1. Comparer  $T$  et  $T_E$ .

2. Pour quelle valeur de  $T_E$  l'amplitude  $\theta_m$  des oscillations est-elle maximale ?

3. Quelle est l'influence de l'amortissement ?

#### > Observation

La période  $T$  des oscillations du pendule est toujours égale à la période  $T_E$  de la force magnétique.

L'amplitude  $\theta_m$  :

- est maximale lorsque  $T_E$  est voisin de la période propre  $T_0$  des oscillations du pendule [Doc. 11];

- est d'autant plus grande que l'amortissement est faible.

#### > Interprétation

Le dispositif (bobine-générateur) est appelé **excitateur**.

Le pendule mis en oscillations forcées est appelé **résonateur**.

Lorsque  $T_E$  est voisin de  $T_0$ , l'amplitude  $\theta_m$  est maximale : il y a **résonance**.

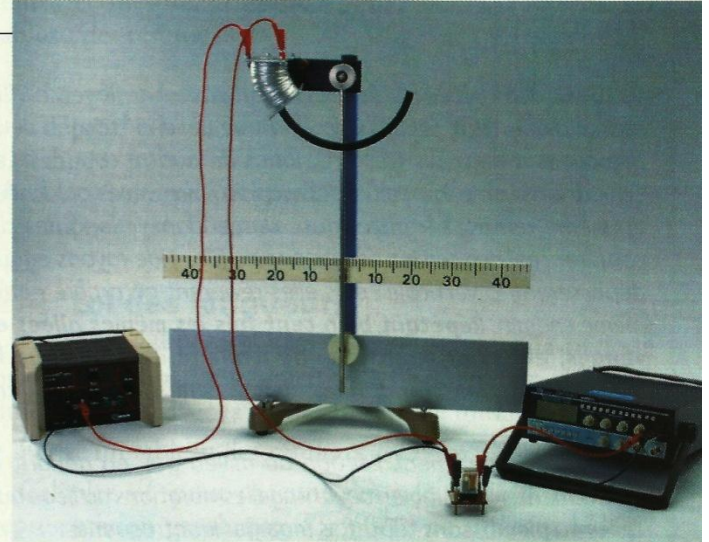
L'amplitude  $\theta_m$  des oscillations est d'autant plus grande que l'amortissement est faible : la résonance est alors dite **aiguë**.

Si l'amortissement est très important, la résonance disparaît :  $\theta_m$  ne passe plus par un maximum.

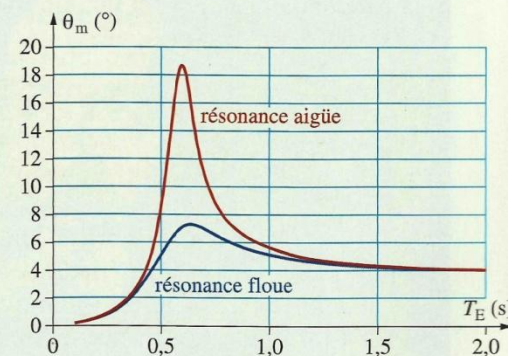
**Lorsqu'un pendule est soumis à des actions périodiques d'un système excitateur :**

- la période des oscillations forcées est imposée par l'excitateur ;
- à la résonance, l'amplitude des oscillations du résonateur est maximale. Pour un oscillateur peu amorti, la résonance a lieu pour une période voisine de sa période propre.

> Pour s'entraîner : Ex. 7



Doc. 10 Le dispositif expérimental.



Doc. 11 Courbes théoriques donnant les variations de l'amplitude  $\theta_m$  en fonction de la période  $T_E$  pour différents amortissements.