

Résumé de Cours fonctions exponentielles

PROF : ATMANI NAJIB

FONCTIONS EXPONENTIELLES

2BAC SM

Propriété et définition : La fonction $\ln$ admet une fonction réciproque définie de $]-\infty, +\infty[$ Vers $]0, +\infty[$ appelée fonction Exponentielle népérienne notée : $\exp$ et qui est strictement monotone sur $\mathbb{R}$

et on a pour tout x et y dans $\mathbb{R}$:

$$1) e^{x+y} = e^x \times e^y \quad 2) e^{-x} = \frac{1}{e^x} \quad 3) e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$$

$$4) e^{rx} = (e^x)^r \quad (r \in \mathbb{Q}) \quad 5) (e^{\ln x} = x) \quad (\forall x > 0)$$

$$6) (\ln(e^x) = x) \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$7) (\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x = y) \Leftrightarrow (x = \ln y)$$

$$8) (\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x = e^y) \Leftrightarrow (x = y)$$

$$9) (\forall y > 0) (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x \geq e^y) \Leftrightarrow (x \geq y)$$

10) La fonction $\exp$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

$$\text{et } (\forall x \in \mathbb{R}) (e^x)' = e^x$$

11) Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I

alors la fonction $e^{u(x)}$ est dérivable sur I et

$$(\forall x \in I) (e^{u(x)})' = u'(x) e^{u(x)}$$

12) Si u est une fonction dérivable alors une primitive de $u'(x) \cdot e^{u(x)}$ est $e^{u(x)}$.

(Limites usuelles)

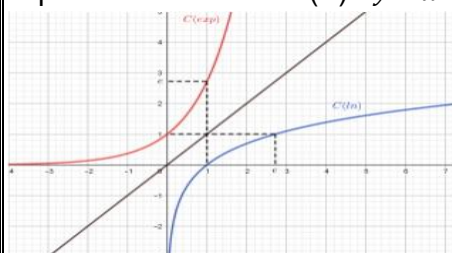
$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad 2) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0^- \quad 6) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \text{avec : } n \in \mathbb{N}^*$$

Représentation de la fonction $\exp$

Les courbes $C_{\ln}$ et $C_{\exp}$ sont symétriques par rapport à la première bissectrice $(\Delta) : y = x$



Prof/ATMANI NAJIB

Le Tableau de variation et $L'exp$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$\exp(x)$		1	e	$+\infty$

FONCTION EXPONENTIELLE DE BASE a

Soit $a > 0$ et $a \neq 1$; on a :

$$1) (\forall x \in \mathbb{R}) a^x = e^{x \ln a}$$

2) fonction $\exp_a$ est définie sur $\mathbb{R}$

$$3) \forall x \in \mathbb{R} \quad a^x > 0$$

$$4) \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R}_+^* \quad a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y$$

$$5) \forall x \in \mathbb{R} \quad \log_a(a^x) = x \quad 6) \forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad a^{\log_a(x)} = x$$

$$(\forall a \in \mathbb{R}_+^*) (\forall b \in \mathbb{R}_+^*) (\forall x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R})$$

$$7) a^x \times a^y = a^{x+y} \quad 8) a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad 9) (a \times b)^x = a^x \times b^x$$

$$10) (a^x)^y = a^{xy} \quad 11) a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \quad 12) \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

$$13) (a^x)' = a^x \times \ln a$$

$$14) a^{rx} = (a^x)^r$$

15) a) $x \rightarrow a^x$ est strictement croissante si $a > 1$

b) $x \rightarrow a^x$ est strictement décroissante si $0 < a < 1$

$$16) (\forall x \in \mathbb{R}) (a^x)' = (\ln a) a^x$$

17) Si u est une fonction dérivable alors

$$\text{une primitive de } u'(x) a^{u(x)} \text{ est } \frac{1}{\ln a} a^{u(x)}$$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et

exercices Que l'on devient un mathématicien

