

الصفحة  
4 1

# الأمتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2018  
الموضوع -

RS25

+٢٣٦٠٤٤١ ٩٤٥٤٠٤  
+٢٣٦٠٥٤١ ٣٥٤٣٤ ٩٦٥٥  
٨ ٣٥٤٤٧ ٣٥٣٦٥  
٨ ٣٥٣٦٨ ٣٥٣٦٩ ٣٥٣٦٠



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني  
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات  
والتوجيه



4	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
9	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : "أ" و "ب" (الترجمة الفرنسية)	الشعبة أو المسلك

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte 4 exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'exercice1 se rapporte aux structures algébriques .....(3.5 pts)
- L'exercice2 se rapporte aux nombres complexes .....(3.5 pts)
- L'exercice3 se rapporte au calcul des probabilités .....(3 pts)
- L'exercice4 se rapporte à l'analyse .....(10 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

**EXERCICE 1** (3.5points) :

On rappelle que  $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$  est un anneau unitaire de zéro la matrice nulle

$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  et d'unité la matrice  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  et que  $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$  est un espace

vectoriel réel de dimension 4.

Pour tout couple  $(x, y) \in \mathbb{C}^2$ , on pose  $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$  et on considère

l'ensemble  $E = \{M(x, y) / (x, y) \in \mathbb{C}^2\}$

0.5 1- Montrer que  $E$  est un sous-groupe du groupe  $(M_2(\mathbb{C}), +)$

0.5 2- a) Montrer que  $E$  est un sous-espace de l'espace vectoriel  $(M_2(\mathbb{C}), +, \cdot)$

0.25 b) Montrer que l'espace vectoriel  $(E, +, \cdot)$  est de dimension 2

0.25 3-a) Montrer que  $E$  est stable pour la loi " $\cdot$ "

0.5 b) Montrer que  $(E, +, \cdot)$  est un anneau commutatif .

4- On définit dans  $M_2(\mathbb{C})$  la loi de composition interne  $T$  par : pour tout  $M(x, y)$  et  $M(x', y')$  de  $M_2(\mathbb{C})$ ,

$$M(x, y)TM(x', y') = M(x, y)' M(x', y') - M(y, 0)' M(y', 0)$$

Et soit  $j$  l'application de  $\mathbb{C}^2$  vers  $E$  qui à tout nombre complexe  $x + iy$

(où  $(x, y) \in \mathbb{C}^2$ ) fait correspondre la matrice  $M(x, y)$  de  $E$

0.25 a) Montrer que  $E$  est stable pour la loi " $T$ "

0.25 b) Montrer que  $j$  est un homomorphisme de  $(\mathbb{C}^2, +)$  vers  $(E, T)$

0.25 c) On pose :  $E^* = E - \{O\}$ . Montrer que  $(E^*, T)$  est un groupe commutatif.

0.5 5- a) Montrer que la loi  $T$  est distributive par rapport à la loi « + » dans  $E$

0.25 b) Montrer que  $(E, +, T)$  est un corps commutatif.

### EXERCICE 2 :(3.5points)

1- Pour tout nombre complexe  $z \in \mathbb{C} - \{i\}$  on pose :  $h(z) = i \frac{z-2}{z-i}$

0.5 a) Vérifier que :  $h(z) = z \quad \hat{\wedge} \quad z^2 - 2iz - 2 = 0$

0.5 b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $(E)$ :  $z^2 - 2iz - 2 = 0$

2- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé  $(O, e_1, e_2)$ .

On note  $a$  et  $b$  les deux solutions de l'équation  $(E)$  tel que :  $\operatorname{Re}(a) = 1$

Et pour tout  $z \in \mathbb{C} - \{i, a, b\}$  on note  $M(z), M'(h(z)), A(a)$  et  $B(b)$  les points d'affixes respectivement  $z, h(z), a$  et  $b$

0.75 a) Montrer que :  $\frac{h(z)-a}{h(z)-b} = -\frac{z-a}{z-b}$

0.75 b) En déduire que :  $\overrightarrow{M'B}, \overrightarrow{M'A} \parallel \overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}$  [2p]

0.5 3- a) Montrer que si  $M, A$  et  $B$  sont alignés alors  $M, A, B$  et  $M'$  sont alignés.

0.5 b) Montrer que si  $M, A$  et  $B$  ne sont pas alignés alors  $M, A, B$  et  $M'$  sont cocycliques.

### EXERCICE 3 :(3points)

On lance 10 fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée.

On désigne par  $X$  la variable aléatoire égale à la fréquence d'apparition de la face « pile ».

( le nombre de fois d'apparition de la face « pile » divisé par 10)

1 1-a) Déterminer les valeurs prise par  $X$

1 b) Déterminer la probabilité de l'événement  $\left[ X = \frac{1}{2} \right]$

1 2- Quelle est la probabilité de l'événement :  $X$  supérieur ou égale à  $\frac{9}{10}$  ?

**EXERCICE 4 :**(10points):

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $[0, +\infty]$  par :

$$f(x) = \sqrt{x}(\ln x)^2 \text{ pour } x > 0 \quad \text{et} \quad f(0) = 0$$

On note  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, i, j)$

1-a) Montrer que  $f$  est continue à droite en 0

$$\text{(On pourra remarquer que : } f(x) = \frac{\ln x}{x^{\frac{1}{2}}} \text{)}$$

0.75 b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ , puis interpréter graphiquement le résultat

obtenu

0.75 2- a) Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 0, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu .

0.75 b) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $[0, +\infty[$  puis calculer  $f'(x)$  pour  $x > 0$  .

c) Etudier les variations de  $f$  sur  $[0, +\infty[$ , en déduire que :

$$( \forall x \in ]0, 1] ) \quad 0 \leq \sqrt{x}(\ln x)^2 \leq \left( \frac{4}{e} \right)^2$$

0.5 d) Tracer la courbe  $(C)$  dans un repère orthonormé.(On prendra pour unité 2cm)

3- Pour tout réel  $x \geq 0$  , on pose  $F(x) = \int_x^1 f(t) dt$

0.5 a) Montrer que la fonction  $F$  est dérivable sur l'intervalle  $[0, +\infty[$

1 b) Calculer  $F'(x)$  pour  $x \geq 0$  , en déduire le sens de variation de  $F$  sur  $[0, +\infty[$

0.75 4- a) En utilisant la méthode d'intégration par parties, calculer  $\int_x^1 \sqrt{t} \ln t dt$  pour tout  $x > 0$

0.75 b) Montrer que pour  $x > 0$  ,  $F(x) = -\frac{2}{3}x\sqrt{x}(\ln x)^2 + \frac{8}{9}x\sqrt{x}\ln x - \frac{16}{27}x\sqrt{x} + \frac{16}{27}$

1 c) En déduire l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C)$  et les droites d'équations respectives :  $x = 0$ ,  $x = 1$  et  $y = 0$

5- Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on pose :  $u_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 f(x) dx$

1 a) Montrer que la suite  $(u_n)_{n \geq 1}$  est bornée et strictement monotone.

0.75 b) Montrer que la suite  $(u_n)_{n \geq 1}$  est convergente puis calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**FIN**