

المظاهر الطاقية

1. شغل قوة:

1.1. شغل قوة ثابتة:



- شغل قوة $\vec{F}$ مطبقة على جسم صلب في إزاحة مستقيمة يساوي الجداء السلمي لمتجهة القوة و متجهة انتقال نقطة تأثيرها

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \overline{AB}) = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

$\overline{AB}$: متجهة انتقال نقطة تأثير القوة $\vec{F}$ بين الموضعين A و B

1.2. الشغل الجزئي لقوة غير ثابتة:

- $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \delta \vec{\ell}$: الشغل الجزئي الذي تنجزه القوة $\vec{F}$ خلال الانتقال الجزئي $\delta \vec{\ell}$

- الشغل الكلي بين الموضعين A و B للقوة $\vec{F}$ هو مجموع الأشغال الجزئية

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \sum \delta W(\vec{F}) = \sum \vec{F} \cdot \delta \vec{\ell} = \vec{F} \cdot \sum \delta \vec{\ell}$$

1.3. شغل قوة مطبقة من طرف نابض:

- تعبير شغل القوة المطبقة من طرف نابض بين الموضعين الأول والثاني $W_{A \rightarrow B}(\vec{T}) = E_{p1} - E_{p2} = \frac{1}{2} K \cdot (\Delta \ell_1^2 - \Delta \ell_2^2)$

يتعلق شغل قوة الارتداد بالموضع البدئي و الموضع النهائي لمركز قصور الجسم

2. طاقة الوضع المرنة:

• طاقة الوضع المرنة E_p :

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot \Delta \ell^2 + C$$

* تعبير طاقة الوضع المرنة

C: ثابتة يجب تحديد قيمتها

بالنسبة لنابض أفقي $\Delta \ell = x$ و بالتالي : $E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2 + C$

* مميزات طاقة الوضع المرنة:

- تحديد قيمة الثابتة C^{te} و ذلك باختيار أو تحديد حالة مرجعية لطاقة الوضع المرنة : $(E_p=0)$

مثال: المستوى الرأسي المار من موضع توازن الجسم الصلب مرجعا لطاقة الوضع المرنة

$x=0$ و $E_p=0$ و منه $C^{te}=0$

و بالتالي : $E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2$

3. الدراسة الطاقية للمجموعة (جسم صلب ، نابض) في وضع أفقي:

الطاقة الحركية E_c :

تعبير الطاقة الحركية لمتحرك ما في إزاحة $E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2$

$$x = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2 \cdot x_m^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t + \varphi)$$

الطاقة الميكانيكية E_m :

أ. تعريف:

الطاقة الميكانيكية لمجموعة ما، و في لحظة معينة ، هي مجموع الطاقة الحركية و طاقة الوضع في هذه اللحظة

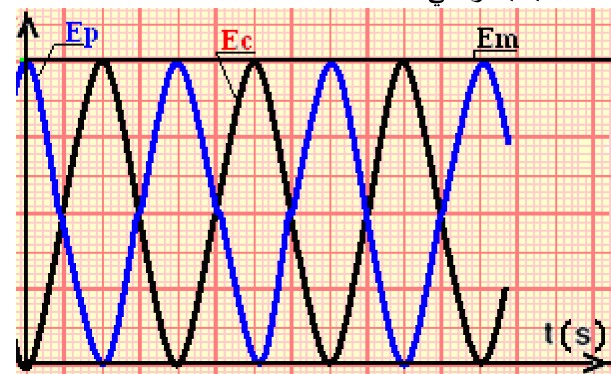
$$E_m = E_c + E_p$$

ب. تعبير الطاقة الميكانيكية:

$$\begin{aligned}
 E_m &= \frac{1}{2} m.V^2 + \frac{1}{2} K.x^2 + C \\
 &= \frac{1}{2} m.\omega^2.x_m^2.\sin^2(\omega.t + \varphi) + \frac{1}{2} K.x_m^2.\cos^2(\omega.t + \varphi) + C \\
 \text{نعلم أن } \omega^2 &= \frac{K}{m} \text{ و بالتالي: } K=m.\omega^2 \\
 E_m &= \frac{1}{2} K.x_m^2.\sin^2(\omega.t + \varphi) + \frac{1}{2} K.x_m^2.\cos^2(\omega.t + \varphi) + C \\
 &= \frac{1}{2} K.x_m^2.(\sin^2(\omega.t + \varphi) + \cos^2(\omega.t + \varphi)) + C \\
 &= \frac{1}{2} K.x_m^2 + C
 \end{aligned}$$

استنتاج : $x_m = C^{te}$ وسع التذبذبات ثابت و بالتالي فالطاقة الميكانيكية تتحفظ $E_m = C^{te}$ و التذبذبات حرة و غير مخمدة و المتذبذب توافقي

$$\begin{aligned}
 E_m &= C^{te} \\
 \text{- بالنسبة للأفصول } x=x_m &: E_m = \frac{1}{2} K.x_m^2 + C \\
 \text{- بالنسبة للأفصول } x=0 &: E_m = \frac{1}{2} m.V_m^2
 \end{aligned}$$



ج . نتائج انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

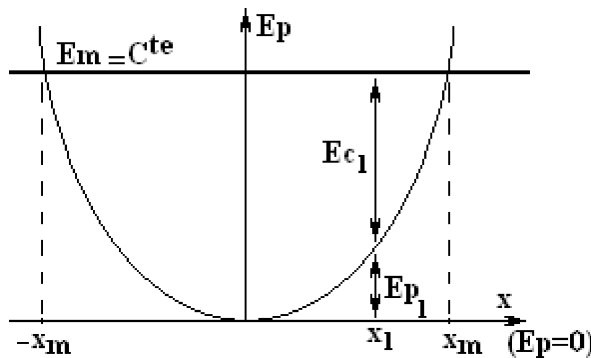
- مخطط الطاقة:

$$\Delta E_m = E_m - E_{m1} = 0 \text{ و بالتالي } E_m = C^{te}$$

$$\begin{aligned}
 &= (E_{c2} + E_{p2}) - (E_{c1} + E_{p1}) \quad \Delta E_m = E_m - E_{m1} \\
 &= (E_{c2} - E_{c1}) + (E_{p2} - E_{p1}) \\
 &= \Delta E_c + \Delta E_p
 \end{aligned}$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \text{ و منه } \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

الطاقة الميكانيكية تتحفظ خلال التذبذبات في حين تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع و العكس صحيح



- المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \text{ و بالتالي } E_m = C^{te}$$

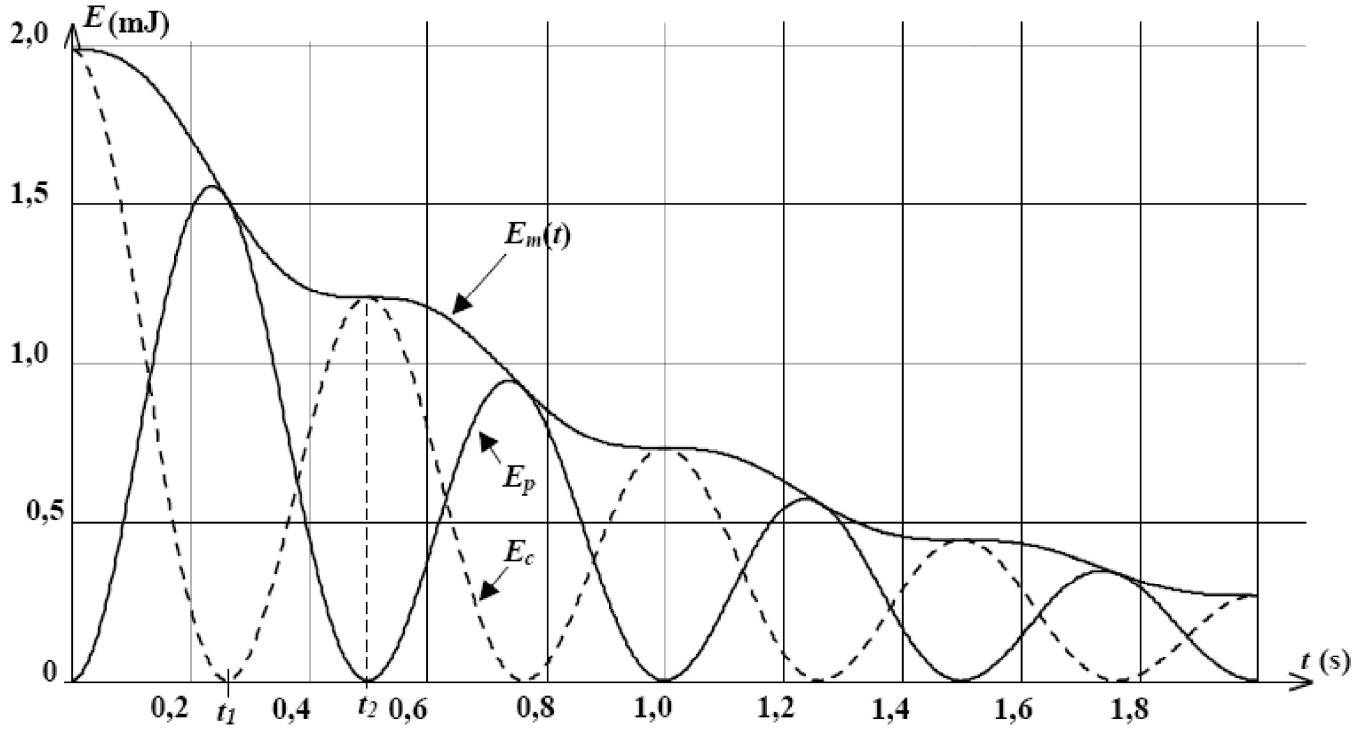
$$\begin{aligned}
 \frac{dE_m}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m.V^2 + \frac{1}{2} K.x^2 + C \right) \\
 &= \frac{1}{2} m.2.V.\dot{V} + \frac{1}{2} K.2.x.\dot{x}
 \end{aligned}$$

$$= m.V.\dot{V} + K.x.\dot{x} = m.V.\ddot{x} + K.x.V = V(m.\ddot{x} + K.x) = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0 \text{ و بالتالي } m.\ddot{x} + K.x = 0 \text{ و منه } V \neq 0 \text{ : سرعة المتذبذب}$$

هام:

في حالة تواجد الاحتكاكات يتناقص وسع التذبذبات نظرا لتناقص الطاقة الميكانيكية مع مرور الزمن



4. الدراسة الطاقية لنواس اللي الطاقة الحركية:

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2$$

J_{Δ} : عزم قصور القضييب بالنسبة للمحور (Δ)

$\dot{\theta}$: السرعة الزاوية

تنحصر الطاقة الحركية لنواس اللي في الطاقة الحركية للقضييب

طاقة الوضع اللي المجموعة:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2 + C_0$$

C: ثابتة لي السلك

θ : الأفصول الزاوي

تحدد الثابتة C_0 باختيار حالة مرجعية لطاقة الوضع اللي ($E_p=0$)

* مميزات طاقة الوضع اللي:

- تحديد قيمة الثابتة C_0 و ذلك باختيار أو تحديد حالة مرجعية لطاقة الوضع اللي : ($E_p=0$)

مثال: المستوى الرأسي المار من موضع توازن الجسم الصلب مرجعا لطاقة الوضع اللي

$$C_0=0 \text{ و } E_p=0 \text{ و } \theta=0$$

$$\text{و بالتالي: } E_p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \theta^2$$

- تعبير تغير طاقة الوضع اللي:

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = \left(\frac{1}{2} C \cdot \theta_2^2 + C_0 \right) - \left(\frac{1}{2} C \cdot \theta_1^2 + C_0 \right) = \frac{1}{2} C \cdot (\theta_2^2 - \theta_1^2)$$

استنتاج : تغير طاقة الوضع اللي مستقل عن الثابتة C_0

الطاقة الميكانيكية E_m :

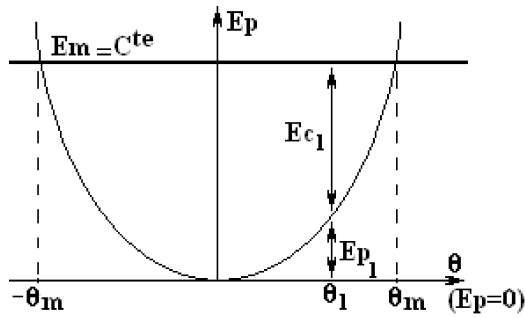
أ. تعبير الطاقة الميكانيكية:

$$\begin{aligned}
 E_m = E_c + E_p &= \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + C_0 \\
 &= \frac{1}{2} J_{\Delta} \omega^2 \dot{\theta}_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} C \theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + C_0 \\
 C &= J_{\Delta} \omega^2 \quad \text{و بالتالي: } \omega^2 = \frac{C}{J_{\Delta}} \quad \text{نعلم أن} \\
 E_m &= \frac{1}{2} C \theta_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} C \theta_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + C_0 \\
 &= \frac{1}{2} C \theta_m^2 (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)) + C_0 \\
 &= \frac{1}{2} C \theta_m^2 + C_0
 \end{aligned}$$

استنتاج : $\theta_m = C^{te}$ وسع التذبذبات ثابت و بالتالي فالطاقة الميكانيكية تتحفظ $E_m = C^{te}$ و التذبذبات حرة و غير مخمدة و المتذبذب توافقي

ب. نتائج انحفاظ الطاقة الميكانيكية:

- مخطط الطاقة:



$\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = 0$ و بالتالي $E_m = C^{te}$

$$\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = (E_{c2} + E_{p2}) - (E_{c1} + E_{p1})$$

$$E_{m1} = (E_{c2} - E_{c1}) + (E_{p2} - E_{p1})$$

$$= \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \quad \text{و منه} \quad \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

الطاقة الميكانيكية تتحفظ خلال التذبذبات في حين تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة وضع و العكس صحيح
- المعادلة التفاضلية:

$$\frac{dE_m}{dt} = 0 \quad \text{و بالتالي} \quad E_m = C^{te}$$

$$\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + C_0 \right)$$

$$= \frac{1}{2} J_{\Delta} 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} C 2 \theta \dot{\theta}$$

$$= J_{\Delta} \dot{\theta} \ddot{\theta} + C \theta \dot{\theta}$$

$$= \dot{\theta} (J_{\Delta} \ddot{\theta} + C \theta) = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{C}{J_{\Delta}} \theta = 0 \quad \text{و بالتالي} \quad J_{\Delta} \ddot{\theta} + C \theta = 0 \quad \text{منه} \quad V \neq 0 \quad \text{سرعة المتذبذب}$$

- شغل مزدوجة اللي:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على المتذبذب : $\Delta E_c = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_c$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0 \quad \text{القوة } \vec{R} \text{ موازية مع المحور } (\Delta)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = 0 \quad \text{الوزن } \vec{P} \text{ موازية مع المحور } (\Delta)$$

$$W_c = -\Delta E_p$$

$$W_c = E_{p1} - E_{p2} = \frac{1}{2} C (\theta_1^2 - \theta_2^2) \quad \text{و بالتالي:}$$