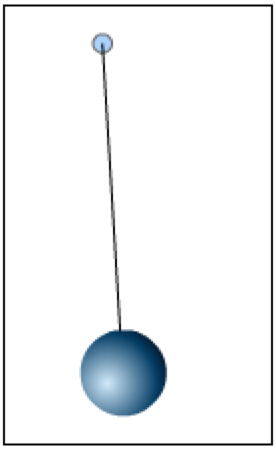
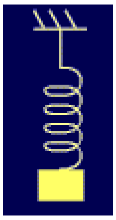
المجموعة الميكانيكية المتذبذبة
Système mecanique oscillant

I ـ تقديم مجموعات ميكانيكية متذبذبة

النواس الوازن	النواس البسيط	نواس اللي	النواس المرن
 النواس الوازن	 النواس البسيط	 نواس اللي	 النواس المرن
النواس الوازن هو كل مجموعة غير قابلة للتشويه بإمكانها إنجاز حركة تذبذبية حول محور ثابت تحت تأثير وزنها . مثال : رقاص ساعة جدارية : يخضع النواس الوازن عند حركته إلى القوى التالية : $\vec{P}$ وزن النواس . $\vec{R}$ تأثير المحور (Δ) محور الدوران . القوى التي لها مفعول على حركة الرقاص هي وزنه فقط ، بينما $\vec{R}$ ليس لها أي مفعول على الحركة خط تأثيرها يمر من المحور Δ.	النواس البسط هو كل نقطة مادية تتأرجح على مسافة ثابتة من محور أفقي ثابت . عمليا للحصول على نواس بسيط نعلق جسم صغير كثافته جد عالية بطرف خيط كتلته مهملة وغير قابل الامتداد ونشد الطرف الآخر بحامل ثابت . عند حركة النواس البسيط فهو يخضع للقوى التالية : $\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{F}$ تأثير الخيط على الجسم . القوة الوحيدة التي لها مفعول على حركة النواس البسيط هي وزنه فقط ، بينما $\vec{F}$ خط تأثيرها يتقاطع مع محور الدوران وبالتالي ليس لها مفعول على حركته . **ملحوظة** : أبعاد الجسم جد صغيرة أما طول الخيط $(r \ll \ell)$ يمكن اعتبار في هذه الحالة أن الجسم نقطيا والنواس البسيط متذبذبا ميكانيكيا مثاليا وحالة خاصة للنواس الوازن .	نواس اللي جهاز يتكون من سلك فلزي ثبت أحد طرفيه إلى حامل ، ومن قضيب متجانس معلق من مركز قصوره بالطرف الثاني للسلك عند إدارة القضيب أفقيا بزاوية θ_0 حول المحور (Δ) المتطابق مع السلك ، فإن السلك يلتوي ، فيسعى للعودة إلى حالته البدئية ، بحيث يطبق على القضيب تأثيرا تنتج عنه مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي وهي مزدوجة ارتداد Couple de rappel تقاوم التواء السلك وبالتالي تحدث حركة تذبذبية للقضيب حول موضع توازنه المستقر . مزدوجة اللي لها مفعول على حركة النواس بينما $\vec{R}$ و $\vec{P}$ ليس لهما أي تأثير .	يتكون النواس المرن من جسم صلب معلق بطرف نابض ذي لفات غير متصلة وكتلة مهملة . الطرف الثاني للنابض مثبت بحامل ثابت . عند تشويه النابض وتحريره نلاحظ أن ينجز حركة تذبذبية حول موضع توازنه المستقر ، تعزى هذه الحركة إلى القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم والتي تتعلق بحالة النابض إذا كان مطالا أو مكبوسا أو مضغوطا إذ تقاوم هذه القوة تشوه النابض ، لذلك تسمى بقوة الارتداد .

2 ــ الحركة التذبذبية ومميزاتها .

2 ــ 1 تعريف

الحركة التذبذبية هي حركة دهاب وإياب حول موضع معين ، وهي حركة تميز المتذبذبات الميكانيكية .
هناك ثلاثة أنواع للحركة التذبذبية :
ــ الحركة التذبذبية الحرة : هي التي ينجزها متذبذب ميكانيكي دون اكتساب طاقة ما من المحيط الخارجي بعد إحداث حركته .
ــ الحركة التذبذبية المصانة : هي التي ينجزها المتذبذب وذلك بتعويض الطاقة المفقودة خلال التذبذبات بواسطة جهاز خارجي .
مثال الساعة الحائطية .
الحركة التذبية القسرية : عندما تفرض مجموعة ميكانيكة تسمى بالمثير تردد لذبذبات على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان .

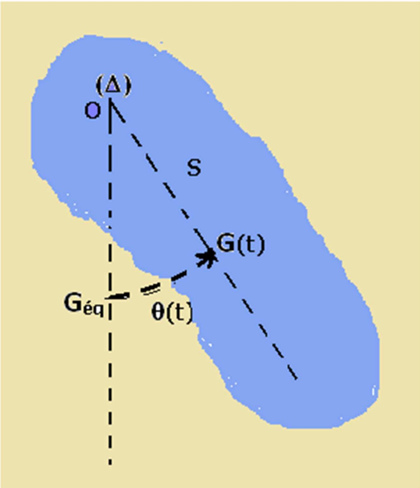
2 ــ 2 مميزات الحركة التذبذبية

أ ــ موضع التوازن المستقر

كل متذبذب ميكانيكي حر لا يمكنه أن ينجز حركته التذبذبية إلا حول موضع توازنه المستقر .

ب ــ وسع الحركة

وسع الحركة لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو القيمة القصوى الموجبة التي يأخذها المقدار المعبر عن مدى ابتعاد أو انحراف المتذبذب عن موضع توازنه المستقر .



- بالنسبة للنواس الوازن والنواس البسيط ونواس اللي نستعمل الأفصول الزاوي θ

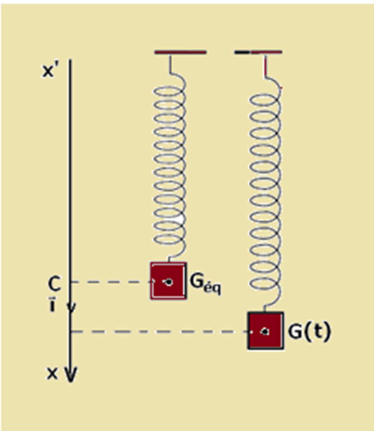
ــ عند إزاحة النواس الوازن عن موضع توازنه المستقر ، ثم نحرره ، ينجز ذبذبات حرة في المستوى الرأسي الذي يحتوي على الموضع البدئي وعلى موضع التوازن المستقر لمركز قصوره G .

الأفصول الزاوي لنواس وازن (أو بسيط أو اللي) هو الزاوية الموجهة $\theta(t)$ بحيث : $\theta(t)=\left(\overrightarrow{OG_{(eq)}},\overrightarrow{OG_{(t)}}\right)$ ، $G_{(éq)}$ موضع G عند التوازن المستقر و $G_{(t)}$ هو موضع G عند اللحظة t .

أثناء الحركة يأخذ الأفصول الزاوي θ قيما موجبة وقيما سالبة . وبإهمال الخمود بالنسبة للذبذبات الأولى ، يتغير θ بين قيمة قصوى θ_m وقيمة دنيا $(-\theta)$ وتسمى القيمة المطلقة لهاتين القيمتين وسع الحركة للنواس الوازن الحر وغير المخمد .

- بالنسبة للنواس المرن ، نستعمل الأفصول الديكارتي (حركة إزاحة مستقيمية)

عند إزاحة الجسم عن موضع توازنه المستقر وفق اتجاه محور النابض وتحريره ، فإنه ينجز حركة تذبذبية حرة حول هذا الموضع .
نمعلم مواضع مركز قصور النواس المرن في المعلم $\mathcal{R}(O,\vec{i})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{i})$ رأسي وموجه نحو الأسفل بالأفصول



$x(t)$ بحيث أن $\overrightarrow{G_{éq}G}=x(t)\vec{i}$ $G_{éq}$ موضع G عند التوازن المستقر .

أثنا الحركة الحرة وغير المخمدة للنواس ، تأخذ x قيما موجبة أكبرها x_m وقيما سالبة أصغرها $-x_m$ ، نسمي x_m وسع الحركة للنواس المرن .

ج ــ الدور الخاص

الدور الخاص T_0 لمتذبذب ميكانيكي حر وغير مخمد هو المدة الزمنية الفاصلة بين مرورين متتالين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى ، وحدته في النظام العالي للوحدات هي الثانية (s)

2 ــ 3 خمود الذبذبات الميكانيكية

أ ــ ظاهرة الخمود

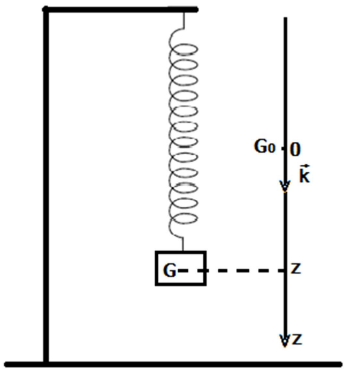
تجربة :

عند إزاحة متذبذب ميكانيكي (مثلا نواس وازن) عن موضع توازنه المستقر وتحريره ، فإنه ينجز ذبذبات حرة يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن ، إلى أن يتوقف عند موضع توازنه المستقر ، تسمى هذه الظاهرة ظاهرة الخمود الميكانيكي .
تعزى هذه الظاهرة إلى الاحتكاكات والتي يمكن تصنيفه إلى نوعين :
ــ احتكاكات صلبة والتي ينتج عنها خمود صلب للذبذبات .
ــ احتكاكات مائعة والتي ينتج عنها خمود مائع للذبذبات .

ب ــ أنظمة خمود الذبذبات الميكانيكية . الخمود بالاحتكاكات المائعة :

دراسة تجريبية :

ننجز التركيب التجريبي المبين في الشكل (1) حيث الجسم في حالة توازن ، يكون النابض مطال .



الشكل (1)

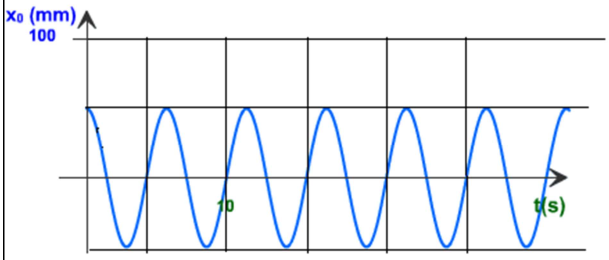
نزيح الجسم عن موضع توازنه ، ثم نحرره بدون سرعة بدئية . في غياب الاحتكاكات $(\lambda = 0)$ ، نحصل على الشكل (2)

نعيد نفس التجربة بوجود احتكاكات ضعيفة ، فنحصل على المنحنى الشكل (3) .
تم احتكاكات مهمة وذلك بتغيير λ فنحصل على الشكل (4)

1 ــ ما طبيعة ذبذبات الخيال عند تشغيل المعصفة مع إهمال الاحتكاكات .
ذبذبات حرة ، جيبية دورية

2 ــ حدد صنف الخمود ونظام اشتغال المتذبذب في كل حالة .
الحالة 2 : غياب الاحتكاكات ، خمود منعدم ، **نظام جيبي دوري**
الحالة (3) حالة احتكاكات ضعيفة : **خمود ضعيف ، نظام شبه دوري**
الحالة (4) حالة احتكاكات جد مهمة : **خمود حاد ، نظام لا دوري**

3 ــ اقترح طريقة عملية لإبراز النظام لا دوري تجريبيا ، واعط شكل مخطط المسافات الموافق .
حركة الجسم في سائل مثل الماء شكل المنحنى : الشكل 4 (ب)

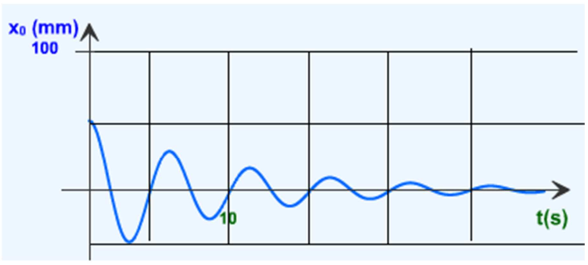


الشكل 2

خلاصة :

ــ حالة الخمود الضعيف : النظام شبه الدوري .

في هذه الحالة ينجز المتذبذب الميكانيكي ذبذبات يتناقص وسعها **أسيا** إلى أن يستقر المتذبذب عند موضع توازنه المستقر .
كما أنه في هذه الحالة أن حركة المتذبذب ليست دورية نقول إنها شبه دورية
ودورها T يقارب الدور الخاص T_0 للمتذبذب . عموما $(T_0 < T)$. نسمي T شبه الدور .
شبه الدور بالنسبة لمتذبذب ميكانيكي خموده ضعيف هو المدة الزمنية هو المدة الزمنية T التي تفصل مرورين متتاليين للمتذبذب من موضع توازنه المستقر في نفس المنحى .

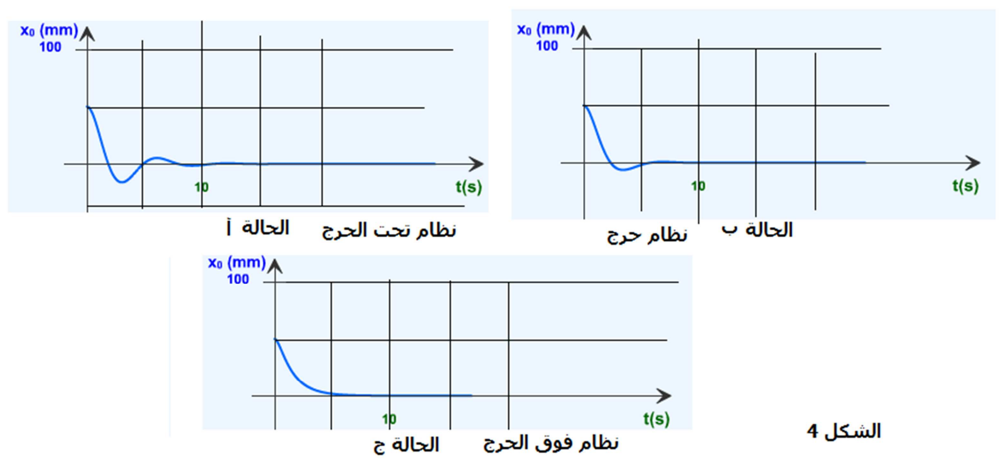


الشكل 3

ملحوظة : كلما كان خمود المتذبذب ضعيفا ، كلما تناهى شبه الدور T نحو الدور الخاص T_0 .
كلما صار الخمود مهما ، كلما تناقص وسع الحركة بشدة إلى أن ينعدم خلال فترة زمنية وجيزة .

ــ حالة الخمود الحاد : النظام اللادوري .

في هذه الحالة تكون حركة المتذبذب غير دورية ، نقول أنها لا دورية ، وحسب أهمية الخمود ، نحصل على الحالات التالية :
ــ النظام تحت الحرج : ينجز المتذبذب ذبذبة واحدة قبل أن يتوقف .
ــ النظام الحرج : حيث يعود المتذبذب إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .
ــ النظام فوق الحرج : حيث يستغرق المتذبذب وقتا طويلا لكي يرجع إلى موضع توازنه المستقر دون أن يتذبذب .

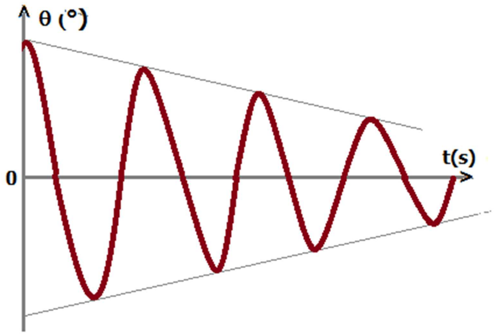


الشكل 4

ملحوظة : لصيانة حركة تذبذبية نوظف بعض الأجهزة الميكانيكية تكمن وظيفتها في تعويض الطاقة المبددة في كل دور . مثال : صيانة ذبذبات شفرة هزاز بواسطة كهرمغنطيس .

ب ــ الخمود بالاحتكاكات الصلبة

مثال النواس الوازن



تكون الاحتكاكات على مستوى محور الدوران " الصلبة " تكون في هذه الحالة ذبذبات النواس شبه دورية ويتناقص وسعها بكيفية خطية . ويساوي شبه الدور للذبذبات الدور الخاص للمتذبذب إذا كان حرا وغير مخمد .

II ــ دراسة ذبذبات المجموعة { جسم صلب ـ نابض }

1 ــ قوة الارتداد التي يطبقها نابض .

الدراسة التجريبية :

*** دراسة المجموعة في حالة توازن**

نعلق بالحامل نابضا ذا صلابة k ، طوله الأصلي ℓ_0

نعلق بالطرف A لنابض كتلة معلمة m ، فيطال النابض حيث يصبح طوله ℓ بحيث ينتقل طرفه الحر بالمسافة $A_0A_{éq}$

1 ــ ذكر بالطريقة العملية لتعيين صلابة النابض .

نغير الكتل المعلمة ، وفي كل حالة نقيس إطالة النابض حيث نحصل على تغيرات توتر النابض بدلالة الإطالة $\Delta\ell$ علما أن $F = mg$ لكون أن الكتلة المعلمة في حالة توازن .

فنحصل على دالة خطية $F = k\times\Delta\ell$ حيث المعامل الموجه يمثل صلابة النابض k

2 ــ أعط بدلالة ℓ,ℓ_0,k ، تعبير شدة القوة المطبقة من طرف النابض على الكتلة المعلمة ، واستنتج تعبير $\vec{F}$ بدلالة k والمتجهة $\overrightarrow{A_0A_{éq}}$. $\vec{F} = -k\times\overrightarrow{A_0A_{éq}}$

*** الدراسة التحريكية للمجموعة**

1 ــ 1 القوى المطبقة على الجسم

$\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تأثير السطح على الجسم (غياب الاحتكاك) ، $\vec{F}$ القوة المطبقة من طرف النابض على الجسم وهي قوة ارتداد تسعى إلى إرجاع الجسم إلى موضعه البدئي .

1 ــ 2 مميزات قوة الارتداد

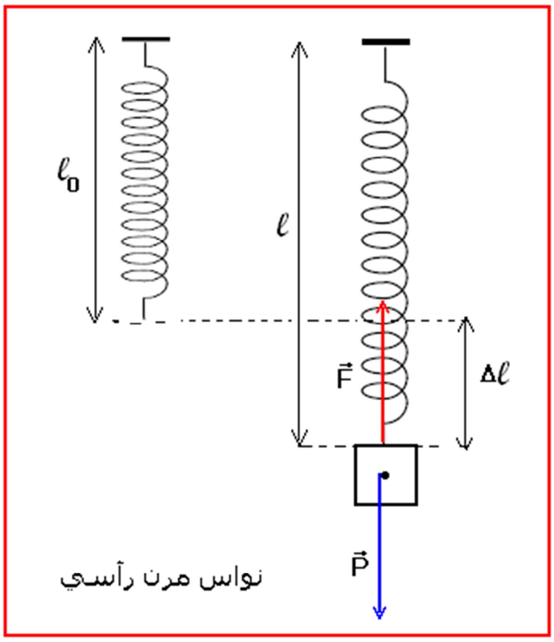
نقطة التأثير : نقطة التماس الجسم والنابض .

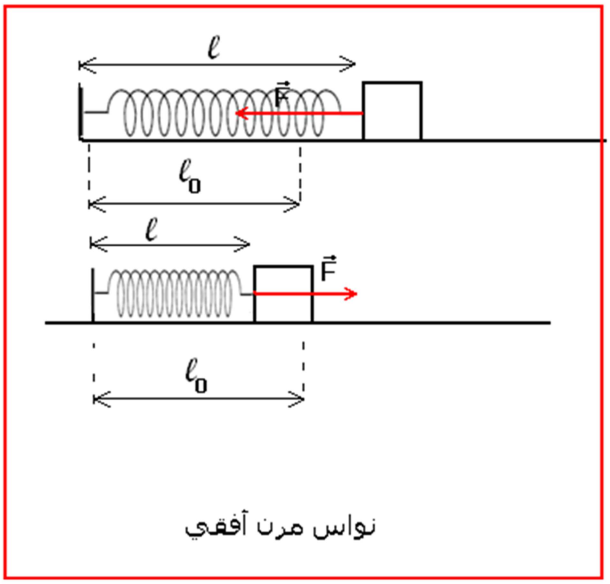
خط التأثير : محور النابض

المنحى : موجه نحو داخل النابض في حالة النابض مطالا ، أو خارجه في حالة النابض مكبوس أو مضغوط .

الشدة : $F = k\Delta\ell = k\left(\ell-\ell_0\right)$ حيث k صلابة النابض و $\Delta\ell$ إطالته بالمتر و ℓ_0 طوله البدئي ، ℓ طوله النهائي .

يمكن أن نقرن بإطالة النابض $\Delta\ell$ المتجهة $\overrightarrow{A_0A}$ وهي متجهة انتقال النقطة A بحيث أن $\vec{F} = -k\overrightarrow{A_0A}$.

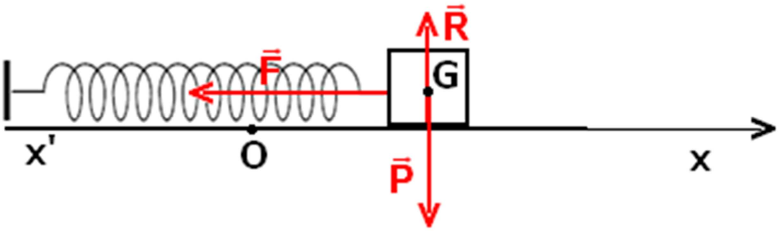




2 ــ المعادلة التفاضلية

نعتبر نواسا أفقيا بحيث ينجز الجسم الصلب (S) ذبذبات حرة وغير مخمدة .

نمعلم G مركز قصور الجسم الصلب بالأفصول x



في معلم $\mathcal{R}(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ متعامد وممنظم محوره $(O,\vec{i})$ أفقي يطابق أصله G_0 موضع G عند التوازن : $\overline{OG} = x\vec{i}$.

المعلم $\mathcal{R}$ مرتبط بمرجع أرضي باعتباره غاليليا حيث نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) أثناء حركته .

المجموعة المدروسة : الجسم (S) ذو كتلة m .

القوى المطبقة على الجسم : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{R}$ تأثير المستوى الأفقي على الجسم و $\vec{F}$ قوة الارتداد التي يطبقها النابض على الجسم بحيث أن $\vec{F} = -k\overline{A_0A}$. بما أن الجسم في حركة إزاحة $\overline{A_0A} = \overline{G_0G}$ ومنه فإن $\vec{F} = -kx\vec{i}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}$

الإسقاط على $(O,\vec{i})$: $P_x + R_x + F_x = ma_x$ أي أن $-kx = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$

نستنتج المعادلة التفاضلية من العلاقة السابقة : $kx + m\dfrac{d^2x}{dt^2} = 0 \Rightarrow \boxed{\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0}$

العلاقة : $\dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$ تمثل المعادلة التفاضلية للنواس المرن .

ملحوظة : نفس المعادلة يمكن التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن الرأسي . أنظر التمرين التطبيقي 1

3 ـ حل المعادلة التفاضلية :

لدينا معادلة تفاضلية خطية حلها بصفة عامة هو على الشكل التالي : $x(t) = x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ حيث :

$\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$: طور التذبذبات عند اللحظة t وحدته rad .

φ طور الذبذبات عند اللحظة t=0 نعبر عنه ب rad .

x_m وسع الحركة بالمتر (m)

T_0 الدور الخاص للذبذبات ب s

طبيعة حركة مركز القصور G للجسم مستقيمية جيبية دالتها الزمنية هي : $x(t) = x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

ـ تحدد قيمتي x_m و φ انطلاقا من الشروط البدئية .

ـ لدينا : $-1 \le \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \le +1 \Rightarrow -x_m \le x(t) \le +x_m$

4 ـ تعبير الدور الخاص

يحدد تعبير الدور الخاص انطلاقا من المعادلة التفاضلية بحيث نبحث عن الشرط الذي ينبغي توفره لكي تكون الدالة $x(t) = x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية السابقة :

لدينا $\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{2\pi}{T_0}x_m \sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ و كذلك $\dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}x_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2}x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \frac{k}{m}x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = 0$$

$$x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)\left(\frac{k}{m} - \frac{4\pi^2}{T_0^2}\right) = 0$$

مهما كانت t أي أن $\left(\frac{k}{m}-\frac{4\pi^2}{T_0^2}\right)=0 \Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

بحيث أن T_0 الدور الخاص للنواس المرن

m كتلة الجسم (S) ب kg و k صلابة النابض ب (N/m)

نعبر كذلك عن التردد الخاص للذبذبات بالعلاقة التالية : $f_0=\frac{1}{T_0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

وحدة التردد في النظام العالمي للوحدات هي الهرتز . (Hz)

دراسة تجريبية : التحقق من العلاقة $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

نعلق كتلة معلمة بنابض ، ونمعلم موضع النقطة A عند التوازن $A_{éq}$.

نزيح الكتلة المعلمة رأسيا نحو الأسفل بالوسع x_m ونحررها بدون سرعة بدئية . بواسطة ميقت يدوي نقيس مدة 10 ذبذبات .

نعيد التجربة 3 مرات بحيث في كل مرة قيمة x_m .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير الكتلة في كل مرة مع الاحتفاظ بنفس النابض .

نعيد التجربة 3 مرات مع تغيير النابض في كل مرة واستعمال نفس الكتلة المعلمة .

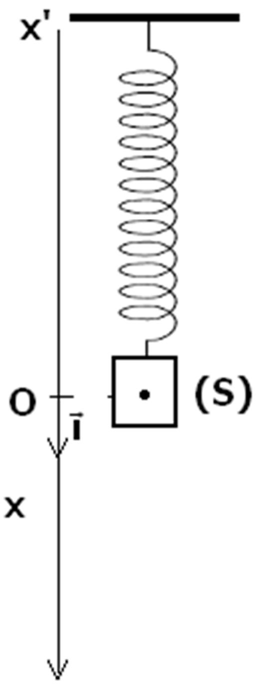
1 ـ لماذا لا نقيس مباشرة ذبذبة واحدة ؟ هل يتعلق الدور الخاص بوسع الحركة ؟

2 ـ ما تأثير كل من كتلة الجسم المعلق و صلابة النابض على الدور الخاص ؟

3 ـ هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

تمرين تطبيقي 1:

نعتبر نواسا مرنا رأسيا مكونا من نابض مرن ذي لفات غير متصلة ، وكتلته مهملة وصلابته $k=10N/m$ ، ومن جسم صلب (S) كتلته $m=200g$. أنظر الشكل



1 ـ اجرد القوى المطبقة على الجسم (S) عندما يكون هذا الأخير في حالى سكون

2 ـ نزيح الجسم (S) عن موضع توازنه بمسافة $x_m=2cm$ ونحرره بدون سرعة بدئية في لحظة t_0 نعتبرها أصلا للتواريخ .

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أكتب التعبير المتجهي للقوى المطبقة على الجسم (S)

3 ـ أوجد المعادلة التفاضلية لحركة G مركز قصور الجسم (S) .

III ـ دراسة ذبذبات نواس اللي

1 ـ مزدوجة الارتداد المطبقة من طرف سلك اللي .

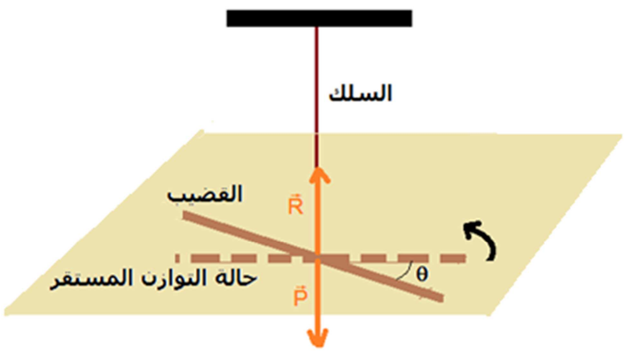
عند تطبيق مزدوجة قوتين على قضيب معلق بسلك ، فإن هذا الأخير يلتوي . وعند حذف المزدوجتين ، يعود السلك إلى موضع توازنه بفعل قوة الارتداد التي تطبقها مولدات السلك على القضيب وموجوع هذه القوى يكون مزدوجة تسمى بمزدوجة اللي ونرمز لها ب $\mathcal{M}_C$.

عزم هذه المزدوجة مستقل عن المحور ونعبر عنه بالعلاقة التالية : $\mathcal{M}_C=-C.\theta$

بحيث أن C ثابتة لي السلك وحدتها هي $N.m.rad^{-1}$ و θ زاوية اللي ب rad

تتعلق ثابتة اللي بطول السلك وبمقطعه وبنوعيته .

2 ـ المعادلة التفاضلية لحركة الجسم الصلب وحلها .



نعتبر نواس اللي في توازنه المستقر . ندير القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ، ونحرره بدون سرعة بدئية ، فينجز القضيب حركة تذبذبية حرة حول موضع توازنه المستقر .

نعتبر الاحتكاكات مهملة . J_Δ عزم قصور القضيب بالنسبة للمحور (Δ) المجسد بالسلك . و C ثابتة اللي للسلك.

ندرس حركة القضيب في مرجع مرتبط بالأرض والذي نعتبره مرجعا غاليليا ، ونمعلم موضع القضيب بأفصوله الزاوي θ والذي نقيسه بالنسبة لاتجاه مرجعي وهو اتجاه القضيب عند التوازن .

جرد القوى المطبقة على القضيب : $\vec{P}$ وزن القضيب ، $\vec{R}$ تأثير السلك على القضيب ، ومزدوجة اللي وعزمها هو $\mathcal{M}_C = -C.\theta$.

تطبيق العلاقة الأساسية للتحريك على القضيب: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta}$

بما أن خط تأثير القوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ متطبقان لمحور الدوران فمفعولهما علة دوران القضيب منعدم أي أن عزمهما منعدم . $\mathcal{M}_C = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow -C\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$

وبالتالي تكون المعادلة التفاضلية لحركة القضيب هي : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية شبيهة من ناحية الشكل بالمعادلة التفاضلية التي تم التوصل إليها بالنسبة للنواس المرن وقياسا على ذلك فإن حلها سيكون على الشكل التالي : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

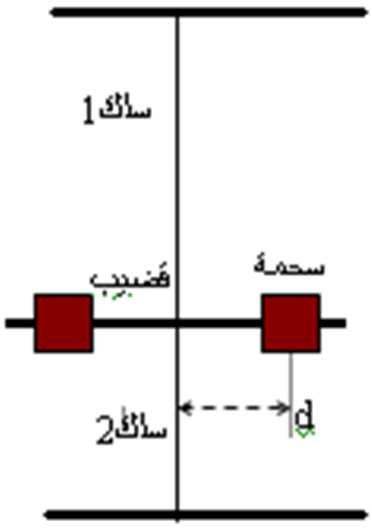
θ_m و φ تتعلقان بالشروط البدئية للحركة .

3 ـ الدور الخاص :

بتعويض حل المحصل عليه في المعادلة التفاضلية نحصل على الدور الخاص للنواس اللي الحر وهو على الشكل التالي :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب (الجسم الصلب) بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه $kg.m^2$ و C ثابتة اللي للسلك نعبر عنها $N.m.rad^{-1}$.

التردد الخاص لنواس اللي هو : $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{J_\Delta}}$



دراسة تجريبية : التحقق التجريبي من العلاقة $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{C}}$

الجهاز التجريبي

ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل جانبه والمتكون من سلكين ثابتة ليهما على التوالي C_1 و C_2 بحيث أن ثابتة اللي المكافئة للسلكين هي

$C = C_1 + C_2$

ونعلم أن ثابتة اللي تتعلق بطول السلك ℓ وهي تتناسب عكسيا مع الطول ℓ

قضيب معدني متجانس يحمل في طرفيه سحمتين كتلة كل واحدة منهما هي m عزم قصوره هو $J'_\Delta = J_\Delta + 2md^2$ حيث J_Δ عزم قصور القضيب

نزيح القضيب عن موضع توازنه بالزاوية θ_m ونطلقه بدون سرعة بدئية .

نلاحظ : ينجز القضيب حركة تذبذبية دورانية حول موضع توازنه في المستوى المتعامد مع القضيب

<u>1 ـ تأثير عزم قصور القضيب</u>

تجربة : نأخذ سلك ثابتة ليه C ونغير عزم قصوره J'_Δ

$J'_\Delta = J_\Delta + 2md^2$

J_Δ عزم قصور القضيب . m كتلة السحمة أو الجسم المثبت على القضيب

d المسافة بين المحور (Δ) والسحمة .

نغير المسافة d ونقيس الدور الخاص T_0 بواسطة خلية كهر ضوئية مرتبطة بميقات إلكتروني .

نقارن قيم T_0 و J'_Δ ماذا نلاحظ ؟

كلما ازدادت d ازدادت كذلك T_0 أي كلما ازدادت J'_Δ ازدادت T_0

استنتاج : J'_Δ و T_0 يتناسبان أطرادا .

$T_0 = k\sqrt{J'_\Delta}$

<u>2 ـ تأثير ثابتة اللي للسلك .</u>

نثبت عزم قصور القضيب J'_Δ ونغير السلك ـ طوله أو طبيعته ـ

نقارن قيم T_0 و C ماذا نلاحظ ؟

نلاحظ : أنه كلما ازدادت ثابتة اللي للسلك يتناقص الدور الخاص T_0

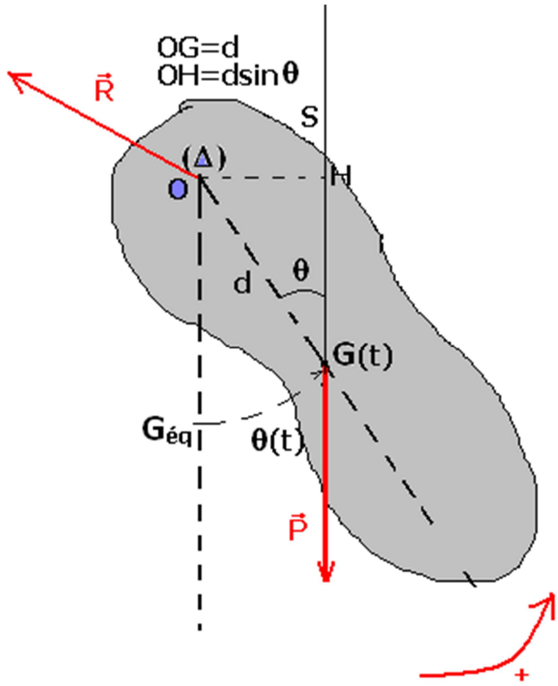
أي أن T_0 وC يتناسبان عكسيا والدراسة الكمية تبين أن : $T_0 = \frac{k'}{\sqrt{C}}$

3 ـ هل هذه النتيجة تتوافق مع العلاقة التي تم التوصل إليها في الدراسة النظرية ؟

IV ـ دراسة ذبذبات النواس الوازن .

1 ـ المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وحلها .

المجموعة المدروسة : الجسم (S) كتلته m وعزم قصوره بالنسبة لمحور الدوران (Δ) الأفقي J_Δ .



المعلم : مرتبط بالأرض، المرجع الأرضي ونعتبره غاليليا .

في كل لحظة نعلم موضع النواس G بالأفصول الزاوي $\theta(t)$

جرد القوى المطبقة على المجموعة :

ـ وزنها $\vec{P}$

ـ تأثير المحور (Δ) على المجموعة $\vec{R}$.

نطبق العلاقة الأساية للتحريك على المجموعة في حالة الدوران

حول المحور (Δ) : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

بما أن خط تأثير القوة $\vec{R}$ يتقاطع مع محور الدوران (Δ) فإن عزمها

منعدم بالنسبة لهذا المحور : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

وبالتالي : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

لدينا : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgd\sin\theta$ أي أن

$$-mgd\sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta} \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_\Delta}\sin\theta = 0 \qquad (1)$$

العلاقة التي تم التوصل إليها هي المعادلة التفاضلية لحركة النواس الوازن وهي غير خطية وبالتالي فحلها ليس جيبيا .

حالة الذبذبات ذات وسع صغير .

تعتبر الذبذبات ذات وسع صغير إذا كانت $\theta \le 15°$ يعني أن $\theta \le 0,26rad$ في هذه الحالة تكون $\sin\theta \approx \theta$ وتصبح المعادلة التفاضلية

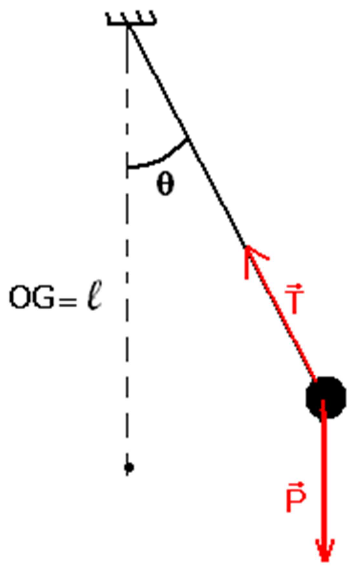
$$\ddot{\theta} + \frac{mgd}{J_\Delta}\theta = 0 \qquad (2)$$

قياسا مع ما سبق نقبل أن حل هذه المعادلة التفاضلية هو على الشكل التالي :

$$\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

2 ـ الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير .

الدور الخاص لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة وغير مخمدة وذات وسع صغير:



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}}$$

J_Δ عزم قصور الجسم بالنسبة للمحور (Δ) نعبر عنه ب $(kg.m^2)$

d المسافة الفاصلة بين المحور (Δ) ومركز قصور المجموعة المتذبذبة . ب (m)

m كتلة المجموعة ونعبر عنها ب (kg)

g شدة الثقالة (m/s^2) .

تعبير التردد الخاص f_0 لنواس وازن ينجز ذبذبات حرة غير مخمدة وذات وسع صغير :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgd}{J_\Delta}}$$

3 ـ النواس البسيط

النواس البسيط هو نموذج مثالي للمتذبذب ميكانيكي . وهو حالة خاصة للنواس الوازن حيث :

$d=\ell$ و $J_\Delta = m\ell^2$. في هذه الحالة تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{\ell}\theta=0$

وتقبل هذه المعادلة كحلا لها : $\theta(t)=\theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ وتمثل المعادلة الزمنية لحركة النواس البسيط .

تعبير الدور الخاص للنواس البسيط : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ حيث ℓ طول النواس البسيط ب (m) و g شدة مجال الثقالة (m/s^2) .

طول النواس البسيط المتواقت مع النواس البسيط :
نقول أن النواس البسيط متواقت مع النواس الوازن إذا كان لهما نفس الدور
أي أن دور النواس البسيط =دور النواس الوازن .

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mgd}} \Rightarrow \ell=\frac{J_\Delta}{md}$$

V ــ ظاهرة الرنين الميكانيكي

1 ــ الذبذبات القسرية

في الواقع تؤثر الاحتكاكات على حركة المتذبذبات الميكانيكية والتي تؤدي إلى خمود حركتها مع الزمن في حالة ما لم يتم تعويض الطاقة المفقودة من طرف المحيط الخارجي . عكس ذلك تكون حركة المتذبذب مصانة . للحصول على هذا النوع من الذبذبات يتم تجميع المتذبذب الميكانيكي مع جهاز يمنحه الطاقة اللازمة . يسمى هذا الأخير بالمثير وهو مجموعة ذات حركة جيبية تفرض دورها T_e على المجموعة المتذبذبة والتي تسمى بالرنان ، فتصبح هذه الأخيرة تنجز ذبذبات قسرية دورها T_0 .

التمرين التجريبي 1 :

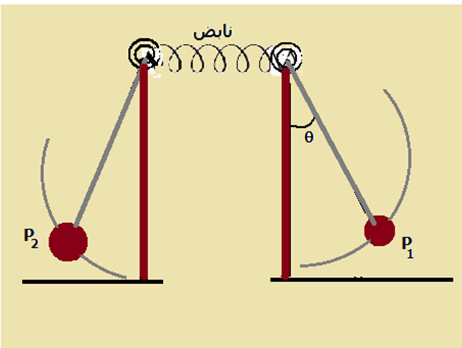
يتكون نواس بسيط P_1 من خيط غير قابل للامتداد طوله ℓ_1 ثبت في طرفه كرية كتلتها m_1 . نواس ثاني P_2 يتكون كذلك من خيط غير قابل الامتداد طوله متغير ℓ ، ثبت في طرفه كرة كتلتها m_2 أكبر من m_1 .النواسين P_1 و P_2 مرتبطين بنابض (أنظر الشكل)

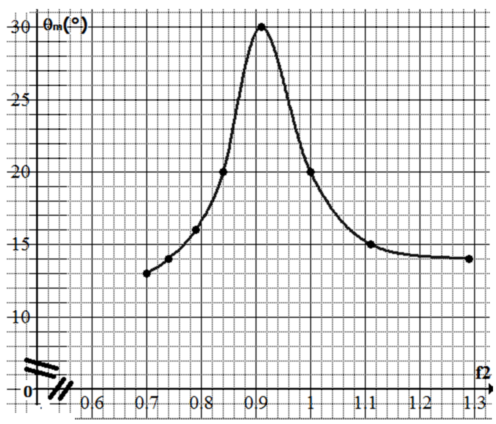
نزيح النواس P_2 عن موضع توازنه ونحرره بدون سرعة بدئية .

يمكّن جهاز معلوماتي من تسجيل قيمة الوسع θ_m للنواس P_1 بدلالة التردد f_2 للحركة التذبذبية للنواس P_2 .

نعيد هذه التجربة عدة مرات وفي كل مرة نغير الطول ℓ للنواس P_2 فنحصل على النتائج التالية :

$f_2(Hz)$	0,70	0,74	0,79	0,84	0,91	1,00	1,11	1,29
$\theta_m(°)$	13	14	16	20	30	20	15	14





1 ــ حدد في هذه التجربة المثير والرنان .
2 ــ أكتب تعبير تردد التذبذبات للنواس P_1 .
3 ــ مثل المنحنى $\theta_m=g(f_2)$
4 ــ ما هي الظاهرة التي تبرز خلال هذه التجربة بالنسبة لتردد f_0 ؟
5 ــ عين قيمة f_0
6 ــ أحسب الطول ℓ_1 للنواس P_1
7 ــ نضيف جهاز لخمود التذبذبات إلى النواس P_1
ما هو التغير المعاين على الظاهرة الملاحظة ؟
نعطي $g=9,81m/s^2$.

الجواب :
1 ــ المثير : P_2 والرنان : P_1
2 ــ النواس P_1 بسيط : $T_1=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$
3 ــ المنحنى : $\theta_m=g(f_2)$ (أنظر الشكل)
4 ــ الظاهرة التي تبرزها هذه التجربة عندما تأخذ $f_2=f_0$
هي ظاهرة الرنين الميكانيكي
5 ــ $f_0=0,91Hz$ حيث θ_m تأخذ قيمة قصوية $30°$
6 ــ حساب الطول ℓ_1 للنواس P_1 :

عند الرنين : $f_0 = f_1$ أي أن $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell_1}}$ ومنه فإن $\ell_1 = \frac{g}{4\pi^2 f_0^2} = 0,30m$

7 ـ عند إضافة جهاز لخمود الذبذبات أي يصبح خمود
الرنان قويا ويأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين
قيمة صغيرة نقول في هذه الحالة أن الرنين ضبابي .

تعريف بالرنين الميكانيكي :

تحدث ظاهرة الرنين الميكانيكي عندما يقارب الدور T_e لذبذبات الرنان دوره الخاص T_0 : $T_e \simeq T_0$

تأثير الخمود على الرنين : في حالة الخمود الضعيف للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة كبيرة ، نقول أن الرنين حادا .

في حالة الخمود القوي للرنان ، يأخذ وسع الذبذبات القسرية عند الرنين قيمة صغير ، نقول إن الرنين ضبابي