Résumé de Cours : *FONCTIONS PRIMITIVES*

PROF : ATMANI NAJIB 2BAC SM BIOF

FONCTIONS PRIMITIVES

FONCTION PRIMITIVE D'UNE FONCTION

Définition : Soit f une fonction définir sur un intervalle I ; On dit que la fonction F est une fonction primitive de la fonction f sur l'intervalle I si :1)F est dérivable sur I
2) $(\forall x \in I)(F'(x) = f(x))$

Propriété1: Si f est continue sur I alors f admet une fonction primitive sur I

Propriété2 : Si f admet une fonction primitive F sur I alors toutes les fonctions primitives de f sur I s'écrivent de la : forme :$F + \lambda$ où λ est un réel.

Propriété3 : Si F_1 et F_2 sont deux fonction primitive d'une fonction f sur I alors :
$(\forall x \in I)(F_2(x) = F_1(x) + \lambda)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$

Propriété4 : Si f admet une fonction primitive sur I et $x_0 \in I$; alors il existe une unique fonction F_0 fonction Primitive de f telle que $F_0(x_0) = y_0$ où y_0 un réel quelconque.

Propriété5 : Si F est une fonction primitive de la fonction f sur l'intervalle I et G une fonction primitive de la fonction g sur l'intervalle I et α un réel alors :
1) $(F + G)$ est une fonction primitive de la fonction $(f + g)$ sur I
2) (αF) est une fonction primitive de la fonction (αf) sur I

Tableau des fonctions primitives usuelles.

La fonction	Sa fonction primitive
$\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha x + c$
$x^n \quad (n \in \mathbb{N})$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c$
$\sqrt[n]{x}$	$\frac{n}{n+1}\sqrt[n]{x^{n+1}}$
$x^r \quad (r \in \mathbb{Q}/\{-1\})$	$\frac{1}{r+1}x^{r+1} + c$
$\sin(ax+b)$	$\frac{-1}{a}\cos(ax+b) + c$
$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a}\sin(ax+b) + c$
$\frac{a}{1+x^2}$	$a \times \arctan(x) + c$

Opérations sur les fonctions primitives.

Les seules opérations sur les fonctions primitives sont : la somme et le produit par un réel. Mais grâce au tableau des opérations sur les fonctions dérivées on peut en déduire :

La fonction	Sa fonction primitive
$u' + v'$	$u + v + C^{te}$
$\alpha u'$	$\alpha u + C^{te}$
$u'u^n \ (n \in \mathbb{N})$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + C^{te}$
$\frac{u'}{u^2}$	$\frac{-1}{u} + C^{te}$
$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\sqrt{u} + C^{te}$
$u'\sqrt[n]{u} \ (n \in \mathbb{N}^*)$	$\frac{n}{n+1}\sqrt[n]{u^{n+1}} + C^{te}$
$u'u^r \ (r \in \mathbb{Q}/\{-1\})$	$\frac{1}{r+1}u^{r+1} + C^{te}$
$u' \times v'ou$	$vou + C^{te}$
$\frac{u'}{u^2+1}$	$\arctan(u) + C$

La ligne en couleur gaune est une généralisation des 4 lignes précédentes.

Quelque formule utile pour calculer les primitives

$\cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2}$ ***et*** $\sin^2 a = \frac{1-\cos 2a}{2}$

$$1+\tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a \sin b = -\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$$

$$\cos a \sin b = -\frac{1}{2}\left[\sin(a+b)-\sin(a-b)\right]$$

Si $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ on a :

$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ et $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ et $\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron
Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien