



Contrôle : n°2
matière : maths

durée : 2h

exercice1 :

On considère la suite suivante : $u_0 = \frac{1}{2}; u_{n+1} = \frac{u_n^2}{-u_n^2 + 2}; n \in \mathbb{N}$

1. Montrer que $0 \leq u_n \leq 1; \forall n \in \mathbb{N}$
2. Montrer que (u_n) est convergente
3. Calculer la limite de u_n

Exercice2 :

on considère les suites suivantes :

$$u_0 = \frac{1}{4}; u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n^2}; v_n = u_{2n}; w_n = u_{2n+1}$$

1. Montrer que $\frac{2}{3} \leq u_n \leq \frac{32}{17}; \forall n \in \mathbb{N}$
2. Montrer que $(v_n)_n$ et $(w_n)_n$ sont monotones ; en déduire quelles sont convergentes
3. Montrer que $|u_{n+1} - u_n| \leq K |u_n - u_{n-1}|; \forall n \in \mathbb{N}^*$ avec $K \in]0; 1[$ 1pts HB
4. Montrer que les suites $(w_n); (v_n)$ sont adjacentes
5. Calculer la limite de v_n et w_n

exercice 3

soit $f_n(x) = x^n - (1-x); x \in [0; 1]; n \in \mathbb{N}^*$

1. Montrer que l'équation $f_n(x) = 0; \forall n \in \mathbb{N}^*$ admet une seule solution $\alpha_n \in]0; 1[$
2. Montrer que la suite (α_n) est convergente
3. Montrer que $\lim \alpha_n = 0$
4. Calculer la limite de α_n

Exercice4 :

1. $f(x) = \sqrt[3]{x - \arctan(x)}; x \in [0; +\infty[$; dresser le tableau de variation de f
2. On considère $u_0 = 1; u_{n+1} = f(u_n)$
 - (a) Montrer que $0 \leq u_n \leq 1; \forall n \in \mathbb{N}$
 - (b) Etudier la monotonie de (u_n) et en déduire quelle est convergente
 - (c) Montrer que $|u_{n+1} - u_n| \leq \sqrt[3]{\frac{1}{3}} u_n; \forall n \in \mathbb{N}$; En déduire $\lim u_n$