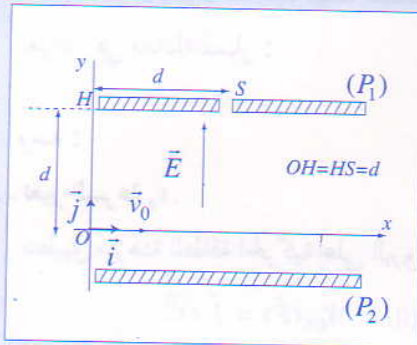


تأثير مجال كهرساكن $\vec{E}$ على حركة بروتون

تمرين 1

يدخل بروتون كتلته m وشحنته q مجالا كهرساكن منتظما $\vec{E}$ يوجد بين صفيحتين (P_1) و (P_2) أفقيتين ومتوازيتين (الشكل جانبه).



يدخل البروتون إلى المجال $\vec{E}$ انطلاقا من النقطة O بسرعة $\vec{v}_0$ عمودية على $\vec{E}$ وينحرف في المستوى الرأسي (Ox, Oy) .

نهمل وزن الإلكترون أمام القوة الكهرساكنة المطبقة على البروتون.

1- أثبت معادلة مسار البروتون في المستوى (Ox, Oy) . ما طبيعة هذا المسار؟ نأخذ لحظة دخول البروتون إلى المجال $\vec{E}$ عند النقطة O أصلا للتواريخ.

2- أوجد بدلالة m و v_0 و q و d تعبير شدة المجال $\vec{E}$ لكي يخرج البروتون من الثقب S للصفحة (P_1) التي تبعد عن المحور Ox بالمسافة $d = OH = HS = d$.

3- أوجد، بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية، تعبير السرعة v_s التي يخرج بها البروتون من الثقب S بدلالة v_0 .

احسب v_s ، علما أن : $v_0 = 7.10^6 \text{ m.s}^{-1}$

حل

1- معادلة مسار البروتون .

ينخضع البروتون أثناء حركته في المجال الكهرساكن المنتظم $\vec{E}$ إلى القوة الكهرساكنة : $\vec{F} = q \cdot \vec{E} = e \cdot \vec{E}$ لأن وزنه مهمل. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على البروتون في المرجع الأرضي نكتب :

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F} = q \vec{E} \quad \text{ومنه :} \quad (1) \quad \vec{a} = \frac{q \vec{E}}{m}$$

بإسقاط العلاقة (1) على المحورين Ox و Oy نحصل على :

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E \end{cases} \quad \text{لأن} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{qE_x}{m} = 0 \\ a_y = \frac{qE}{m} = \text{cte} \end{cases}$$

الشروط البدئية للحركة :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{ox} = v_0 \\ v_{oy} = 0 \end{cases} \quad \text{و}$$

$$\overrightarrow{OP_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

لدينا :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{qE}{m} \end{cases} \quad \text{بالتكامل، نحصل على :} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = k = v_0 \\ v_y = \frac{qE}{m} t + k' = \frac{qE}{m} t \end{cases} \quad \text{لأن } k' = 0$$

$$\vec{OP} \begin{cases} x = v_0 t + 0 \\ y = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 + 0 \end{cases} \quad \text{بالتكامل، نحصل على :} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{qE}{m} t \end{cases} \quad \text{لدينا كذلك}$$

بتركيب المعادلتين $x(t)$ و $y(t)$ نحصل على : $x^2 = \frac{qE}{2m.v_0^2} y$ وهي معادلة المسار.

إذن، مسار البروتون داخل المجال الكهروساكن المنتظم عبارة عن قوس من شلجم.

2- تعبير شدة المجال $\vec{E}$.

عند النقطة S يكون حسب تبيانة الشكل : $x_S = y_S = d$

نعوض في معادلة المسار : $d = \frac{qE}{2m.v_0^2} .d^2$

$$E = \frac{2m.v_0^2}{q.d} \quad \text{ومنه :}$$

3- تعبير السرعة v_s .

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البروتون بين اللحظتين t_0 و t_s نكتب :

$$\Delta E_C = E_{C(s)} - E_C(0) = W_{OS}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{OS}$$

$$\frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q E_x (x_s - x_0) + q E_y (y_s - y_0)$$

باعتبار أن : $E_x = 0$ و $E_y = E$ و $y_s = d$

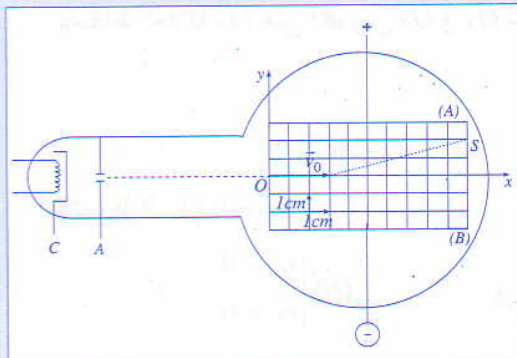
$$\frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q . E . d \quad \text{نحصل على :}$$

وباحترام الشرط : $E = \frac{2m.v_0^2}{q.d}$ ، نحصل على :

$$\frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 2 v_0^2 m \quad \text{أي أن :} \quad \frac{1}{2} m v_s^2 = \frac{5}{2} m v_0^2$$

$$v_s = v_0 \sqrt{5} = 7.10^6 . \sqrt{5} = 1.56.10^7 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ومنه}$$

تمرين 2 مدفع الإلكترونات



تخرج الإلكترونات من المدفع بنفس متجهة السرعة $\vec{v}_0$ وتدخل، ابتداء من

النقطة O حيزا من الفضاء يوجد به مجال كهروساكن منتظم $\vec{E}$

(انظر الشكل جانبه). نهمل وزن الإلكترون أمام القوة الكهروساكنة.

1- أوجد معادلة مسار الإلكترونات في المعلم المتعاقد المنظم (Ox, Oy) .

استنتج طبيعة حركة الإلكترونات في المجال $\vec{E}$.

2- احسب قيمة التوتر $U = V_A - V_B$ المطبق بين الصفيحتين (A) و (B)

3- تمر الإلكترونات عند خروجها من المجال $\vec{E}$ من النقطة S.

استنتج قيمة منظم السرعة $\vec{v}_0$.

4- حدد التوتر الأقصى الذي يجب تطبيقه بين الصفيحتين (A) و (B) لكي لا يصطدم الإلكترون بالصفيحة (A).

معطيات :

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} ; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} ; E = 2,0 \cdot 10^3 \text{ V.m}^{-1}$$

حل

1- معادلة مسار الإلكترون .

يخضع الإلكترون أثناء حركته داخل المجال الكهروساكن المنتظم $\vec{E}$ إلى القوة الكهروساكنة $\vec{F} = q\vec{E}$.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الإلكترون في المرجع الأرضي نكتب :

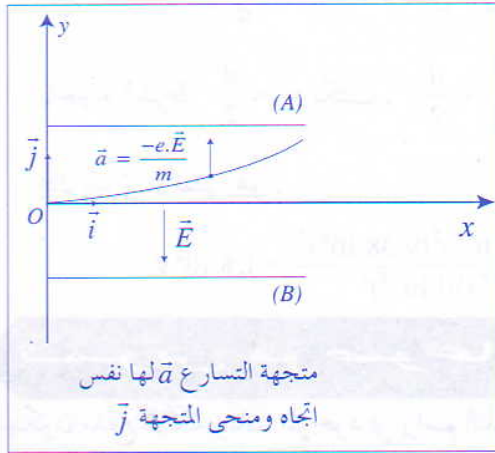
$$m \cdot \vec{a} = q\vec{E} = -e\vec{E} \quad \text{لأن } q = -e$$

$$\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m} \quad \text{ومنه :}$$

بإسقاط هذه العلاقة المتجهية على المحورين Ox و Oy، نحصل على :

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{cases} \quad \text{لأن :} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eE}{m} \end{cases}$$

$$\text{- الشروط البدئية للحركة} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{ox} = v_0 \\ v_{oy} = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \vec{OM}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$



$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = \frac{eE}{m} t \end{cases}$$

بالتكامل نحصل على :

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE}{m} \end{cases}$$

لدينا

$$\vec{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2 \end{cases}$$

بالتكامل نحصل على :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{eE}{m} t \end{cases}$$

لدينا كذلك :

بإقصاء الزمن t بين x(t) و y(t) نحصل على معادلة المسار y(x).

$$y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2$$

ومنه :

$$t = \frac{x}{v_0}$$

إذن، مسار الإلكترون داخل مجال كهروساكن منتظم عبارة عن قوس من شلجم.

2- حساب التوتر U

بتطبيق العلاقة $E = \frac{U}{d}$ ، نجد :

$$d = 6 \text{ cm} \quad \text{مع} \quad U = E \cdot d = 2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-2} = 120 \text{ V}$$

3- حساب السرعة $\vec{v}_0$.

نقرأ إحداثي النقطة S على الشكل :

$$y_s = 2 \text{ cm} \quad \text{و} \quad x_s = 10 \text{ cm}$$

$$y_s = \frac{e.E}{2m.v_0^2} \cdot x_s^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{e.E}{2m.y_s}}.x_s = \sqrt{\frac{1,6.10^{-19}.2.10^3}{2,9.1.10^{-31}.2.10^{-2}}}.0,1 \approx 9,4.10^6 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ومنه:}$$

نعتي نتيجة $U_{\max}$
برقمين معبرين تبعاً لمعطيات
النص

لا يصطدم الإلكترون بالصفحة (A) إذا تحقق الشرط $y_s < \frac{d}{2}$

$$y_s = \frac{1}{2} \frac{e \cdot E}{m \cdot v_0^2} \cdot x_s^2$$

مع $x_s = \ell$ و $E = \frac{U}{d}$ ، نحصل على :

$$y_s = \frac{e \cdot U}{2m \cdot d} \cdot \frac{\ell^2}{v_0^2}$$

باحترام الشرط $y_s < \frac{d}{2}$ نكتب : $\frac{e.U}{2m.d} \cdot \frac{\ell^2}{v_0^2} < \frac{d}{2}$ ومنه : $U < \frac{m.d^2.v_0^2}{e.\ell^2}$

إذن التوتر الأقصى هو :

$$U_{\max} = \frac{m \cdot d^2 \cdot v_0^2}{e \cdot \ell^2} = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2 (9,38 \cdot 10^6)^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2} \approx 1,8 \cdot 10^2 \text{ V}$$

تمرین موضوعاتی 3 مبدأ اشتغال راسم التذیب

يتكون مدفع الإلكترونات الموجود في راسم التذبذب من كاثود K وأنود A ، في حيز فارغ.

تنبعث الإلكترونات من الكاثود K بدون سرعة بدئية، وتسرع بالتوتر

$U_0 = V_A - V_K$ المطبق بين الكاثود K والأنود A ، شكل 1.

I- تصل الإلكترونات إلى الأنود A بسرعة أفقية $\vec{v}_0$.

عبر عن منظم السرعة $\bar{v}_0$ بدلالة U_0 و e و m . احسب v_0 .

2- تخترق الإلكترونات الأنود A وتصل إلى نقطة O .

نعتبر أن المجال الكهروساكن منعدم في الحيز الموجود بين الأنود A

والمستوى الرأسى المار من النقطة O ، (حيز فارغ).

بين أن سرعة الإلكترون تكون ثابتة بين الأنود A والمستوى الرأسى

المار من 0.

3- تدخل حزمة الإلكترونات المجال الكهروساكن المنتظم $\vec{E}$ الموجود

بين الصفيحتين (P) و (P') ابتداء من النقطة O ، شكل 2.

نطبق بين (P) و (P') توتر كه ربائيا $U = V_p - V_{p'} > 0$ ؛

ونعلم موضع الإلكترون بإحداثيه على المحورين Ox و Oy .

نعتبر لحظة مرور الإلكترون من النقطة O أصلاً للتواريخ. بين أن معادلة مسار الإلكترون تكتب على الشكل :

$$y = \frac{1}{4 \cdot d} \cdot \frac{U}{U_0} \cdot x^2$$

4- أوجد تعبير شغل القوة الكهروستاتيكية $\vec{F}$ أثناء انتقال الإلكترون من النقطة O إلى النقطة S التي يغادر عندها الإلكترون المجال الكهروستاتيكي $\vec{E}$.

5- نرمز للانحراف الزاوي بـ α ، الشكل 2.

5.1- استنتج مبيانيا قيمة $\tan \alpha$.

5.2- بين أن تعبير $\tan \alpha$ يكتب على الشكل : $\tan \alpha = \frac{\ell}{2d} \cdot \frac{U}{U_0}$

5.3- احسب قيمة U .

معطيات : $U_0 = 1140V$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ ، كتلة الإلكترون : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$

6- يصل الإلكترون إلى النقطة S بسرعة $\vec{v}_S$.

أوجد، بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية قيمة v_S .

7- يصطدم الإلكترون عند نقطة B بشاشة رأسية تبعد عن الخط الرأسي المار من النقطة I بالمسافة D .

بين أن : $y_B = k.U$ مع $k = \frac{\ell.D}{2.d.U_0}$. احسب y_B في حالة $D = 25cm$.

حل

1- تعبير منظم السرعة $\vec{v}_0$.

يخضع الإلكترون أثناء حركته بين الكاثود K والأنود A إلى القوة الكهروستاتيكية $\vec{F}_0$.

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين اللحظتين t_A و t_K نكتب : $\Delta E_C = \frac{1}{2} m.v_A^2 - \frac{1}{2} m.v_K^2 = W_{KA}(\vec{F}_0) = -e(V_K - V_A)$: نكتب

أي أن : $\frac{1}{2} m.v_A^2 = \frac{1}{2} m.v_0^2 = e.U_0$ مع $v_A = v_0$ و $v_K = 0$ و $-(V_K - V_A) = U_0$

ومنه : $v_0 = \sqrt{\frac{2.e.U_0}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1140}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 2.10^7 . m.s^{-1}$

2- البرهنة على ثبات $\vec{v}_0$ بين A و O

يخضع الإلكترون في حيز الفضاء المحصور بين A و O إلى وزنه فقط، وبما أن الوزن مهمل فهو لا يؤثر في الحركة ؛

إذن $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a} = \vec{0}$ ومنه $\vec{a} = \vec{0}$ أي أن : $\vec{v} = \vec{v}_0 = \vec{cte}$

3- إثبات تعبير معادلة المسار

يخضع الإلكترون أثناء حركته بين الصفيحتين (P) و (P') إلى القوة الكهروستاتيكية $\vec{F} = q\vec{E} = -e.\vec{E}$ ، لأن الوزن مهمل.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الإلكترون أثناء حركته في المجال $\vec{E}$ ، بالنسبة لمرجع أرضي نكتب :

$m.\vec{a} = -e\vec{E}$ أي أن : $\vec{a} = -\frac{e}{m}.\vec{E}$

بإسقاط هذه العلاقة المتجهية على المحورين Ox و Oy ، نحصل على :

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{cases} \quad \text{لأن :} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e.E}{m} \end{cases}$$

الشروط البدئية للحركة :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{ox} = v_0 \\ v_{oy} = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{OM} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

لدينا عند $t = 0$:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = k = v_0 \\ v_y = \frac{e.E}{m} . t \end{cases} \quad \text{نحصل بالتكامل على :} \quad \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = v_0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{eE}{m} \end{cases} \quad \text{بما أن}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = v_0 . t \\ y = \frac{1}{2} \frac{e.E}{m} . t^2 \end{cases} \quad \text{نحصل بالتكامل على :} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{eE}{m} . t \end{cases} \quad \text{وبما أن}$$

للحصول على معادلة المسار، نقصي t بين $x(t)$ و $y(t)$ بتركيبيهما ؛

$$y = \frac{1}{2} \frac{eE}{m} \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \quad \text{ومنه :} \quad t = \frac{x}{v_0} \quad \text{إذن :}$$

أي أن مسار الإلكترون عبارة عن قوس من شلجم.

$$v_0^2 = \frac{2e.U_0}{m} \quad \text{رأينا خلال السؤال 1 أن :}$$

نعوض v_0^2 بتعويضها في $y(x)$ و $E = \frac{U}{d}$ ، فنحصل على :

$$y = \frac{e.U}{2.m.d} \cdot \frac{x^2}{2.eU_0} = \frac{1}{4.d} \cdot \frac{U}{U_0} . x^2$$

4 - شغل القوة الكهروستاتيكية بين O و S .

$$W_{OS}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{OS} = -e\vec{E} \cdot \vec{OS} = -e[E_x(x_S - x_0) + E_y(y_S - y_0)]$$

$$y_S = \frac{1}{4.d} \cdot \frac{U}{U_0} \ell^2 \quad \text{مع} \quad W_{OS}(\vec{F}) = +e.E.y_S = \frac{e.U}{d} . y_S \quad \text{نحصل على :} \quad E_y = -E = -\frac{U}{d} \quad \text{و} \quad E_x = 0 \quad \text{بما أن}$$

$$W_{OS}(\vec{F}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\ell^2}{d^2} \cdot \frac{e.U^2}{U_0} \quad \text{إذن :}$$

5.1/5 - قيمة $\tan \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{2}{5} = 0,4 \quad \text{نحدد، مبيانيا، بقراءة الشكل 2 :}$$

5.2 - البرهنة على تعبير $\tan \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{y_S}{\frac{\ell}{2}} = \frac{2y_S}{\ell} \quad \text{نستنتج هندسيا من الشكل (2) أن :}$$

$$\tan \alpha = \frac{\ell}{2d} \cdot \frac{U}{U_0} \quad \text{بتعويض y_S بقيمتها نحصل على :}$$

5.3 - حساب قيمة التوتر U

نستنتج من العلاقة السابقة :

$$U = \frac{2.d.U_0}{\ell} \cdot \tan \alpha = \frac{2.6.10^{-2}.1140.0,4}{10.10^{-2}} = 547,2V$$

6- حساب قيمة v_S .

بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية بين O و S نكتب :

$$E_C(S) - E_C(0) = W_{OS}(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2} m v_S^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{e \cdot \ell^2 \cdot U^2}{4 d^2 \cdot U_0}$$

ومنه :

$$v_S = \sqrt{v_0^2 + \frac{e \cdot \ell^2 \cdot U^2}{2 m \cdot d^2 \cdot U_0}} = \sqrt{(2 \cdot 10^7)^2 + \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (10 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (547,2)^2}{2,9 \cdot 1 \cdot 10^{-31} \cdot (6 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1140}} = 2,15 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

7- البرهنة على تعبير y_B .

نستنتج هندسيا من الشكل 2 :

$$\tan \alpha = \frac{O'B}{IO'} = \frac{y_B}{D}$$

$$y_B = D \cdot \tan \alpha = D \cdot \frac{\ell}{2d} \cdot \frac{U}{U_0}$$

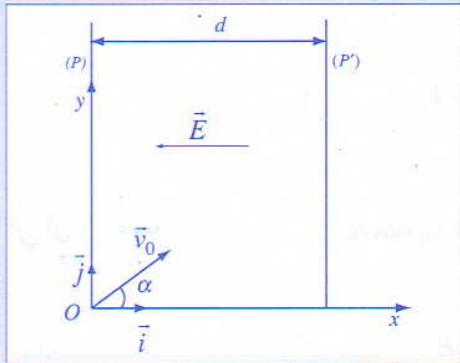
ومنه :

$$y_B = \frac{D \cdot \ell}{2 \cdot d \cdot U_0} \cdot U = k \cdot U$$

أي أن :

$$y_B = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 6 \cdot 10^{-2} \cdot 1140} \cdot 547,2 = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

تمرين 4 حركة بروتون في مجال كهروساكن



- يدخل، انطلاقا من النقطة O ، بروتون مجالا كهروساكنا منتظما بين صفيحتين فلزيتين (P) و (P') متوازيتين تفصل بينهما المسافة d بسرعة $\vec{v}_0$ تكون زاوية α مع المحور الأفقي Ox . توجد $\vec{v}_0$ في المستوى المعروف بـ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (انظر الشكل جانبه). نختار لحظة دخول البروتون إلى المجال $\vec{E}$ أصلا للتواريخ.
- 1- أوجد إحداثي متجهة القوة الكهربائية المطبقة على البروتون في المعلم المتعامد المنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2- أوجد معادلة مسار البروتون وعين طبيعته.

3- بين أن البروتون يصل إلى الصفيحة (P') عند لحظة t . احسب قيمة t .

4- أوجد تعبير متجهة السرعة $\vec{v}$ عند وصول البروتون إلى الصفيحة (P') في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

5- أوجد تعبير الإحداثي x لسرعة البروتون بدلالة x وتحقق من نتيجة السؤال السابق.

معطيات :

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} , \quad q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} , \quad d = 1 \text{ cm}$$

$$v_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1} , \quad \alpha = 10^\circ , \quad E = 5 \cdot 10^4 \text{ V.m}^{-1}$$

1 - إحدائيا متجهة القوة الكهربائية

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

يخضع البروتون إلى القوة الكهربائية

بإسقاط هذه العلاقة المتجهة على المحورين Ox و Oy نحصل على :

$$\vec{F} \begin{cases} F_x = -q \cdot E \\ F_y = 0 \end{cases}$$

2 - تعبير معادلة المسار

يخضع البروتون أثناء حركته في المجال $\vec{E}$ إلى قوتين :

$\vec{P}$: وزنه ؛

$\vec{F}$: القوة الكهربائية

بإهمال P أمام F وتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب :

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F} \quad \text{ومنه} : \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

باعتبار إحدائي $\vec{F}$ نكتب :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = -\frac{q \cdot E}{m} \\ a_y = 0 \end{cases}$$

نحصل بالتكامل على :

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{q \cdot E}{m} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \end{cases}$$

بما أن :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = -\frac{q \cdot E}{m} \cdot t + k_1 \\ v_y = k_2 \end{cases} \quad \text{مع} \quad k_1 = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \quad \text{و} \quad k_2 = v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = -\frac{q \cdot E}{m} \cdot t + v_0 \cos \alpha \\ v_y = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

أي أن :

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{q \cdot E}{m} \cdot t + v_0 \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

بما أن :

نحصل بالتكامل على :

$$x = -\frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m} t^2 + (v_0 \cos \alpha) \cdot t + k_3 \quad (3)$$

$$y = (v_0 \sin \alpha) \cdot t + k_4 \quad (4)$$

مع $k_3 = 0$ و $k_4 = 0$ (الشروط البدئية)

بإقصاء t بين المعادلتين (3) و (4) نحصل على :

$$t = \frac{y}{v_0 \sin \alpha}$$

$$x = -\frac{1}{2} \frac{q \cdot E}{m} \cdot \frac{y^2}{v_0^2 \sin^2 \alpha} + \frac{y}{\tan \alpha}$$

بالتعويض نحصل على :

مسار البروتون عبارة عن شلجم لأن $x(t)$ تكتب على الشكل $x = a.y^2 + b.y + c$

3- حساب لحظة وصول البروتون إلى الصفيحة (P')

عند وصول البروتون إلى الصفيحة (P') يكون أفصوله هو $x = d$
باستعمال المعادلة الزمنية نحصل على :

$$d = -\frac{1}{2} \frac{q.E}{m} .t^2 + (v_0 . \cos \alpha) .t$$

$$10^{-2} = -\left(\frac{0,51,6.10^{-19} . 5.10^4}{1,67.10^{-27}} \right) t^2 + (2.10^6 . \cos 10^\circ) t$$

$$-2,40.10^{12} .t^2 + 1,97.10^6 .t - 10^{-2} = 0 \quad \text{ومنه :}$$

يحل هذه المعادلة من الدرجة الثانية، نجد حلين t_1 و t_2 مع $t_2 > t_1$.
يمر لأول مرة البروتون من مستوى الصفيحة (P') عند اللحظة :

$$t_1 \approx 5.10^{-9} s$$

4- تعبير متجهة السرعة $\vec{v}$

عند اللحظة t_1 يكون إحداثيا متجهة السرعة هما :

$$\vec{v}(t_1) \begin{cases} v_x = -\frac{qE}{m} .t_1 + v_0 . \cos \alpha \\ v_y = v_0 . \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{v}(t_1) \begin{cases} v_x = \frac{-1,6.10^{-19} . 5.10^4}{1,67.10^{-27}} 5.10^{-9} + 2.10^6 \cos 10^\circ = 1,94.10^6 m.s^{-1} \\ v_y = 2.10^6 . \sin 10^\circ = 3,47.10^5 m.s^{-1} \end{cases}$$

أي أن :

5- تعبير v_x بدلالة x

بما أن تسارع البروتون ثابت وفق المحور Ox ، نطبق العلاقة المستقلة عن الزمن بين اللحظتين : $t_0 = 0$ و t .

$$v_{0x} = v_0 . \cos \alpha \quad \text{و} \quad x_0 = 0 \quad \text{مع} \quad v_x^2 - v_{0x}^2 = 2.a_x(x - x_0)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{q.E}{m} \quad \text{و}$$

$$v_x = \sqrt{v_0^2 . \cos^2 \alpha - \frac{2qE}{m} .x} \quad \text{ومنه :} \quad v_x^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha - \frac{2qE}{m} .x \quad \text{إذن :}$$

التحقق من قيمة v_x عند $x = d$

$$v_x = \sqrt{v_0^2 . \cos^2 \alpha - \frac{2qE}{m} .d} = \sqrt{(2.10^6 \cos 10^\circ)^2 - \frac{2.1,6.10^{-19} . 5.10^4 . 10^{-2}}{1,67.10^{-27}}} \approx 1,95.10^6 m.s^{-1}$$