2017-2018	Devoir 1	$2^{ème}$ bac SM

Exercice (1)

Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 4}\frac{6-\sqrt{x+5}\sqrt[3]{x+4}}{2\sqrt{x+5}-3\sqrt[3]{x+4}} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}+\sqrt{x^2+x}-2x}{\sqrt{9x^2+4}-\sqrt{x^2-2x}-2x}$$ 4pts

Exercice (2)

On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{xE(2x)+1}{x+2}$

1) a) montrer que f est continue à droite de 1 — 0.75 pt

b) la fonction f est-elle continue en 1 ? — 0.75 pt

2) montrer que f est continue au point 0 — 1.5 pt

3) calculer les limite $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ — 2pts

Exercice (3)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=x\,E\left(\dfrac{-2}{x}\right) & ; \quad x>0 \\ f(0)=-2 & \\ f(x)=2x\sin\left(\dfrac{-1}{x}\right) & ; \quad x<0 \end{cases}$

1) a) montrer que f est continue à droite de 0 — 1pt

b) f est-elle continue en 0 ? — 1pt

2) calculer les limites $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ — 1.5 pt

Exercice (4)

Soit F la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $F(x)=x-\sin x$

a) montrer que F est strictement croissante sur $[0,+\infty[$ — 0.75 pt

b) déduire que $(\forall x>0)\quad \sin x<x$ — 0.75pt

2) déterminer les limites $\lim\limits_{x\to 0} E\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)$ et $\lim\limits_{x\to 0} E\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)$ — 2pts

Exercice (5)

Soit g la fonction définie sur $\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ par : $\begin{cases} g(x)=\dfrac{1+x-\sqrt{1+2x}}{x^2} & ; \quad x>0 \\ g(0)=\dfrac{1}{2} & \\ g(x)=\dfrac{1+x-\sqrt{1+2x}\cos x}{2x^2} & ; \quad -\dfrac{1}{2}\le x<0 \end{cases}$

1) étudier la continuité de g à droite de 0 — 1pt

2) montrer que g est continue en 0 — 2pts