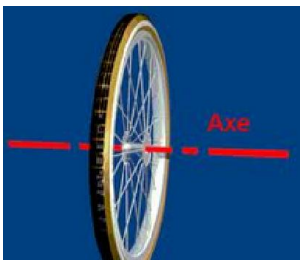
هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

حركة دوران جسم صلب حول محور ثابت

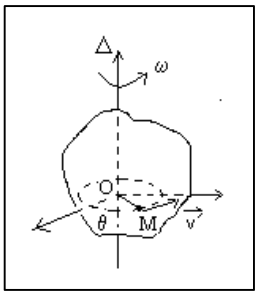


I-حركة نقطة من جسم صلب في دوران حول محور ثابت :

1-تعريف :

يكون جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) ، إذا كانت لجميع نقطه حركة دائرية ممركزة على هذا المحور .

2-معلمة نقطة :



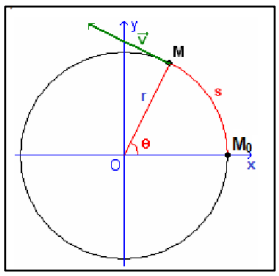
نمعلم حركة نقطة M من جسم في دوران ب :
أفصولها المنحني s أو أفصولها الزاوي θ يعبر عنه ب (rad) حيث :

$$s=r.\theta$$

3-السرعة الزاوية والسرعة الخطية :

السرعة الزاوية ω هي مشتقةالأفصول الزاوي بالنسبة للزمن وحدتها في $S.I$ هي: $rad.s^{-1}$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$



السرعة الخطية v هي مشتقة الأفصول المنحني بالنسبة للزمن وحدتها في $S.I$ هي : $m.s^{-1}$

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

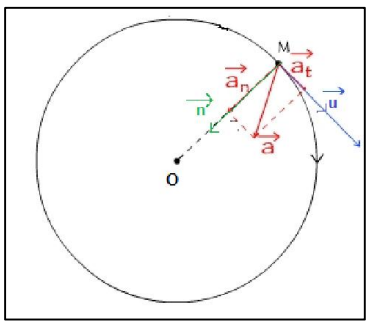
العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية $v = r\dot{\theta}$

4-التسارع الزاوي :

4.1-تعريف :

التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ هو مشتقة السرعة الزاوية بالنسبة للزمن وحدته في $S.I$ هي: $rad.s^{-2}$

$$\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



4.2-التسارع المماسي والمنظمي :

في معلم فريني متجهة التسارع تكتب :

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

حيث :

$$\begin{cases} a_T = \frac{dv}{dt} = \frac{d(R\dot{\theta})}{dt} = R.\ddot{\theta} & \text{: التسارع المماسي} \\ a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{(R.\dot{\theta})^2}{R} = R.\dot{\theta}^2 & \text{: التسارع المنظمي} \end{cases}$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

5-الدوران المتغير بانتظام :

في حالة الدوران المتغير بانتظام يكون التسارع الزاوي ثابت : $\ddot{\theta} = Cte$

السرعة الزاوية : $\dot{\theta} = \ddot{\theta}t + \dot{\theta}_0$

الأفصول الزاوي: $\theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta}.t^2 + \dot{\theta}_0.t + \theta_0$

العلاقة المستقلة عن الزمن نحصل عليها بإقصاء الزمن بين المعادلتين $\dot{\theta}$ و θ نحصل على :

$$\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 = 2\ddot{\theta}(\theta_2 - \theta_1)$$

ملحوظة :

في حالة الدوران المنتظم تكون السرعة الزاوية ثابتة : $\dot{\theta} = Cte$

الافصول الزاوي يكتب : $\theta = \dot{\theta}_0.t + \theta_0$

II-العلاقة الأساسية للديناميك :

1-نص العلاقة :

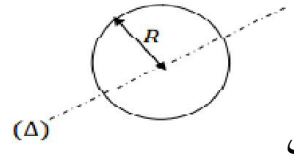
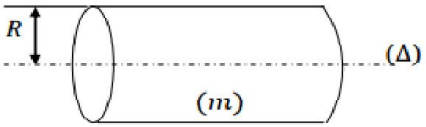
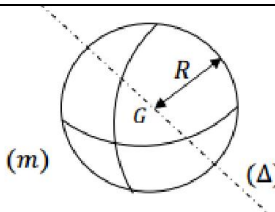
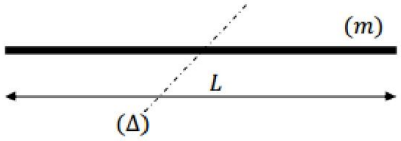
في معلم غاليلي، يساوي المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ)، في كل لحظة ،جداء عزم القصور J_Δ والتسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ للجسم :

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

J_Δ : عزم قصور الجسم ب : $kg.m^2$

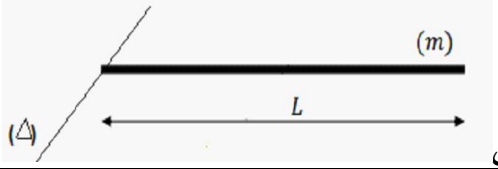
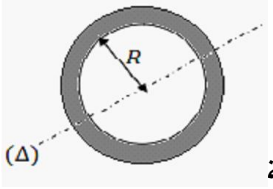
$\ddot{\theta}$: التسارع الزاوي للجسم ب : $rad.s^{-2}$

2-أمثلةعزم القصور لبعض الأجسام ذات أشكال هندسية بسيطة :

الجسم الصلب	صيغة عزم قصوره J_Δ
 قرص	$\frac{1}{2}m.R^2$
 أسطوانة	$\frac{1}{2}m.R^2$
 كرة	$\frac{2}{5}m.R^2$
 ساق	$\frac{1}{12}m.L^2$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

$\frac{1}{3}m.L^2$	 ساق
mR^2	 حلقة

تمرين 1:

نعتبر أسطوانة في دوران حول محور ثابت(Δ) راسي .

1-يمثل المنحنى أسفله مخطط السرعة الزاوية لحركة نقطة M توجد على بعد $r = 10\ cm$ من المحور (Δ) . نعطي عزم قصور الأسطوانة $J_\Delta = 6.10^{-2}\ kg.m^2$

1.1-ما هي طبيعة حركة النقطة M ؟ علل جوابك .

1.2-حدد قيمة التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ واكتب معادلة السرعة الزاوية $\omega = f(t)$.

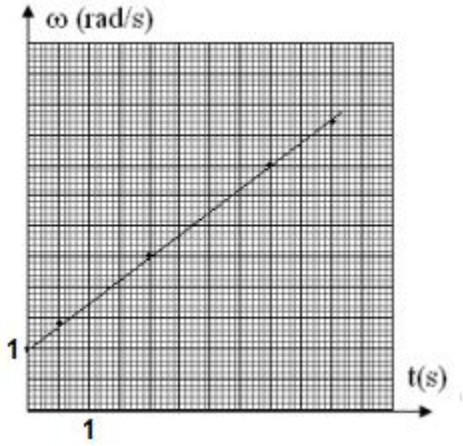
2-علما أن الأفصول الزاوي منعدم عند أصل التواريخ .

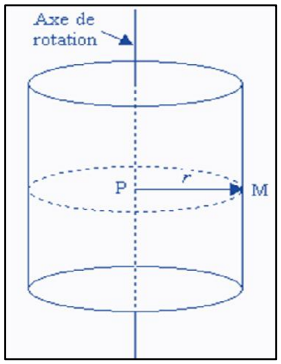
2.1-أكتب المعادلة الزمنية للحركة $\theta = f(t)$.

2.2-أحسب عدد الدورات المنجزة من طرف القرص بين التاريخين $t_1 = 4,0\ s$ و $t_2 = 5,2\ s$.

2.3-نعتبر اللحظة ذات التاريخ $t = 2s$ أحسب في هذه اللحظة قيمتي التسارع المماسي a_T والتسارع المنظمي a_N للنقطة M واستنتج منظم التسارع a.

3-أحسب مجموع عزوم القوى المطبقة على القرص بالنسبة للمحور (Δ) .





الحل :

1.1-طبيعة حركة النقطة M :

من خلال المنحنى $\omega = f(t)$ نلاحظ أن السرعة الزاوية عبارة عن دالة تآلفية وبالتالي حركة النقطة M دائرية متغيرة بانتظام .

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

1.2-تحديد قيمة التسارع الزاوي :

يمثل التسارع الزاوي المعامل الموجه للمنحنى $\omega = f(t)$ نكتب : $\ddot{\theta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{4-1}{4-0} = 0,7\ 5 rad.s^{-2}$

معادلة السرعة الزاوية تكتب :

$\omega = \ddot{\theta}t + \omega_0$ مع ω_0 السرعة الزاوية عند $t = 0$ مبيانيا نجد : $\omega_0 = 1\ rad.s^{-1}$

$$(rad.s^{-1}) \leftarrow \omega = 0,7\ 5t + 1$$

2.1-المعادلة الزمنية لحركة النقطة M :

$$(rad) \leftarrow \theta = 0,37\ 5t^2 + t$$

2.2-عدد الدورات المنجزة بين اللحظتين t_1 و t_2 :

$$n = \frac{\theta_2 - \theta_1}{2\pi} \Leftarrow \quad \Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 2\pi n$$

ت.ع :

$$n = \frac{(0,37\ 5\times 4^2 + 4) - (0,37\ 5\times 5,2^2 + 5,2)}{2\pi} =$$

2.3-قيمة التسارع المماسي والمنظمي :

$$a_T = r\ddot{\theta} = 0,1 \times 0,7\ 5 = 7,5.10^{-2} m.s^{-2}$$

$$a_N = r.\dot{\theta}^2 = r(0,7\ 5t + 1)^2$$

$$a_N = 0,1 \times (0,7\ 5\times 2 + 1)^2 = 0,25\ m.s^{-2}$$

منظم متجهة التسارع :

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = \sqrt{(7,5.10^{-2})^2 + (0,25)^2} = \quad m.s^{-2}$$

3-مجموع عزوم متجهات القوى المطبقة على الاسطوانة:

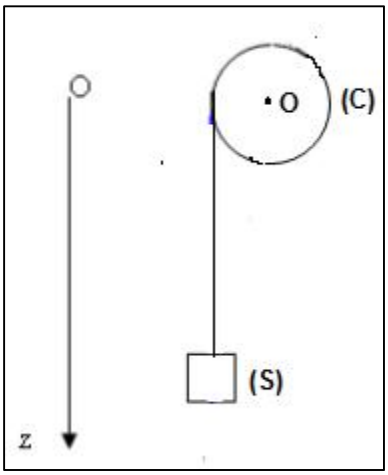
$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = 0,7\ 5\times 6.10^{-2} = \quad N.m$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

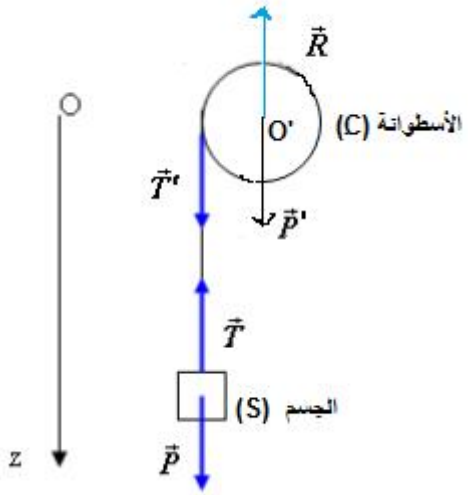
تطبيق 2:



تدور أسطوانة (C) حول محور ثابت أفقي (Δ) يمر من مركزها O ، كتلتها $M = 10kg$ وشعاعها $r = 20\ cm$ ، تلف حول الاسطوانة حبل، ذي كتلة مهمل و غير قابل للمد . نعلق في الطرف الحر للحبل جسم (S) كتلته $m = 1kg$.
نحرر المجموعة بدون سرعة بدئية فيتحرك الجسم نحو الاسفل مسببا دوران الاسطوانة .
نهمل الاحتكاكات .
1-اعط تعبير a تسارع الجسم (S) بدلالة m و M و g . أحسب a
2-استنتج توتر الحبل

نعطي :
عزم قصور الأسطوانة : $J_\Delta = \frac{1}{2}M.r^2$
شدة الثقالة : $g = 9,8\ \ 1N.kg^{-1}$

الحل :



1-تعبير التسارع a :
الجسم (S) ينجز حركة إزاحة تحت تأثير قوتين : $\vec{P}$ وزنه و $\vec{T}$ توتر الحبل .
القانون الثاني لنيوتن يكتب :

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

نسقط العلاقة على المحو Oz :

$$P - T = ma$$
$$mg - T = ma$$

$$T = mg - ma$$

الاسطوانة (C) تنجز حركة دوران تحت تأثير توتر الحبل $\vec{T'}$ وزنها $\vec{P'}$ وتأثير $\vec{R}$محور الدوران (Δ) :
العلاقةالاساسية للديناميك :

$$\sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$
$$M_\Delta(\vec{P'}) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{T'}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

باعتبار المنحى الموجب للدوران

$$0+0+T'.r=J_\Delta\ddot{\theta} \qquad (1)$$

باعتبار الحبل غير مدود وكتلته مهملة فإن : $T = T'$
لاينزلق الحبل على الأسطوانة : $\theta = \frac{z}{r}$ ومنه : $\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$
كما أن تعبير عزم قصور الاسطوانة هو : $J_\Delta = \frac{1}{2}Mr^2$
العلاقة (1) تكتب :

$$(mg - ma)r = \frac{1}{2}M.r^2.\frac{a}{r}$$
$$a\left(\frac{1}{2}M + m\right) = mg$$

$$a = \frac{m}{m + \frac{1}{2}M}g = \frac{1}{1+5} \times 9,8\ \ 1 = 1,64\ m.s^2$$

2-استنتاج توتر الحبل:

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

لدينا:

$$T = m(g - a)$$

$$T = 9,8\ \ 1- 1,64 = 8,17\ N$$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma