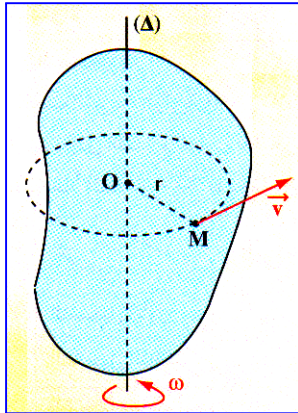


## حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت

### I. حركية نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت



خلال حركة الدوران لجسم صلب حول محور ثابت (Δ) مسار نقطة M دائري ينتمي لمستوى متعامد مع (Δ) و ممرکز فيه.

تعريف

#### المعلومة

نمعلم حركة نقطة M من الجسم بأفصولها المنحني s أو أفصولها الزاوي θ و العلاقة بينهما هي :

$$s = r\theta$$

#### السرعة والتسارع

$\omega = \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$	السرعة الزاوية
$\ddot{\theta} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$	التسارع الزاوي
$v = r\omega$	العلاقة بين السرعتين الخطية و الزاوية
$\vec{a} \begin{cases} a_T = r\ddot{\theta} \\ a_N = r\omega^2 \end{cases}$	التسارع

في لحظة t لجميع نقط جسم صلب في دوران حول محور ثابت نفس السرعة الزاوية و نفس التسارع الزاوي لكن سرعاتها الخطية مختلفة .

خاصية

#### المعادلات الزمنية

التسارع	المعادلة الزمنية	السرعة الزاوية	التسارع الزاوي	
$\begin{cases} a_T = 0 \\ a_N = r\omega_0^2 \end{cases}$	$\theta = \omega_0 t + \theta_0$	$\omega = Cte = \omega_0$	$\ddot{\theta} = 0$	دوران منتظم
$\begin{cases} a_T = r\ddot{\theta} \\ a_N = r\omega^2 \end{cases}$	$\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 + \omega_0 t + \theta_0$	$\omega = \dot{\theta}t + \omega_0$	$\ddot{\theta} = Cte \neq 0$	دوران متغير بانتظام

ملحوظة: في حالة الدوران المتغير بانتظام يمكن استنتاج علاقة مستقلة عن الزمن بإقصاء t من المعادلتين الزميتين  $\omega(t)$  و  $\theta(t)$  :

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\ddot{\theta}(\theta_2 - \theta_1)$$

### II. عزم القصور لجسم صلب

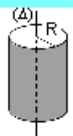


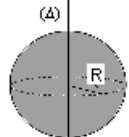
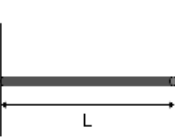

مقدار يميز مدى مقاومة الجسم لحركة الدوران ويتعلق بكتلته و بشكله الهندسي أي كيفية توزع المادة حول محور الدوران، و يعرف بالعلاقة العامة التالية:

$$J_A = \sum m_i r_i^2$$

تعريف

وحدته في النظام العالمي للوحدات هي:  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$

**أمثلة:** عزم القصور لبعض الأجسام ذات أشكال هندسية بسيطة

<b>أسطوانة</b>  $J_{\Delta} = \frac{1}{2}MR^2$	<b>قرص</b>  $J_{\Delta} = \frac{1}{2}MR^2$	<b>حلقة</b>  $J_{\Delta} = MR^2$
<b>كرة</b>  $J_{\Delta} = \frac{2}{5}MR^2$	<b>ساق</b>  $J_{\Delta} = \frac{1}{3}ML^2$	<b>ساق</b>  $J_{\Delta} = \frac{1}{12}ML^2$

### III. العلاقة الأساسية لديناميك الدوران (مبرهنة التسارع الزاوي)

في معلم غاليلي يساوي المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت ( $\Delta$ ) جذاء عزم القصور  $J_{\Delta}$  و التسارع الزاوي  $\ddot{\theta}$  للجسم:

$$\Sigma M_{\Delta}(\vec{F}) = J_{\Delta} \ddot{\theta}$$

👉 **حالات خاصة:**

- ✓ إذا كان مجموع عزوم القوى **منعدمًا** فإن الدوران **منتظم**،
- ✓ إذا كان مجموع عزوم القوى غير منعدم و **ثابت** فإن الدوران **متغير بانتظام**.

$\Sigma M_{\Delta} < 0$ حركة الدوران <b>متباطئة</b> بانتظام $\ddot{\theta} < 0$	$\Sigma M_{\Delta} = 0$ حركة الدوران <b>منتظمة</b> $\ddot{\theta} = 0$	$\Sigma M_{\Delta} > 0$ حركة الدوران <b>متسارعة</b> بانتظام $\ddot{\theta} > 0$
---------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------

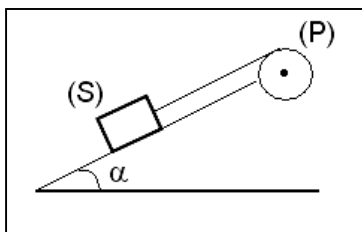
### تمرين

لتحديد عزم القصور لبكرة (P) متجانسة شعاعها  $r = 15 \text{ cm}$  قابلة للدوران حول محورها ( $\Delta$ ) تنجز التجربة التالية.

حول (P) يلف خيط كتلته مهملة و غير قابل للامتداد و يربط في طرفه جسم صلب (S) كتلته  $m = 0,30 \text{ kg}$ .

4	3	2	1	n
1,398	1,211	0,989	0,699	$\Delta t(s)$

يوضع الجسم (S) على سطح مائل عن المستوى الأفقي بالزاوية  $\alpha = 28^\circ$  ثم تحرر المجموعة بدون سرعة بدئية في اللحظة  $t = 0$ . يمكن تركيب مناسب من قياس المدة  $\Delta t$  التي تستغرقها البكرة لإنجاز عدد n



من الدورات.

يعطي الجدول التالي النتائج المحصل عليها.

خلال الدوران لا ينزلق الخيط على محيط الأسطوانة.

تُهمل الاحتكاكات و تؤخذ  $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ .

**1-** باستغلال هذه النتائج بين أن حركة البكرة متغيرة بانتظام.

**2-** أحسب قيمة التسارع الزاوي  $\ddot{\theta}$  لحركة البكرة.

**3-** بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) و العلاقة الأساسية لديناميك

الدوران على البكرة (P) أوجد تعبير عزم القصور  $J_{\Delta}$  للبكرة (P) بدلالة  $m$  و  $g$  و  $r$  و  $\alpha$  و  $\ddot{\theta}$  و أحسب قيمتها.