Lycée : Anisse
Matière : MATHS

Année scolaire : 2016 /2017
Durée : 2 heures
Date : 25/11/2016

CONTRÔLE N°2 DU 1er SEMESTRE

EX 1

On considère la fonction numérique f_n définie sur $\mathbb{R}_+^*$

par : $f_n(x) = x - n + \frac{n}{2}\ln x$ où $n \in \mathbb{N}^*$

1,5 1) Étudier les variations de la fonction f_n .

1,5 2) a) Montrer qu'il existe un unique réel strictement positif α_n tel que $f_n(\alpha_n) = 0$.

1 b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ 1 \leq \alpha_n < e^2$

1,5 3)

que $\alpha_{n+1} > \alpha_n$. et

: Montrer que la suite $(\alpha_n)_{n\geq 1}$ est convergente.

1,5 4) Montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} (\alpha_n) = e$.

EX 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\ln x}{\ln^2 x + \ln x + 1} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Et soit $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

1 2) Montrer que f est continue à droite en 0.

1,5 3) Étudier la dérivabilité de la fonction f à droite en 0 puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

1,5 4) Étudier les variations de la fonction f .

1 5) Ecrire l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

1,5 6) Tracer la courbe $\mathscr{C}$.

7) Soit g la restriction de f à l'intervalle $I = \left[\frac{1}{e};e\right]$.

1 Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J à déterminer.

1 8) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 puis déterminer $(g^{-1})'(0)$.

EX 3

Determiner les fonctions primitives des fonctions suivantes.

1 $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4x + 6}$

1 $g(x) = \dfrac{x^3 - 4x^2 + x + 1}{x^2 - 4x + 6}$