

Feuille d'exercices : Probabilités

Exercice 1 (*)

On lance deux dés simultanément. Décrire de façon ensembliste les événements A : « On obtient deux fois le même résultat » et B : « La somme des deux chiffres est inférieure ou égale à 4 ». Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$ et $P(A \cap B)$.

Exercice 2 (**)

On lance un dé quatre fois de suite. Calculer les probabilités suivantes :

1. On obtient quatre fois le même chiffre.
2. On obtient quatre chiffres différents.
3. On obtient quatre chiffres qui se suivent.

Exercice 3 (**)

Un coffre contient 10 diamants, 15 émeraudes et 20 rubis. On tire quatre pierres précieuses au hasard dans le coffre. Calculer les probabilités suivantes (valeurs exactes, puis une valeur approchée à 10^{-2} près à l'aide de la calculatrice) :

1. Les quatre pierres sont du même type.
2. On tire deux diamants et deux rubis.
3. On tire autant de diamants que de rubis.

Exercice 4 (**)

On tire simultanément trois dés et on note la somme des trois résultats obtenus. Combien y a-t-il de façons d'obtenir 9 ? Et 10 ? Les probabilités des deux sommes sont-elles égales ?

Exercice 5 (*)

Dans une urne se trouvent 4 boules noires et deux boules blanches. Cinq personnes tirent successivement (sans remise) une boule dans l'urne. Le premier qui tire une boule blanche a gagné, quelle est la probabilité de gain pour chaque personne ?

Exercice 6 (***)

Dans une urne sont placées 15 boules vertes et 10 boules blanches. On tire successivement (sans remise) 5 boules dans l'urne. Calculer les probabilités suivantes :

1. On obtient 5 boules vertes.

2. On obtient une première boule verte, les deux suivantes blanches, les deux dernières vertes.
3. On obtient au plus une boule blanche.
4. On obtient trois boules vertes et deux blanches.

Reprendre l'exercice avec des tirages avec remise.

Exercice 7 (**)

Dans une classe de 38 élèves, 31 étudient l'anglais, 24 l'espagnol, 17 l'allemand ; 12 étudient à la fois anglais et allemand, 9 étudient espagnol et allemand, et 4 étudient les trois langues simultanément. On tire un élève au hasard. Calculer les probabilités suivantes :

1. Il étudie l'anglais et l'espagnol.
2. Il étudie l'anglais ou l'espagnol.
3. Il étudie uniquement l'allemand.

Exercice 8 (***)

Deux personnes A et B jouent au jeu suivant : A lance une pièce, s'il obtient Pile, il a gagné. Sinon, B lance une pièce, s'il obtient Face il a gagné. Sinon, c'est à nouveau à A de jouer ... On note A_k (respectivement B_k) l'événement : « Le joueur A (respectivement B) gagne à son k -ème lancer ». Calculer la probabilité de A_k et de B_k . On suppose désormais que le jeu s'arrête après 10 lancers (cinq pour chaque joueur). Calculer la probabilité des événements suivants :

1. Le joueur A gagne en lançant moins de trois fois la pièce.
2. Le joueur B gagne.
3. Personne ne gagne.
4. On suppose que quelqu'un a gagné. Quelle est la probabilité que ce soit A ?

Exercice 9 (***)

On range aléatoirement cinq boules distinguables dans quatre boîtes également distinguables.

1. Quel est le nombre de rangements différents possibles ?
2. Quelle est la probabilité que toutes les boules soient rangées dans la même boîte ?
3. Quelle est la probabilité que deux boîtes exactement soient vides ?
4. Même question avec une boîte vide.
5. En déduire la probabilité qu'aucune boîte ne soit vide.
6. Retrouver ce résultat directement à l'aide de la formule de Poincaré.

Exercice 10 (***)

Un tournoi de tennis accueille 64 joueurs, dont 8 sont têtes de séries. Un bug au moment d'effectuer le tirage au sort fait remplir le tableau de façon totalement aléatoire, y compris les têtes de séries.

1. Quelle est la probabilité qu'au moins deux têtes de série se rencontrent dès le premier tour ?
2. Quelle est la probabilité que les têtes de séries ne puissent pas se rencontrer avant les quarts de finale ?