

## Physique 7 : Le dipôle (R, L)

En classe de Première, nous avons utilisé des bobines **Doc. 1** parcourues par des courants pour produire des champs magnétiques. Les bobines peuvent avoir d'autres applications que nous étudions dans ce chapitre.



Doc. 1 Symbole d'une bobine.

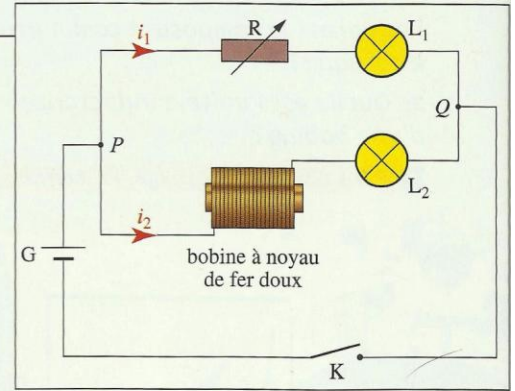
### 1. Quelle est l'influence d'une bobine dans un circuit électrique ?

Des bobines sont utilisées dans de nombreux circuits électroniques. Quelle est leur influence sur le courant ?

#### Activité 1

##### Comment s'établit le courant dans un circuit comportant une bobine ?

- Mesurer à l'ohmmètre la valeur de la résistance  $r$  de la bobine à noyau de fer.
  - Réaliser le montage du **document 2** ; ajuster la valeur de la résistance  $R$  pour qu'elle soit égale à  $r$ . Les lampes  $L_1$  et  $L_2$  sont identiques.
  - Fermer l'interrupteur  $K$  et observer l'éclat des lampes.
- Les deux lampes brillent-elles instantanément ?
  - Comparer leurs éclats au bout de quelques secondes.



Doc. 2 Schéma du montage de l'expérience permettant d'illustrer l'influence d'une bobine dans un circuit.

##### Observation et interprétation

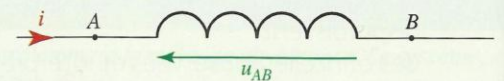
La lampe  $L_1$  brille aussitôt après la fermeture de l'interrupteur, alors qu'il faut quelques instants pour que la lampe  $L_2$  brille normalement, avec le même éclat que  $L_1$ . L'établissement du courant dans une branche comportant une bobine est progressif.

Une bobine s'oppose transitoirement à l'établissement du courant dans un circuit. Son effet se manifeste lorsque l'intensité du courant varie.

> Pour s'entraîner : ex. 1

### 2. Quelles sont les caractéristiques d'une bobine ?

Quelle est la relation entre la tension aux bornes d'une bobine et l'intensité du courant qui la traverse **Doc. 3** ? Quelle grandeur caractérise une bobine ?



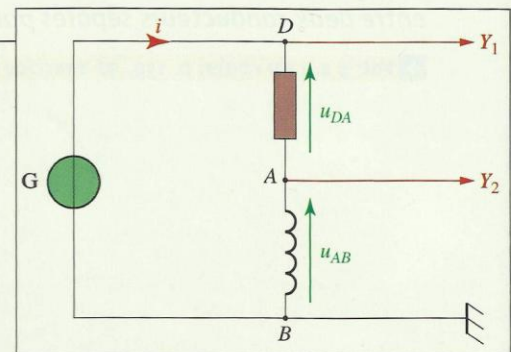
Doc. 3 Convention récepteur : les flèches associées à  $i$  et  $u_L = u_{AB}$  sont en sens inverse.

#### 2.1 L'inductance d'une bobine

#### Activité 2

##### Quelle est l'expression de la tension aux bornes d'une bobine ?

- Réaliser le montage du **document 4** en utilisant une bobine de très faible résistance et un générateur de signaux sinusoïdaux.
  - Les voies  $Y_1$  et  $Y_2$  sont reliées au système d'acquisition d'un ordinateur. Réaliser l'acquisition.
- Quelle est la tension détectée par la voie  $Y_1$  ? détectée par la voie  $Y_2$  ? en affichant  $Y_1 - Y_2$  ?
  - Comment afficher la courbe représentant  $u_{AB}$  en fonction de  $\frac{di}{dt}$  ? Afficher la courbe.
  - Quelle est la relation entre  $u_{AB}$  et  $\frac{di}{dt}$  ?



Doc. 4 Schéma du montage de l'expérience.

## ➤ Observation

Le graphique représentant  $u_{AB}$  en fonction de  $\frac{di}{dt}$  est une demi-droite passant par l'origine [Doc. 5].

## ➤ Interprétation

La tension  $u_{AB}$  aux bornes de la bobine de faible résistance est proportionnelle à la dérivée  $\frac{di}{dt}$  de l'intensité  $i$  du courant qui la traverse.

Le coefficient de proportionnalité, positif, est appelé **inductance** de la bobine ; il est noté  $L$ .

Nous avons donc : 
$$u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt}$$

**Une bobine est caractérisée par son inductance  $L$ .**

L'inductance  $L$  se mesure en henry (H) (voir l'activité préparatoire A, page 157),  $u_{AB}$  en volt (V) et  $\frac{di}{dt}$  en ampère par seconde ( $A \cdot s^{-1}$ ).

La valeur de l'inductance d'une bobine est souvent faible, inférieure à 1 H [Doc. 6]. Aussi, utilise-t-on très souvent le millihenry :  $1 \text{ mH} = 10^{-3} \text{ H}$ .

Un noyau de fer placé dans la bobine augmente considérablement l'inductance de la bobine.

## 2.2 Relation entre l'intensité et la tension

Généralement, une bobine possède une résistance  $r$ , non négligeable.

Dans ces conditions, une bobine est caractérisée par son inductance  $L$  et sa résistance  $r$  que l'on peut mesurer avec un ohmmètre.

On schématise une bobine ( $L, r$ ) par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance  $r$  et d'une bobine, de résistance nulle et d'inductance  $L$  [Doc. 7].

D'après la loi d'additivité des tensions :  $u_{AB} = u_{AC} + u_{CB} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$ .

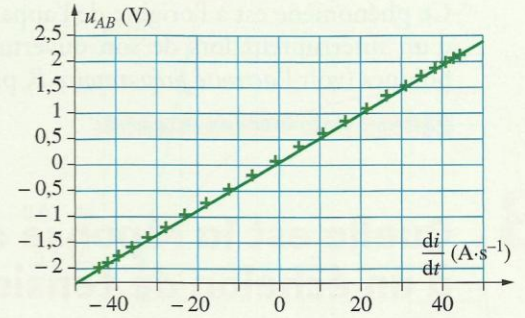
- La tension  $u_{AB}$  aux bornes d'une bobine ( $L, r$ ), représentée par une flèche orientée de A vers B, est donnée par la relation :

$$u_{AB} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

- Lorsque la bobine est parcourue par un courant d'intensité constante (régime permanent),  $\frac{di}{dt} = 0$  et  $u_{AB} = r \cdot i$  : la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance  $r$ .

Lorsque l'intensité  $i$  du courant dans la bobine varie et lorsque le terme  $r \cdot i$  est négligeable devant le terme  $L \cdot \frac{di}{dt}$ , alors  $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt}$ .

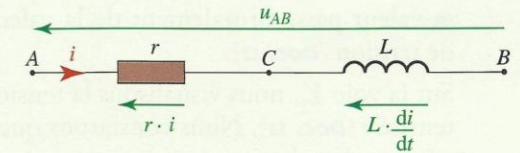
Si la variation de  $i$  est très rapide,  $\frac{di}{dt}$  peut prendre une valeur très importante ; il en est de même de  $L \cdot \frac{di}{dt}$  : une tension importante peut alors apparaître aux bornes de la bobine. C'est le phénomène de **surtension** [Doc. 8].



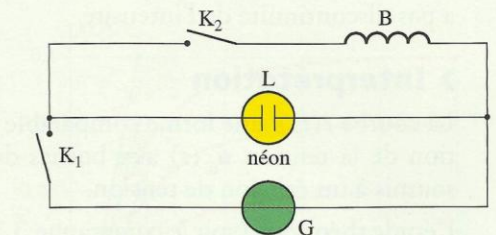
Doc. 5  $u_{AB}$  est proportionnel à  $\frac{di}{dt}$ .

Exemple de bobine	Valeur de l'inductance
une spire de 1 m de diamètre	$10^{-6} \text{ H}$
bobine de 1 000 spires sans noyau de fer	$10^{-3} \text{ H}$
bobine de 1 000 spires avec noyau de fer	1 H
enroulements d'électroaimants	100 H

Doc. 6 Ordre de grandeur d'inductances.



Doc. 7  $u_{AB} = u_{AC} + u_{CB} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$ .



Doc. 8 Lorsque  $K_2$  est ouvert, il est impossible d'allumer la lampe au néon en fermant  $K_1$  : la tension de 6 V que délivre le générateur est insuffisante pour allumer la lampe au néon qui nécessite 60 V.

Lorsque  $K_2$  est fermé, la lampe est éteinte lorsque  $K_1$  est fermé. Elle brille un court instant lorsque nous ouvrons  $K_2$ . La rupture de courant dans la bobine provoque une surtension à ses bornes, qui fait briller transitoirement la lampe.

Ce phénomène est à l'origine de l'apparition d'une étincelle entre les lames d'un interrupteur lors de son ouverture dans un circuit comportant des bobines (voir l'activité préparatoire B, page 157, et le document 9).

➤ Pour s'entraîner : ex. 2, 4 et 6

### 3. Quelle est la réponse d'un dipôle (R, L) à un échelon de tension ?

L'activité 1, page 158, a montré que l'établissement du courant dans un circuit comportant une bobine s'effectue avec un certain retard. Étudions ce phénomène.

#### 3.1 Étude expérimentale

##### Activité 3

**Comment varie l'intensité du courant dans une bobine (L, r) soumise à un échelon de tension ?**

- Réaliser le montage du document 10 et fermer l'interrupteur.
  - Visualiser le courant en branchant, aux bornes d'un conducteur ohmique  $r'$ , un oscilloscope numérique ou la carte d'acquisition d'un ordinateur.
1. Que visualise-t-on sur la voie  $Y_1$  ? Justifier le terme échelon de tension.
  2. Que visualise-t-on sur la voie  $Y_2$  ? Comment varie  $i$  ?

##### ➤ Observation

Sur la voie  $Y_1$ , nous visualisons la tension  $u_{AM}$  aux bornes du générateur ; sa valeur passe brutalement de la valeur 0 à la valeur  $E$  : c'est un échelon de tension [Doc. 11].

Sur la voie  $Y_2$ , nous visualisons la tension  $u_{BM} = r' \cdot i$ , qui varie comme l'intensité  $i$  [Doc. 11]. Nous constatons que le courant ne s'établit pas instantanément dans le circuit.

La durée pendant laquelle le courant s'établit progressivement correspond au régime qualifié de transitoire. L'intensité  $i$  passe progressivement de la valeur nulle à la valeur  $I_p$ , intensité du courant en régime permanent : il n'y a pas discontinuité de l'intensité.

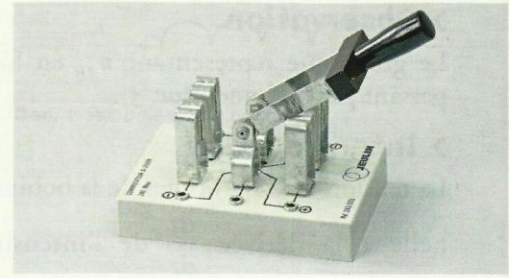
##### ➤ Interprétation

La courbe  $i(t)$  a une forme comparable à la courbe exponentielle de l'évolution de la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur d'un dipôle (R, C) soumis à un échelon de tension.

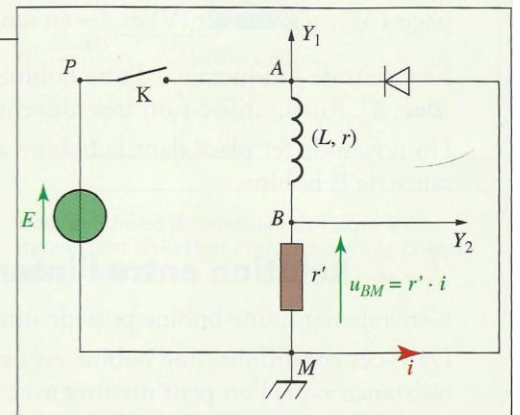
L'étude théorique (voir le paragraphe 3.3) confirmera que l'évolution de  $i(t)$  est bien exponentielle.

Le phénomène, transitoire, est caractérisé par une constante de temps  $\tau$  que l'on peut déterminer graphiquement à partir de la tangente à la courbe  $i(t)$  à la date  $t = 0$  [Doc. 12].

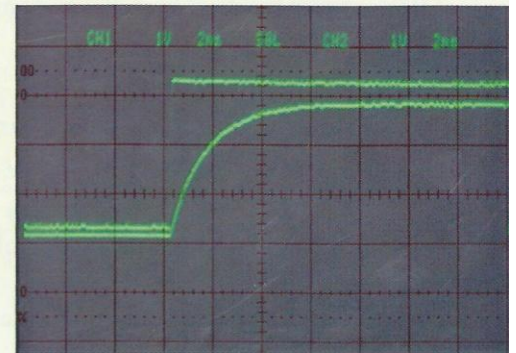
- Au bout d'une durée  $\tau$  après la fermeture de l'interrupteur, l'intensité atteint 63 % de sa valeur limite  $I_p$  du régime permanent.
- Au bout de  $5 \tau$ , l'intensité a quasiment atteint la valeur  $I_p$ .



Doc. 9 La détérioration des bornes d'un interrupteur est due à des étincelles de rupture.



Doc. 10 Montage expérimental.  $r'$  est un conducteur permettant de visualiser l'intensité du courant. La diode permet d'éviter une surtension entre A et M lorsque nous ouvrons K.



Doc. 11 Oscillogramme des voies  $Y_1$  et  $Y_2$ .

L'établissement du courant dans une bobine soumise à un échelon de tension est un phénomène transitoire caractérisé par une constante de temps  $\tau$ .

La durée  $t_{1/2}$ , au bout de laquelle  $i = 0,5 I_p$ , est telle que  $t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2$ .

### 3.2 La constante de temps

Une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , associée à un conducteur ohmique de résistance  $r'$ , constitue un dipôle  $(R, L)$  tel que  $R = r + r'$ .

#### Activité 4

Quelle est l'influence des caractéristiques du circuit sur la constante de temps  $\tau$  ?

- Reprendre le montage du **document 10**.
- Observer l'influence :
  - de la f.é.m.  $E$  réglable du générateur de tension ;
  - de la résistance  $R$ , en modifiant la valeur de  $r'$  ;
  - de l'inductance  $L$ , en utilisant des bobines d'inductances différentes.

Déterminer la constante de temps  $\tau$  pour chacun des dipôles  $(R, L)$  et

comparer sa valeur au quotient  $\frac{L}{R}$ .

#### ➤ Observation

Lorsque nous augmentons  $E$ , l'intensité  $I_p$  du courant correspondant au régime permanent augmente, mais nous ne modifions pas la durée du régime transitoire [Doc. 13].

La constante de temps dépend de  $L$  et de  $R$  ; elle augmente avec  $L$  et diminue avec  $R$ .

#### ➤ Interprétation

Nous montrons expérimentalement que  $\tau$  et  $\frac{L}{R}$  ont des valeurs numériques égales. Vérifions que  $\frac{L}{R}$  est homogène à une durée.

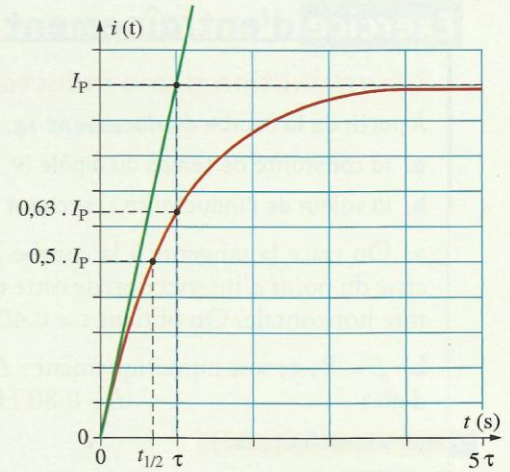
D'après la relation  $u_{AB} = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i$ , en considérant les unités, nous avons :

- $R = \frac{u}{i}$ , exprimé en  $\Omega$  ou en  $V \cdot A^{-1}$  ;
- $L = \frac{u}{\frac{di}{dt}}$ , exprimé en H ou  $V \cdot A^{-1} \cdot s$  ;

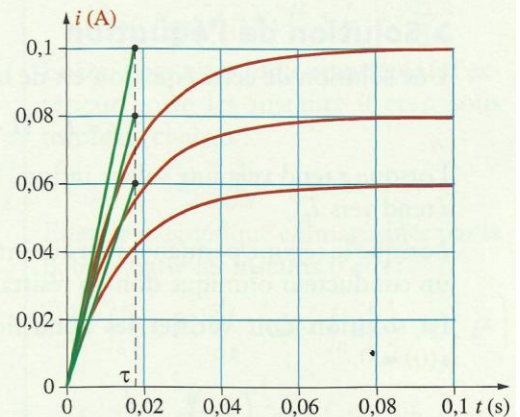
donc  $\frac{L}{R}$ , qui s'exprime en seconde, est homogène à une durée.

Le rapport  $\frac{L}{R}$ , homogène à un temps, est la constante de temps  $\tau$  du dipôle  $(R, L)$ .

$\tau$  s'exprime en seconde (s), avec  $L$  en henry (H) et  $R$  en ohm ( $\Omega$ ).



**Doc. 12** Pour  $t = \tau$ ,  $i = 0,63 \cdot I_p$ .  
Pour  $t = 5\tau$ ,  $i \approx I_p$ .  
La tangente à la courbe, à la date  $t = 0$ , coupe l'asymptote pour  $t = \tau$ .



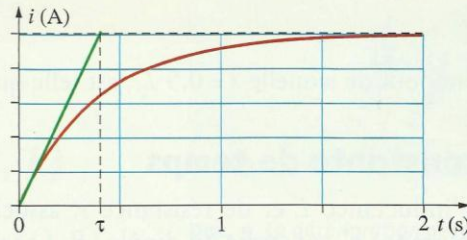
**Doc. 13** Établissement du courant dans une bobine avec trois échelons de tension différents.

## Exercice d'entraînement

### Détermination d'une inductance

À partir de la courbe du **document 14**, déterminer :

- la constante de temps du dipôle  $(R, L)$  ;
- la valeur de l'inductance  $L$ , sachant que  $R = 2,0 \Omega$ .



**Doc. 14** Mesure de la constante de temps  $\tau$  du dipôle  $(R, L)$ .

> Pour s'entraîner : Ex. 7

## 3.3 Étude théorique

### > Équation différentielle

Raisonnons sur le circuit du **document 15**.

À l'instant  $t = 0$  (fermeture du circuit), l'intensité  $i$  du courant dans le circuit est nulle.

Pour  $t > 0$ ,  $u_{AM} = E$  et la loi d'additivité des tensions donne :

$$E = u_{AB} + u_{BM} = r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + r' \cdot i.$$

Posons  $R = r + r'$ , résistance du dipôle  $(R, L)$ .

Nous avons alors :  $E = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i$ ; soit :

$$\frac{E}{R} = \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i$$

Avec  $\tau = \frac{L}{R}$  et  $I_p = \frac{E}{R}$ , l'intensité en régime permanent, nous obtenons :

$$I_p = \tau \cdot \frac{di}{dt} + i.$$

Cette équation différentielle régit l'évolution temporelle de l'intensité du courant dans le circuit lorsque nous fermons l'interrupteur K.

### > Solution de l'équation

Une solution de cette équation est de la forme :

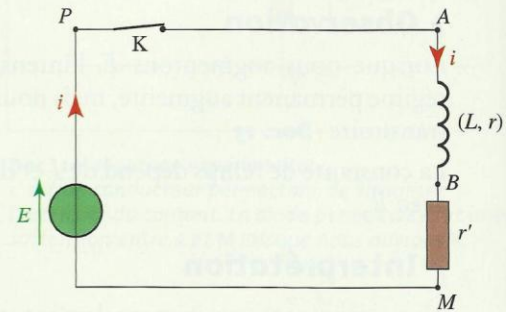
$$i = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Lorsque  $t$  tend vers une valeur infinie, l'exponentielle  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  tend vers zéro et  $i$  tend vers  $I_p$ .

Lorsque le régime permanent est atteint, la bobine se comporte alors comme un conducteur ohmique dont la résistance est égale à celle de la bobine.

La solution doit vérifier les conditions initiales : à  $t = 0$ , nous avons  $i(0) = 0$ .

À l'instant  $t = 0$ ,  $\left(\frac{di}{dt}\right)_0 = \frac{I_p}{\tau}$  : la tangente à la courbe, à l'origine  $O$ , coupe l'asymptote  $i = I_p$  pour  $t = \tau$ .



**Doc. 15** Schéma du montage permettant d'étudier l'établissement du courant dans un circuit comportant une bobine et un conducteur ohmique.

L'évolution de l'intensité  $i$  du courant dans une bobine soumise à un échelon de tension est donnée par l'équation différentielle :

$$I_p = \tau \cdot \frac{di}{dt} + i \text{ de solution } i = I_p \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

avec  $\tau = \frac{L}{R}$  la constante de temps et  $I_p = \frac{E}{R}$  l'intensité du courant en régime permanent.

> Pour s'entraîner : Ex. 6 et 10

## 4. Quelle est l'énergie stockée dans une bobine ?

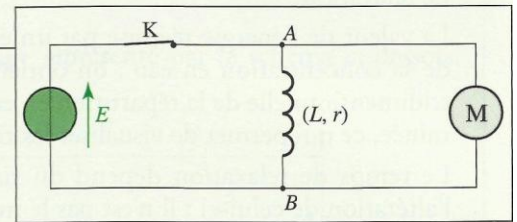
L'expérience réalisée avec la lampe au néon montre qu'une bobine, après avoir été traversée par un courant, peut se comporter brièvement comme un générateur et fournir l'énergie nécessaire à l'éclairage momentané de la lampe.

### Activité 5

**Comment mettre en évidence qu'une bobine stocke de l'énergie magnétique ?**

- Réaliser le montage du **document 16** ; il comporte un moteur et une bobine d'inductance importante.
- Fermer l'interrupteur K, puis l'ouvrir.
- Observer le moteur.

*Pourquoi cette expérience montre-t-elle que la bobine peut emmagasiner de l'énergie ?*



Doc. 16 Schéma du montage de l'expérience.

#### > Observation

Lorsque nous ouvrons l'interrupteur, le moteur tourne et fournit donc du travail. Cette énergie lui est fournie par la bobine.

#### > Interprétation

Le calcul du **document 17** montre que :

L'énergie magnétique  $E_m$  emmagasinée dans une bobine d'inductance  $L$ , parcourue par un courant d'intensité  $i$ , est égale à :

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

avec  $E_m$  en joule (J),  $L$  en henry (H) et  $I$  en ampère (A).

L'énergie  $E_m$  ne passe pas instantanément d'une valeur à une autre ; si c'était le cas, il y aurait transfert d'énergie en un intervalle de temps quasiment nul et la puissance transférée serait infinie, ce qui est inconcevable. Si  $E_m$  ne subit pas de discontinuité, l'intensité du courant dans la bobine n'en subit pas non plus.

**L'intensité du courant dans une bobine ne subit pas de discontinuité.**

C'est pour cette raison que l'on observe une étincelle de rupture qui prolonge la circulation du courant lors de l'ouverture d'un circuit comportant une bobine.

> Pour s'entraîner : Ex. 11

#### Bilan énergétique dans une bobine

Puissance électrique fournie à la bobine :

$$\mathcal{P}_e = u_{AB} \cdot i = r \cdot i^2 + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$$

Énergie par effet Joule transférée à l'extérieur entre les instants 0 et  $t$ , sous forme de chaleur :

$$E_j = \int_0^t r \cdot i^2 \cdot dt$$

Énergie magnétique emmagasinée par la bobine entre les instants 0 et  $t$  :

$$E_m = \int_0^t L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \cdot dt = \int_0^i d\left(\frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2\right)$$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

Doc. 17