تطبيقات: حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم

Application: Mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur uniforme.

I ـ الدراسة التجريبية لحركة قذيفة في مجال الثقالة.

1 ـ تقديم.

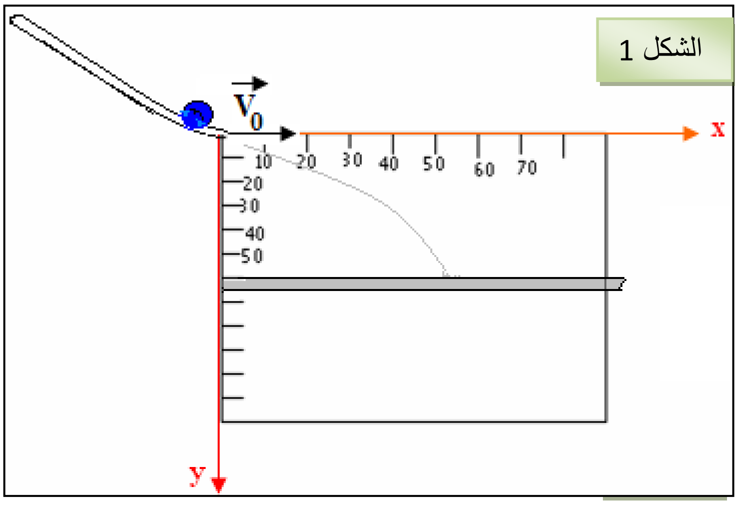
نسمي **قذيفة** كل جسم يرسل على مقربة من الأرض بسرعة بدئية $\overrightarrow{V_0}$.

خلال هذه الدراسة، نهمل قوى الاحتكاك مع الهواء، ونعتبر القذيفة خاضعة لوزنها فقط ، أي أن حركتها حركة سقوط حر.

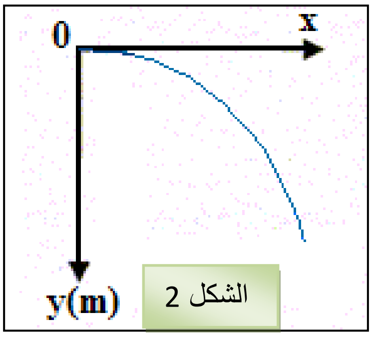
2 ـ الدراسة التجريبية.

نستعمل جهاز دراسةحركة قذيفة ولوازمه (ميقت إلكتروني، ورق التسجيل، كرية فولاذية، مولد للتيار الكهربائي المستمر، قاطع التيار ، خلية كهرضوئية).

تتدحرج الكرية الفولاذية طول سكة خاصة وتغادرها بسرعة بدئية أفقية، فتسقط على صفيحة أفقية حيث يمكن تسجيل موضع سقوطها. وبتغيير موضع الصفيحة الأفقية، يمكن إنشاء مسار الكرية نقطة نقطة بحيث نحصل على منحنى على شكل شلجم (Parabole) معادلته: $y = kx^2$ أنظر الشكل 2 .



الشكل 1



الشكل 2

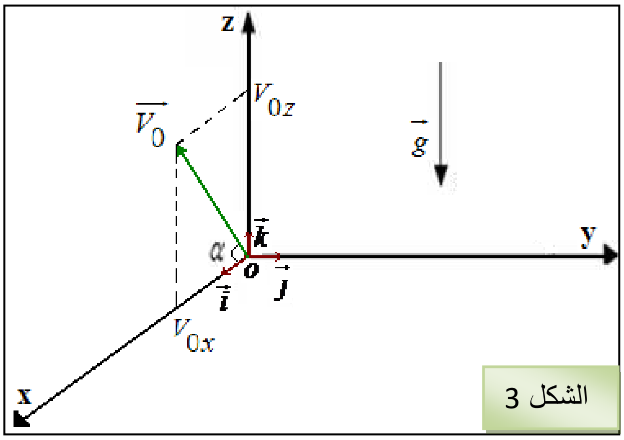
II ـ الدراسة النظرية لحركة قذيفة في مجال الثقالة.

1 ـ اختيار معلم الفضاء و الشروط البدئية.

نقذف عند اللحظة t = 0 من النقطة o، قذيفة ذات كتلة m

بسرعة بدئية $\overrightarrow{V_0}$ تكوّن متجهتها زاوية α مع المستوى الأفقي

(الشكل 3)، لدراسة حركة مركزالقصور G للقذيفة نعتبر معلما منظما ومتعامدا $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ مرتبطا بالمختبر، نعتبره غاليليا (لأن مدة حركة القذيفة جد قصيرة).



الشكل 3

2 ـ دراسة حركة القذيفة.

أ ـ تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

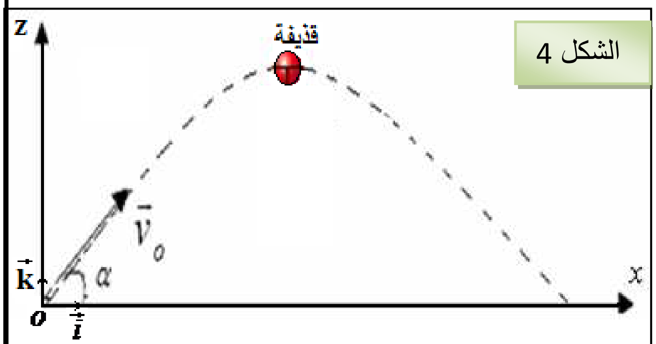
* المجموعة المدروسة: {القذيفة}

* اختيار المعلم المناسب: $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبره معلما غاليليا.

* جرد القوى: القذيفة تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط. (تأثير الهواء مهمل أمام تأثير الوزن)

* تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F} = m.\overrightarrow{a_G} \Longleftarrow \vec{P} = m.\overrightarrow{a_G}$

ومنه فإن : $\boxed{\overrightarrow{a_G} = \vec{g}}$ (1)



الشكل 4

BOUADDI et EL FAKIR

ب ـ المعادلات الزمنية للحركة:

نسقط العلاقة (1) على محاور المعلم $R\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

$$\vec{a}_G\begin{vmatrix}a_x=0\\a_y=0\\a_z=-g\end{vmatrix}\Longleftarrow\begin{cases}\dfrac{dV_x}{dt}=0\\\dfrac{dV_y}{dt}=0\\\dfrac{dV_z}{dt}=-g\end{cases}\Longleftarrow\begin{cases}V_x=C_1\\V_y=C_2\\V_z=-gt+C_3\end{cases}$$

نحدد الثوابت C_1 و C_2 و C_3 انطلاقا من الشروط البدئية:

$$\vec{V}_0\begin{cases}V_{0x}=V_0.\cos\alpha\\V_{0y}=0\\V_{0z}=V_0.\sin\alpha\end{cases}\Longleftarrow \text{ومنه:}\quad\begin{cases}C_1=V_0.\cos\alpha\\C_2=0\\C_3=V_0.\sin\alpha\end{cases}$$

إحداثيات متجهة السرعة $\vec{V}_G$ لمركز قصور القذيفة في المعلم $R\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ هي:

$$\vec{V}_G\begin{vmatrix}V_x=V_0.\cos\alpha\\V_y=0\\V_z=-gt+V_0.\sin\alpha\end{vmatrix}$$

لدينا:

$$\begin{cases}V_x=V_0.\cos\alpha=\dfrac{dx}{dt}\\V_y=0=\dfrac{dy}{dt}\\V_z=-gt+V_0.\sin\alpha=\dfrac{dz}{dt}\end{cases}$$

ومنه فإن:

$$\begin{cases}x=\left(V_0.\cos\alpha\right)t+C_4\\y=C_5\\z=-\dfrac{1}{2}gt^2+\left(V_0.\sin\alpha\right)t+C_6\end{cases}$$

نحدد C_4 و C_5 و C_6 باستعمال الشروط البدئية.

في اللحظة $t = 0$ يوجد G في النقطة O ، إذن: $x_0 = 0$ و $y_0 = 0$ و $z_0 = 0$ ، وبالتالي $C_4 = 0$ و $C_5 = 0$ و $C_6 = 0$.

إحداثيات مركز قصور القذيفة في المعلم $R\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ هي:

$$\overrightarrow{OG}\begin{vmatrix}x=\left(V_0.\cos\alpha\right)t & (1)\\y=0 & \\z=-\dfrac{1}{2}gt^2+\left(V_0.\sin\alpha\right)t & (2)\end{vmatrix}$$

(1) تمثل المعادلة الزمنية للحركة حسب المحور ox .

(2) تمثل المعادلة الزمنية للحركة حسب المحور oz .

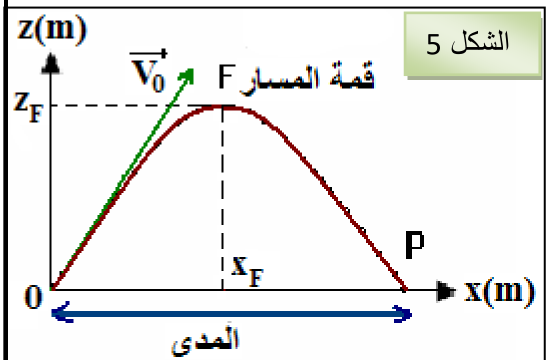
يعني أن حركة G مستوية لأنها تتم في المستوى الرأسي $\left(o,\vec{i},\vec{k}\right)$.

ج ـ معادلة المسار.

للحصول على هذه المعادلة نقصي المتغيرة t بين x و z :

من المعادلة (1) نستخرج: $t=\dfrac{x}{V_0.\cos\alpha}$ نعوض في المعادلة (2): $z=-\dfrac{g}{2.V_0^2.\cos^2\alpha}.x^2+x.tg\alpha$

Z(x) دالة من الدرجة الثانية، تمثيلها المبياني عبارة عن **شلجم** (Parabole)(الشكل 5) يوجد في مستوى القذف، وبالتالي فالحركة **شلجمية**.



الشكل 5

بعض مميزات المسار:

* **قمة المسار:** هي أعلى نقطة يصل إليها مركز قصور القذيفة.

عند القمة F تكون مركبة السرعة حسب المحور الرأسي z منعدمة،

$V_z = 0$ أي $-gt + V_0.\sin\alpha = 0$ ومنه مدة سقوط القذيفة: $t=\dfrac{V_0.\sin\alpha}{g}$

فنحصل على إحداثيتي النقطة F كما يلي: $x_F=\dfrac{V_0^2\sin 2\alpha}{2g}$ و $z_F=\dfrac{V_0^2\sin^2\alpha}{2g}$

* **المدى:** هو المسافة بين نقطة قذف القذيفة o ونقطة سقوطها P على المستوى الأفقي الذي يشمل o .

لنحدد إحداثيتي نقطة سقوط القذيفة:

لدينا $z_P = 0$ أي $-\dfrac{g}{2.V_0^2.\cos^2\alpha}x_P^2+x_P.tg\alpha$ إما $x_P = 0$ أو $x_P=\dfrac{V_0^2\sin 2\alpha}{g}$.

BOUADDI et EL FAKIR