

LIMITES ET CONTINUITÉ (3)

Exercice (1)

Calculer les limites suivantes

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x\sqrt{x-1}}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 1}{4x^2 - x + 2} \sin\left(\frac{3}{x}\right)$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x^3} + x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^3}{x+2}} - x$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1 - x}{\sqrt[3]{1-2x} - 1 + x}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(\sqrt{1+2x} - 1 - x)}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{\frac{x}{x-1}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + ax + 1} - x ; a \in \mathbb{R}$

Exercice (2)

Montrer que la fonction f admet un prolongement par continuité au point $a = 0$

$$1) \quad f(x) = x^2 E\left(\frac{-2}{x}\right) \quad 2) \quad f(x) = \frac{\sqrt{1+2x^2} \cos x - 1}{x^2}$$

Exercice (3)

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$ et on pose $f_n(x) = \frac{1 - \cos x \cos 2x \dots \cos nx}{x^2}$

Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f_n(x)$

Exercice (4)

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - x}{x^2} & ; \quad x \neq 0 \\ f(0) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

Déterminer D_f puis étudier la continuité de f sur D_f

Exercice (5)

Soit f et g deux fonctions définies et continues sur $[a, b]$ telles que $f(a) = g(b)$ et $f(b) = g(a)$

Montrer que $(\exists c \in [a, b]) \quad f(c) = g(c)$

Exercice (6)

Soient a et b deux réels. on considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - x + a}{x - 2} & ; \quad x > 2 \\ f(x) = \frac{2x + b}{x - 3} & ; \quad x \leq 2 \end{cases}$$

1) discuter suivant a la limite $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x)$

2) déterminer a et b pour que f soit continue en $x_2 = 2$