

### EXERCICE 1

10 min

On considère un point M leurs coordonnées dans un repère sont :  $\vec{OM} = 2t^2 \vec{i} + (3t + 5) \vec{j}$

- ① Déterminer la distance OM à  $t=0$  ?
- ② Déterminer l'expression du vecteur vitesse et calculer leur module à  $t=0$  ?
- ③ Déterminer l'expression du vecteur accélération et calculer leur module ?

### EXERCICE 2

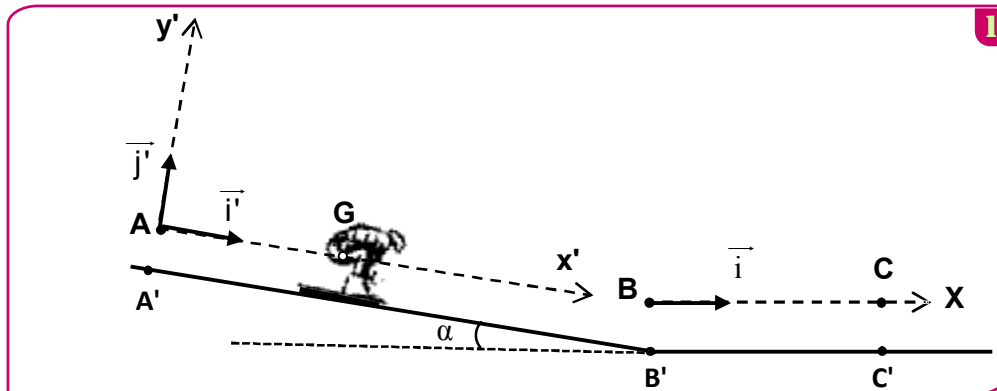
30 min

Le ski, comme sport, est considéré parmi les meilleures activités de loisir pendant l'hiver; c'est un sport d'aventure, de consistance physique, et de souplesse.

On se propose d'étudier dans cette partie, le mouvement du centre d'inertie d'un skieur avec ses accessoires sur une piste de ski.

Un skieur glisse sur une piste de ski, constituée par deux parties:

- Une partie A'B' rectiligne et inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale.
- Une partie B'C' rectiligne et horizontale (voir figure).



#### Données :

- $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  ;
- Masse totale du skieur et ses accessoires :  $m = 65 \text{ kg}$  ;
- Angle d'inclinaison:  $\alpha = 23^\circ$  ;
- On néglige la résistance de l'air.

#### 1- Etude du mouvement sur le plan incliné :

On étudie le mouvement du centre d'inertie G du système (S), constitué par le skieur et ses accessoires, dans le repère  $(A, \vec{i}, \vec{j})$  lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

Le système (S) se met en mouvement sans vitesse initiale depuis le point A, confondu avec G à l'instant  $t=0$ , origine des dates.

Le mouvement de G se fait suivant la ligne de plus grande pente du plan incliné AB. ( $AB = A'B'$ )

Le contact entre le plan incliné et le système (S) se fait avec frottements. La force de frottements est constante d'intensité  $f = 15 \text{ N}$ .

- ① En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle vérifiée par la vitesse  $v_G$  du mouvement de G s'écrit sous forme  $\frac{dv_G}{dt} = g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m}$ .
- ② La solution de cette équation différentielle est de la forme :  $v_G(t) = b \cdot t + c$ . Déterminer les valeurs de  $b$  et de  $c$ .
- ③ Déduire la valeur de  $t_B$ , l'instant de passage du centre d'inertie G par la position B avec une vitesse égale à  $90 \text{ km.h}^{-1}$ .
- ④ Trouver l'intensité R de la force exercée par le plan incliné sur le système (S).

#### 2- Etude du mouvement sur le plan horizontal :

Le système (S) continue son mouvement sur le plan horizontal B'C' pour s'arrêter à la position C'. Le contact entre le plan horizontal et le système (S) se fait avec frottements. La force de frottements est constante d'intensité  $f'$ .

Le mouvement de G est étudié dans le repère horizontal  $(B, \vec{i})$  lié à un référentiel terrestre considéré galiléen.

Le centre d'inertie  $G$  passe par le point  $B$  avec une vitesse de  $90 \text{ km.h}^{-1}$  à un instant considéré comme nouvelle origine des dates.

- ① En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver l'intensité  $f'$  sachant que la composante horizontale du vecteur accélération du mouvement de  $G$  est  $a_x = -3 \text{ m.s}^{-2}$ .
- ② Déterminer  $t_c$ , l'instant d'arrêt du système.
- ③ Déduire la distance  $BC$  parcourue par  $G$ .

### EXERCICE 3

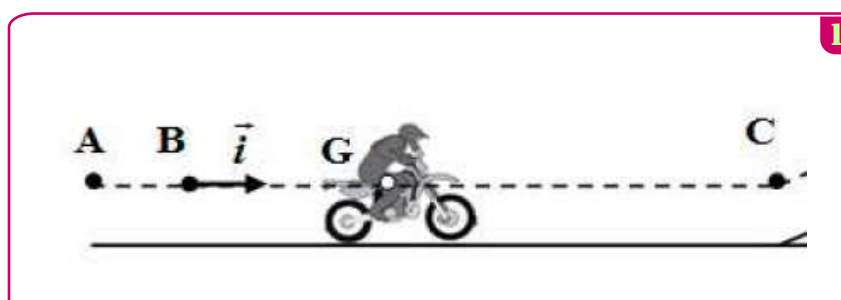
30 min

Le saut en longueur avec moto est considéré parmi les sports motivant, attirant et défiant pour dépasser certains obstacles naturels et artificiels.

Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement du centre d'inertie  $G$  d'un système  $(S)$  de masse  $m$  constitué d'une moto avec motard sur une piste de course.

#### Données :

- Tous les frottements sont négligeables ;  $m = 190 \text{ kg}$



#### 1. Mouvement du système $(S)$ sur la partie horizontale

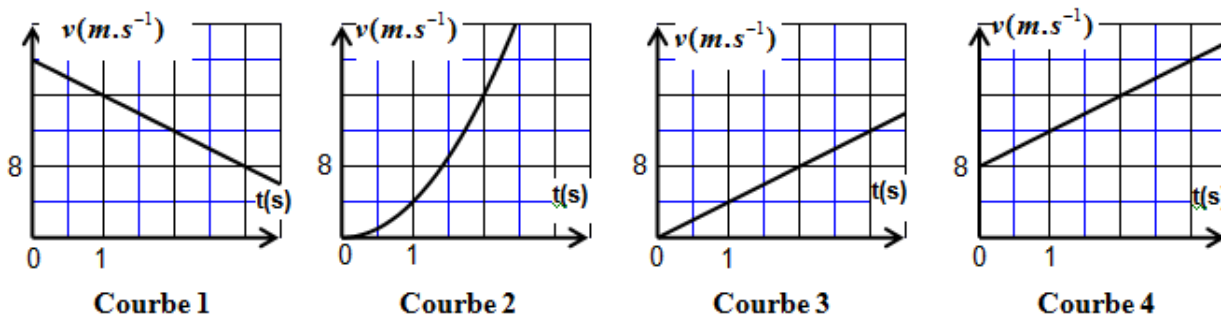
Le système  $(S)$  démarre d'une position où son centre d'inertie  $G$  coïncide avec le point  $A$ .  $G$  passe par le point  $B$  avec la vitesse  $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{i}$  à l'instant  $t_0 = 0$ . Au cours de son mouvement, le système  $(S)$  est soumis à une force motrice horizontale constante  $\vec{F}$  ayant le même sens du mouvement. La trajectoire de  $G$  est rectiligne.

Pour étudier le mouvement de  $G$  entre  $B$  et  $C$  on choisit le repère  $(B, \vec{i})$  lié à la terre considéré comme galiléen. A  $t_0 = 0$ , on a :  $x_G = x_B = 0$ .

- ① En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'expression de l'accélération de  $G$  s'écrit :  $a_G = \frac{F}{m}$ . En déduire la nature du mouvement de  $G$ .

- ② L'expression de la vitesse instantanée de  $G$  s'écrit  $v_G(t) = a_G \cdot t + v_0$ .

a. Choisir, en justifiant votre réponse, la courbe qui représente la vitesse instantanée  $v_G(t)$  parmi les quatre courbes représentées sur la figure (2).



- b. En déduire les valeurs de la vitesse initiale  $v_0$ , et de l'accélération  $a_G$  de  $G$ .

- ③ Calculer l'intensité de la force motrice  $F$ .

EXERCICE 4

30 min

Les types de mouvements que subissent les systèmes mécaniques sont nombreux et diffèrent selon les actions exercées sur ces systèmes. Les lois de Newton permettent l'étude de l'évolution de ces systèmes.

Cet exercice vise l'étude de deux types de mouvement et la détermination de certaines grandeurs qui les caractérisent.

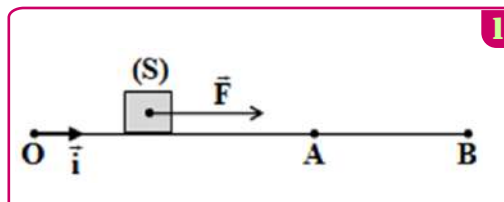
Etude du mouvement d'un solide sur plan horizontal

Un solide  $(S)$  de centre d'inertie  $G$  et de masse  $m = 0,4 \text{ kg}$  glisse avec frottement sur un plan horizontal  $OAB$ . On modélise les frottements par une force  $\vec{f}$  constante de direction parallèle à la trajectoire et de sens contraire à celui du mouvement.

Pour étudier le mouvement de  $(S)$ , on choisit un repère  $(O, \vec{i})$  lié à la terre considéré comme galiléen.

Le solide  $(S)$  est soumis, lors de son mouvement entre  $O$  et  $A$ , à une force motrice  $\vec{F}$  constante, horizontale ayant le sens du mouvement (figure 1).

On choisit l'instant de départ de  $(S)$ , à partir de  $O$ , sans vitesse initiale comme origine des dates  $t_0 = 0$ .



① En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que

l'équation différentielle que vérifie l'abscisse  $x$  de  $G$  dans le repère  $(O, \vec{i})$  est :  $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F - f}{m}$ .

② le solide  $(S)$  passe par  $A$  à l'instant  $t_A = 2 \text{ s}$ , avec la vitesse  $v_A = 5 \text{ m.s}^{-1}$ .

Déterminer la valeur de l'accélération  $a_1$  du mouvement de  $G$  entre  $O$  et  $A$ .

La force  $F$  s'annule lorsque le solide  $(S)$  passe par  $A$ . Le solide  $(S)$  continue son mouvement et s'arrête en  $B$ . On choisit l'instant de passage de  $(S)$  par  $A$  comme nouvelle origine des dates ( $t_0 = 0$ ). Le solide  $(S)$  s'arrête en  $B$  à l'instant  $t_B = 2,5 \text{ s}$ .

③ Montrer que la valeur algébrique de l'accélération entre  $A$  et  $B$  est  $a_2 = -2 \text{ m.s}^{-2}$ .

④ En déduire l'intensité de la force de frottement  $\vec{f}$

⑤ En utilisant les résultats obtenus, calculer l'intensité de la force motrice  $\vec{F}$ .

EXERCICE 5

20 min

Un solide  $S$  de petites dimensions, de masse  $m$  et assimilable à un point matériel, est placé au sommet  $A$  d'une piste circulaire  $AB$ .  $AB$  est dans le plan vertical et représente un quart de circonférence de centre  $O$  et de rayon  $r = 5 \text{ m}$ . On déplace légèrement le solide  $S$  pour qu'il quitte la position  $A$  avec une vitesse quasiment nulle et glisse sans frottement le long de la piste.

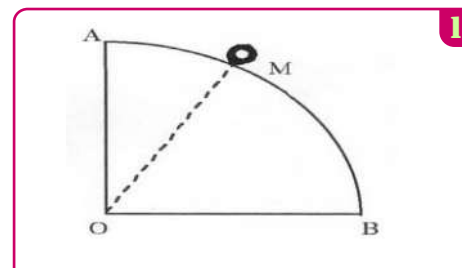
Le solide perd le contact avec la piste en un point  $C$  tel  $(\vec{OA}; \vec{OC}) = \alpha$

On repère le mobile  $M$  par l'angle  $\theta$  tel que  $\theta = (\vec{OA}; \vec{OM})$

① Exprimer sa vitesse  $V_C$ , au point  $C$ , en fonction de  $\alpha$ ,  $r$  et  $g$ .

② Calculer la valeur de l'angle  $\alpha$ , sachant que  $V_C =$

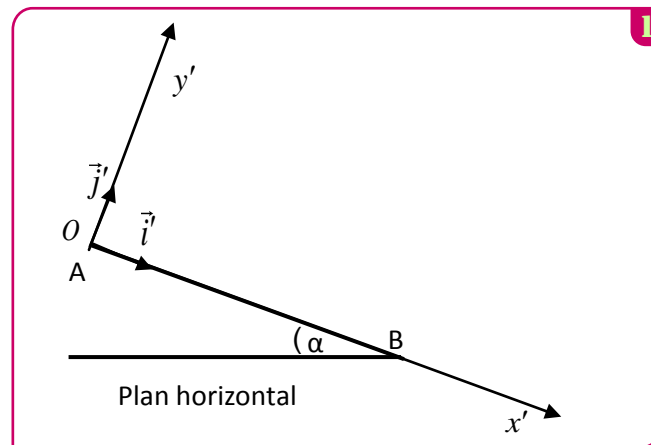
③ Déterminer le vecteur vitesse  $\vec{V}_C$  du solide en  $C$ .



EXERCICE 1

20 min

Un skieur veut s'exercer sur une piste modélisée par la figure 1. Avant de faire un premier essai, le skieur étudie les forces qui s'exercent sur lui lors du glissement sur la piste ABC.



Données

- Intensité de pesanteur  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .
- AB est un plan incliné d'un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport au plan horizontal passant par le point B.
- On modélise le skieur et ses accessoires par un solide (S) de masse  $m=80\text{kg}$  et de centre d'inertie G.
- On considère sur la partie AB que les frottements ne sont pas négligeables et on les modélise par une force constante.

Etude des forces appliquées sur le skieur entre A et B

Le skieur part du point A d'abscisse  $x'_A = 0$  dans le repère  $(O, \vec{i}', \vec{j}')$  sans vitesse initiale à un instant que l'on considère comme origine des temps  $t=0\text{s}$  (Fig1). Le skieur glisse sur le plan incliné AB suivant la ligne de la plus grande pente avec une accélération constante  $\mathbf{a}$  et passe par le point B avec une vitesse  $V_B = 20 \text{ m/s}$ .

- 1 En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver en fonction de  $\alpha$ ,  $\mathbf{a}$  et  $g$  l'expression du coefficient de frottement  $\tan \varphi$ . Avec  $\varphi$  l'angle de frottement, défini par la normale à la trajectoire et la direction de la force appliquée par le plan incliné sur le skieur.
- 2 A l'instant  $t_B = 10\text{s}$  le skieur passe par le point B ; Calculer la valeur de l'accélération  $\mathbf{a}$ . En déduire la valeur du coefficient de frottement  $\tan \varphi$ .
- 3 Montrer que l'intensité de la force  $\vec{R}$  exercée par le plan AB sur le skieur s'écrit sous la forme :

$$R = mg \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{1 + (\tan \varphi)^2} ; \text{ Calculer } R.$$

EXERCICE 2

20 min

Un mobile M décrit une trajectoire rectiligne munie d'un repère  $(O, \vec{i})$  ; son vecteur accélération est constante pendant toute la durée du mouvement qui est fixée à  $t_F = 5\text{s}$ .

A l'instant  $t_0 = 0$ , le mobile part du point  $M_0$ , d'abscisse  $x_0 = -0,5\text{m}$ , avec une vitesse  $v_0 = -1\text{m/s}$ . Puis passe au point  $M_1$ , d'abscisse  $x_1 = 5\text{m}$ , avec une vitesse  $v_1 = 4,7\text{m/s}$ .

- 1 Calculer l'accélération  $a$  du mobile.
- 2 Calculer la date  $t_1$  à laquelle le mobile passe au point  $M_1$ .
- 3 Donner l'équation horaire du mobile.

A la date  $t = 2\text{s}$ , un deuxième mobile  $M'$  part de l'abscisse  $x_1 = 5\text{m}$ , avec un mouvement rectiligne uniforme dont la vitesse est  $v' = 4 \text{ m/s}$ .

- 4 Calculer la date  $t_R$  de la rencontre des deux mobiles.
- 5 Calculer l'abscisse  $x_R$  où a lieu cette rencontre.