

تمرين 1 دور حركة إلكترون في مجال مغنطيسي منتظم

- تدخل حزمة من الإلكترونات، بسرعة بدئية $\vec{v}_0$ ، فضاء فارغا، حيث يوجد مجال مغنطيسي منتظم شدته $B = 6,02.10^{-3} T$ علما أن متجهة السرعة $\vec{v}_0$ عمودية على متجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$ ؛
- 1- عبر عن شدة القوة المغنطيسية المطبقة على إلكترون بدلالة B و e و v .
- 2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :
- 2.1- عين الإحداثيين a_T و a_N لمتجهة التسارع للإلكترون في معلم فريني.
- 2.2- استنتج طبيعة الحركة.
- 3- احسب دور حركة الإلكترون.
- نعطي : $m(e^-) = 9,1.10^{-31} kg$ ، $e = 1,6.10^{-19} C$ ، $v_0 = 6.10^7 m.s^{-1}$

حل

1- تعبير شدة القوة المغنطيسية

لدينا : $\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$ ومنه : $F = |q|v.B.\sin(q.\vec{v}, \vec{B})$

بما أن $\vec{v}$ عمودية على $\vec{B}$ فإن $(q.\vec{v}, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$ ومنه : $F = e.v.B$ لأن $|q| = e$

2.1/2- حسب القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F} = m.\vec{a}$

بما أن $\vec{F}$ عمودية على $\vec{v}$ ، فإن إحداثيها في معلم فريني هما :

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \begin{cases} a_T = 0 \\ a_N = \frac{e.v.B}{m} \end{cases} \quad \text{وبالتالي :} \quad \begin{cases} F_T = 0 \\ F_N = F = e.v.B \end{cases}$$

2.2- لدينا $\frac{dv}{dt} = 0$ ومنه فإن السرعة ثابتة أي أن $a_T = 0$ و $v = v_0$

لدينا كذلك $a_N = \frac{e.v_0.B}{m}$ ومنه : $\frac{v_0^2}{\rho} = \frac{e.v_0.B}{m}$

أي أن : $\rho = \frac{m.v_0}{e.B} = R = cte$

نستنتج أن حركة الإلكترونات داخل المجال المغنطيسي المنتظم دائرية منتظمة.

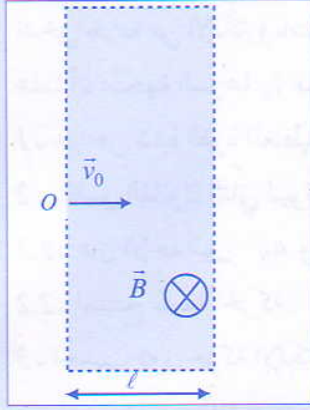
3- الدور T للحركة

لدينا : $T = \frac{2.\pi}{\omega}$ مع $\omega = \frac{v_0}{R}$ ؛ تصبح العلاقة كالتالي : $T = \frac{2.\pi.R}{v_0}$

نعوض R بتعبيرها $\left(R = \frac{m.v_0}{e.B}\right)$ فنجد : $T = \frac{2.\pi.m}{e.B}$

أي أن : $T = \frac{2.\pi.m}{eB} = \frac{2.\pi.9,1.10^{-31}}{1,6.10^{-19}.6,02.10^{-3}} \approx 6.10^{-9} s$

تمرين 2 الانحراف الزاوي

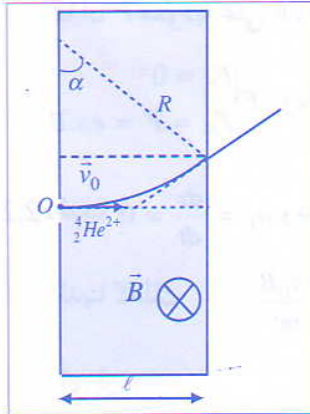


- تدخل دقيقة شحنتها q موجبة وكتلتها m ، ابتداء من النقطة O بسرعة $\vec{v}_0$ ، فضاء فارغا حيث يوجد مجال مغناطيسي منتظم، عرض منطقة المجال المغناطيسي يساوي $\ell = 2\text{cm}$ ومتجهة السرعة $\vec{v}_0$ متعامدة مع متجهة المجال $\vec{B}$.
- 1- عين طبيعة حركة الدقيقة، حيث يوجد المجال المغناطيسي $\vec{B}$ ، نهمل وزن الدقيقة.
 - 2- إذا علمنا أن الدقيقة هي نواة ذرة الهيليوم ${}^4_2\text{He}^{2+}$ ، حدد شحنتها وشعاع مسارها.
 - 3- احسب الانحراف الزاوي α للدقيقة.
- نعطي : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$; $m_p = 1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{kg}$; $B = 4 \cdot 10^{-2} \text{T}$; $v_0 = 10^6 \text{m.s}^{-1}$

حل

1 - طبيعة الحركة

داخل المجال المغناطيسي، تخضع الدقيقة فقط لقوة مغناطيسية ؛
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a}$ ومنه : $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$
حسب تعبير المتجهة $\vec{a}$ ، فإن هذه الأخيرة عمودية على $\vec{v}$ وعلى $\vec{B}$ ؛
أي أن $\vec{a} = \vec{a}_N$ و $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ؛
وبالتالي فإن السرعة ثابتة يعني $v = v_0$ إذن، حركة الدقيقة منتظمة.
بما أن $a = a_N$ فإن $F = m \cdot a_N$ ومنه : $|q|v_0B = m \frac{v_0^2}{\rho}$
أي أن : $\rho = \frac{m \cdot v_0}{|q|B} = R$
بما أن شعاع مسار الانحناء للدقيقة ثابت، فإن حركتها حركة دائرية منتظمة.



2 - شحنة الدقيقة وشعاع مسارها

شحنة نواة ذرة الهيليوم هي : $q = 2e = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{C}$
كتلة نواة ذرة الهيليوم هي : $m = A \cdot m_p = 4 \cdot m_p = 4 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{kg}$
حساب شعاع المسار

$$R = \frac{m \cdot v_0}{q \cdot B} = \frac{6,64 \cdot 10^{-27} \cdot 10^6}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = 51,87 \text{cm}$$

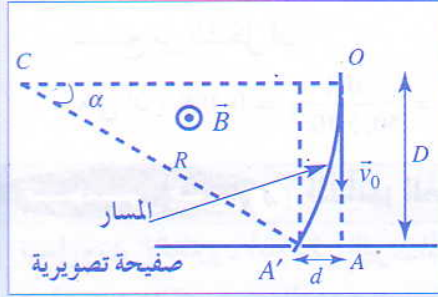
3 - حساب الانحراف الزاوي α

حسب الشكل الممثل جانبه، لدينا :

$$\sin \alpha = \frac{\ell}{R} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{51,87 \cdot 10^{-2}} \quad \text{ومنه : } \alpha \approx 2,2^\circ$$

تمرين 3

تدخل، عند النقطة O ، دقيقة شحنتها q موجبة وكتلتها m تتحرك بسرعة $\vec{v}_0$ ، حيزا من الفضاء يوجد فيه مجال مغناطيسي منتظم متجهته $\vec{B}$ عمودية على المتجهة $\vec{v}_0$.



- 1- بين بطريقتين مختلفتين أن حركة الدقيقة منتظمة في هذه الحالة.
 - 2- بين أن مسار الدقيقة دائري.
 - 3- عبر عن منظم السرعة $\vec{v}_0$ بدلالة q و B و m والشعاع R لمسار الدقيقة.
 - 4- تمكن صفيحة تصويرية متعامدة مع $\vec{v}_0$ وتبعد عن النقطة O بالمسافة $OA = D$ من ملاحظة انحراف الدقيقة عند النقطة A' .
نضع $AA' = d$ ونسمي C مركز المسار الدائري.
 - 1.4- أوجد تعبير R بدلالة D و d . احسب R .
 - 4.2- استنتج تعبير الانحراف الزاوي α ، واحسب قيمته.
- الدقيقة هي نواة الهيليوم كتلتها $m = 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ وشحنتها : $q = 3,210^{-19} \text{ C}$
نعطي : $d = 0,01 \text{ m}$ و $D = 0,1 \text{ m}$

حل

1- الطريقة الأولى :

في المجال المغنطيسي المنتظم، تخضع الدقيقة المشحونة، فقط، لقوة مغنطيسية $\vec{F}$.
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a}$ ومنه : $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$
حسب العلاقة : $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$ فإن $\vec{a}$ عمودية على $\vec{v}$ ، أي أن : $\vec{a} = \vec{a}_N$
و $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ، وبالتالي فإن السرعة ثابتة، يعني أن : $v = v_0$ ، إذن، الحركة منتظمة.

الطريقة الثانية :

يعبر عن قدرة القوة المغنطيسية بالعلاقة : $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
بما أن $\vec{F}$ عمودية على $\vec{v}$ ، فإن $P = 0$
نعلم كذلك أن $P = \frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = 0$ ، إذن، لا يغير المجال المغنطيسي الطاقة الحركية للدقيقة، وبالتالي فإن سرعتها تبقى ثابتة.

2- طبيعة مسار الدقيقة

- لدينا $\vec{F} = m \cdot \vec{a}_N$ ومنه : $F = m \cdot a_N$ أي أن :
 $|q|v_0B = m \frac{v_0^2}{\rho}$
وبالتالي :
 $\rho = \frac{m \cdot v_0}{|q|B} = R$

شعاع الانحناء ثابت لأن : $v_0 = cte$ ، إذن، مسار الدقيقة دائري.

3- تعبير منظم السرعة $\vec{v}_0$

لدينا : $R = \frac{m \cdot v_0}{|q|B}$ ومنه :
 $v_0 = \frac{|q| \cdot B \cdot R}{m}$

4.1/4- تعبير R بدلالة D و d

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس نكتب :

ومنه : $R^2 = D^2 + R^2 + d^2 - 2Rd$ أي أن : $R = \frac{D^2 + d^2}{2d}$

$R = \frac{D^2 + d^2}{2d} = \frac{(0,1)^2 + (0,01)^2}{2(0,01)} = 0,505 \text{ m}$

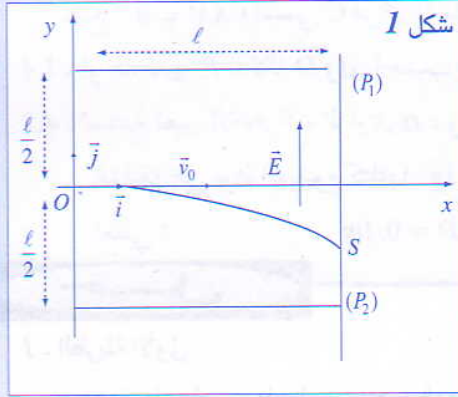
4.2 - تعبير الانحراف الزاوي

$$\sin \alpha = \frac{D}{R}$$

نستنتج من الشكل أن :

$$\sin \alpha = \frac{0,1}{50,5 \cdot 10^{-2}} = 0,198 \quad \text{يعني أن : } \alpha = 11,42^\circ \text{ ومنه :}$$

تمرين 4 التأثير المتزامن لـ $\vec{E}$ و $\vec{B}$ على دقيقة مشحونة



نهمل وزن الإلكترون أمام باقي القوى المطبقة عليه.

نعطي كتلة الإلكترون $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ وشحنته $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

يمثل الشكل (I) صفيحتين فلزيتين أفقيتين (P_1) و (P_2) طول كل واحدة $\ell = 5 \text{ cm}$ وتفصل بينهما المسافة ℓ .

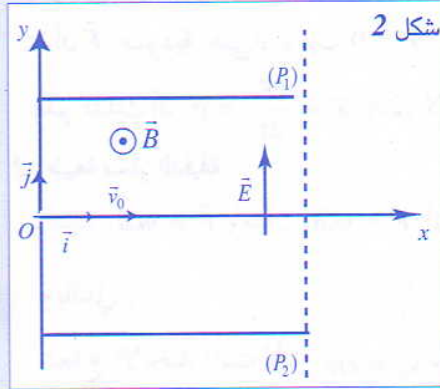
نختار في المستوى الرأسي، معلما متعامدا منظمًا $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، بحيث يكون أصله O في منتصف المسافة ℓ .

تدخل إلكترونات إلى الحيز R المحصور بين الصفيحتين بسرعة أفقية $\vec{v}_0$ من النقطة O وفق المحور Ox .

1- تحدث الصفيحتان (P_1) و (P_2) في الحيز R مجالا كهروساكنًا منتظمًا متجهته $\vec{E}$ عمودية على $\vec{v}_0$ ومنحاهما نحو الأعلى فتتحرف الإلكترونات في المستوى $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، وتخرج من الحيز R عند نقطة S أرتوبها $y_S = \frac{-\ell}{4}$ بسرعة $\vec{v}_S$ ، انظر الشكل (I)

1.1- بين أن شغل القوة الكهروساكنة $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$ المطبقة على إلكترون بين O و S هو : $W_{OS}(\vec{F}_e) = e \cdot E \cdot \frac{\ell}{4}$

1.2- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة دخول إلكترون من النقطة O ولحظة خروجه من النقطة S ، أوجد تعبير السرعة v_S بدلالة v_0 و e و E و ℓ و m .



احسب v_S ، علما أن $v_0 = 4,2 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ و $E = 10^3 \text{ V.m}^{-1}$

2- بالإضافة إلى المجال الكهروساكن $\vec{E}$ السابق، نحدث في الحيز R مجالا مغنطيسيا منتظمًا متجهته $\vec{B}$ عمودية على المستوى (Ox, Oy) ومنحاهما كما هو مبين في الشكل (2)، بحيث تخترق الإلكترونات الحيز R وفق المحور Ox دون أن تنحرف.

بين أن حركة إلكترون تكون منتظمة، واستنتج تعبير شدة المجال المغنطيسي بدلالة E و v_0 . احسب B .

3- نحذف المجال الكهروساكن $\vec{E}$ ونحتفظ في الحيز R بالمجال المغنطيسي $\vec{B}$ السابق.

3.1- بين أن حركة إلكترون داخل المجال $\vec{B}$ منتظمة ودائرية.

3.2- احسب الشعاع R للمسار الدائري.

3.3- علما أن الإلكترونات تخرج من المجال $\vec{B}$ عند نقطة S' أرتوبها $y_{S'} < \frac{\ell}{2}$ بسرعة $\vec{v}_{S'}$

احسب زاوية الانحراف المغنطيسي $\alpha = (\vec{v}_0, \vec{v}_{S'})$ (الانحراف الزاوي).

1.1/1 - شغل القوة الكهروستاتيكية $\vec{F}_e$ بين O و S .

لدينا : $W_{OS}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \vec{OS} = -e \cdot \vec{E} \cdot \vec{OS}$

ومنه : $W_{OS}(\vec{F}_e) = -e(E_x(x_S - x_0) + E_y(y_S - y_0))$

لدينا : $y_S = -\frac{\ell}{4}$ و $y_0 = 0$ و $E_y = E$ و $E_x = 0$

إذن : $W_{OS}(\vec{F}_e) = -e \cdot E_y \cdot y_S = e \cdot E \cdot \frac{\ell}{4}$

1.2 - تعبير السرعة v_S

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين O و S نكتب :

$$\Delta E_C = E_C(S) - E_C(0) = W_{OS}(\vec{F}_e)$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m \cdot v_S^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = e \frac{E \cdot \ell}{4}$$

ومنه : $v_S^2 - v_0^2 = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{2 \cdot m}$ أي أن :

$$v_S = \sqrt{v_0^2 + \frac{e \cdot E \cdot \ell}{2 \cdot m}} = \sqrt{(4,2 \cdot 10^6)^2 + \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{2,9 \cdot 1,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 4,7 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$$

2 - طبيعة حركة الإلكترون في الحيز $\mathcal{R}$

يخضع الإلكترون أثناء حركته في المجالين $\vec{E}$ و $\vec{B}$ إلى :

$\vec{P}$: وزن الإلكترون وهو مهمل ؛

$\vec{F}_e$: القوة الكهروستاتيكية ؛

$\vec{F}_m$: القوة المغناطيسية.

$\vec{F}_e$ و $\vec{F}_m$ رأسيان والإلكترون لا ينحرف أثناء حركته، وبالتالي فإن $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$

يعني أن : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

إذن، حسب مبدأ القصور فإن حركة الإلكترون حركة مستقيمة منتظمة

- تعبير شدة المجال المغناطيسي $\vec{B}$.

لدينا $\vec{F}_e + \vec{F}_m = \vec{0}$ ومنه : $F_e = F_m$ أي أن : $|q|E = |q|v_0B$

وبالتالي : $B = \frac{E}{v_0} = \frac{10^3}{4,2 \cdot 10^6} = 2,38 \cdot 10^{-4} \text{ T}$

3 - تأثير المجال المغناطيسي وحده

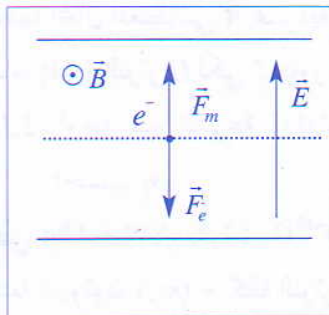
3.1 - في هذه الحالة يخضع الإلكترون فقط إلى القوة المغناطيسية $\vec{F}_m$ ؛

حسب القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} = m \cdot \vec{a}$

ومنه : $\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{v} \wedge \vec{B}$

بما أن $\vec{a}$ عمودية على $\vec{v}$ فإن : $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$

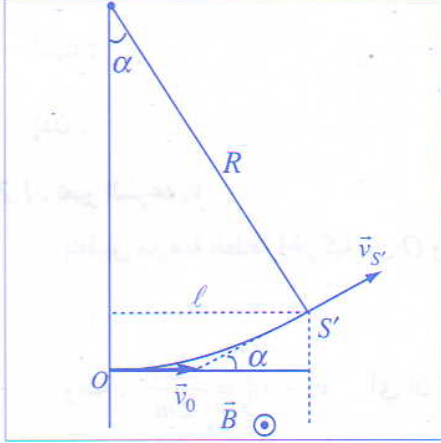
وبالتالي فسرعة الإلكترون ثابتة، أي أن : $v = v_0$



من جهة أخرى نكتب $F_m = m.a_N$ ، يعني أن : $|q|v_0B = m \frac{v_0^2}{\rho}$

$$\rho = \frac{m.v_0}{|q|B} = R \quad \text{ومنه :}$$

بما أن منظم السرعة $\bar{v}$ وشعاع الانحناء ثابتين فإن حركة الإلكترون، داخل المجال المغنطيسي المنتظم، حركة دائرية منتظمة.



$$R = \frac{m.v_0}{e.B} \quad \text{3.2 - شعاع المسار الدائري هو :}$$

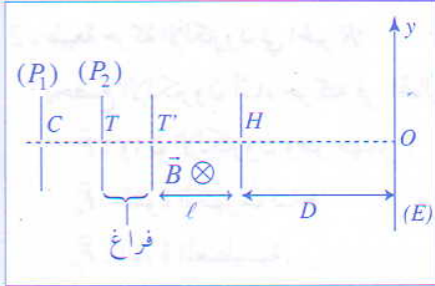
$$R = \frac{m.v_0}{e.B} = \frac{9,1.10^{-31}.4,2.10^6}{1,6.10^{-19}.2,38.10^{-4}} = 0,1m \quad \text{يعني أن :}$$

3.3 - حساب الانحراف الزاوي α

نستنتج باعتماد الشكل الممثل جانبه أن : $\sin \alpha = \frac{l}{R}$

$$\alpha = 30^\circ \quad \text{ومنه :} \quad \sin \alpha = \frac{5.10^{-2}}{10.10^{-2}} = 0,5 \quad \text{أي أن :}$$

تمرين 5



تتوفر على جهاز يمكن من إنتاج أيونات ${}^6_3\text{Li}^+$ وأيونات ${}^4_3\text{Li}^+$ في الفراغ. تغادر هذه الأيونات النقطة C بسرعة بدئية مهملة (الشكل جانبه).

تُسرع هذه الأيونات بين الصفيحتين (P_1) و (P_2) تحت تأثير توتر $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ فتدخل مجالا مغنطيسيا $\bar{B}$ منتظما في حيز طوله $\ell = 2cm$.

متجهة المجال المغنطيسي $\bar{B}$ عمودية على مستوى الشكل وشدته $B = 6.10^{-2}T$.
1- ما إشارة التوتر U لكي تتجاوز الأيونات الثقب T ؟ علل جوابك.

2.1/2 - أوجد تعبير السرعة v_1 للأيونات ${}^6_3\text{Li}^+$ عند مرورها عبر الثقب T بدلالة كتلتها m_1 وشحنتها q والتوتر U ؛ احسب v_1 .

نعطي : الشحنة الابتدائية : $e = 1,6.10^{-19}C$

- كتلة البروتون $(m_p) \approx$ كتلة النوترون (m_n) : $m_p = m_n = 1,67.10^{-27}kg$

- $U = 100V$

2.2 - اشرح لماذا تصل الأيونات ${}^6_3\text{Li}^+$ إلى الثقب T' بنفس السرعة v_1 المحصل عليها عند الثقب T .

3.1/3 - ما طبيعة حركة الأيونات ${}^6_3\text{Li}^+$ في الحيز الذي يوجد فيه المجال $\bar{B}$ ؟

3.2 - أوجد تعبير الشعاع R_1 لمسار أيونات ${}^6_3\text{Li}^+$ بدلالة B و e و m_1 و U ؛ احسب R_1 .

3.3 - احسب زاوية الانحراف α_1 لأيونات ${}^6_3\text{Li}^+$.

3.4 - احسب الأرتوب y_1 لنقطة الاصطدام على الشاشة E لأيونات ${}^6_3\text{Li}^+$.

نعطي : $D = 50cm$

4 - في الحقيقة هناك مساران متباينان.

لتكن m_2 كتلة الأيونات ${}^4_3\text{Li}^+$ و R_2 شعاع مسارها.

- 4.1- بين أن العلاقة $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$ لا تتعلق إلا بالكتلتين m_1 و m_2 ، حيث تمثل α_2 زاوية الانحراف لأيونات ${}^4_3\text{Li}^+$.
- 4.2- احسب عدد الكتلة A لأيونات ${}^4_3\text{Li}^+$ ، علما أن $\alpha_2 = 21,6^\circ$

حل

1- إشارة التوتر U .

بما أن شحنة الأيونات Li^+ موجبة، فإنها تُسَرَّعُ نحو الجهود التنافسية ؛

$$U = V_{p_1} - V_{p_2} > 0 \quad \text{ومنه} \quad V_{p_2} < V_{p_1}$$

2.1/2- تعبیر السرعة v_1 لأيونات ${}^6_3\text{Li}^+$

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين (P_1) و (P_2) نكتب :

$$\Delta E_C = E_C(P_2) - E_C(P_1) = W_{P_1 P_2}(\vec{F}_e)$$

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = q(V_{p_1} - V_{p_2})$$

$$m_1 = 6m_p \text{ و } q = +e \text{ مع } v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m_1}} \quad \text{ومنه} \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = q \cdot U$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{6m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100}{6 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}} = 5,65 \cdot 10^4 \text{ m.s}^{-1}$$

نحصل على :

2.2- تفسير

بين الموضعين T و T' ، لا تخضع الأيونات لأية قوة يعني $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ ، إذن، تبقى سرعة الأيونات في هذا الحيز ثابتة

3.1/3- طبيعة الحركة

بما أن الأيونات تدخل الحيز الذي يوجد فيه المجال المغنطيسي المنتظم بسرعة متجهتها عمودية على متجهة المجال $\vec{B}$ ، فإن حركة الأيونات في هذا الحيز، حركة دائرية منتظمة (انظر البرهنة في التمارين السابقة).

3.2- تعبیر الشعاع

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v}_1 \wedge \vec{B} = m_1 \cdot \vec{a}_N \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب :}$$

$$|q|v_1 B = m_1 \frac{v_1^2}{R_1} \quad \text{ومنه :} \quad |q|v_1 B = m_1 \frac{v_1^2}{R_1} \quad \text{أي أن :} \quad R_1 = \frac{m_1 v_1}{e \cdot B}$$

$$R_1 = \frac{6 \cdot m_p \cdot v_1}{e \cdot B} = \frac{6 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 5,65 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^{-2}} = 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

يعني :

3.3- حساب زاوية الانحراف α_1 (الانحراف الزاوي)

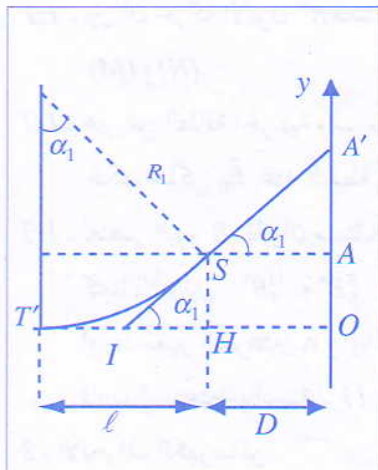
تغادر الأيونات المجال $\vec{B}$ عند النقطة S ، لتأخذ حركة مستقيمة منتظمة مسارها مجسدا بالمماس للمسار الدائري عند النقطة S ، لتصل بالاشاشة عند النقطة A' ؛

حسب الشكل نكتب :

$$\sin \alpha_1 = \frac{\ell}{R_1}$$

$$\sin \alpha_1 = 0,339 = \frac{2}{5,9} \quad \text{أي أن :} \quad \sin \alpha_1 = 0,339$$

$$\alpha_1 = 19,8^\circ$$



3.4 - حساب أرتوب نقطة الاصطدام

لدينا حسب الشكل $\tan \alpha_1 = \frac{AA'}{D}$ ومنه : $AA' = D \tan \alpha_1$

لدينا كذلك : $OA = R_1 - R_1 \cdot \cos \alpha = R_1(1 - \cos \alpha_1)$

إذن : $y_1 = OA + AA'$ ومنه : $y_1 = D \tan \alpha_1 + R_1(1 - \cos \alpha_1)$

4.1/4 - البرهنة

لدينا : $\sin \alpha = \frac{\ell}{R}$ ومنه : $\sin \alpha_1 = \frac{\ell}{R_1}$ و $\sin \alpha_2 = \frac{\ell}{R_2}$

أي أن : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{R_2}{R_1}$

بما أن $R_2 = \frac{m_2 v_2}{e \cdot B}$ و $R_1 = \frac{m_1 v_1}{e \cdot B}$ ، فإن : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$

لدينا كذلك : $v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$ و $v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$ ومنه : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{m_2}{m_1} \cdot \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

4.2 - تحديد عدد الكتلة A

بتعويض : $m_1 = 6m_p$ و $m_2 = A \cdot m_p$ نحصل على : $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \sqrt{\frac{A}{6}}$

نستنتج إذن : $A = 6 \left(\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \right)^2 = 6 \left(\frac{\sin 19,8^\circ}{\sin 21,46^\circ} \right)^2 = 5$