

### I- القوى المطبقة على جسم في حركة داخل مائع

خلال حركة جسم في مائع فإنه يخضع إلى القوى التالية :

#### وزن الجسم $\vec{P}$

الاصل : مركز تقل الجسم

الاتجاه : الرأسى المار من مركز قصور الجسم و مركز قصور الارض

المنحى : نحو مركز الارض .

الشدة :  $P=m.g$  حيث  $g$  شدة مجال الثقالة و  $m$  كتلة الجسم

#### دافعة أرخميدس : $\vec{F}_A$

الاصل : مركز تقل الجزء المغمور من الجسم

الاتجاه : الرأسى المار من مركز قصور الجسم

المنحى : من الأسفل نحو الأعلى .

الشدة :  $F_A = \rho_f \cdot V \cdot g$  حيث  $\rho_f$  الكتلة الحجمية للمائع بـ  $\text{Kg/m}^3$

و  $V$  الحجم المزاح للمائع الذي يوافق حجم الجسم الصلب المغمور بـ  $\text{m}^3$

و  $g$  شدة مجال الثقالة بـ  $\text{m/s}^2$  .



#### قوى احتكاك المائع : $\vec{f}$

الاصل : مركز تقل الجسم

الاتجاه : اتجاه متوجهة السرعة

المنحى : معاكس لمنحى متوجهة السرعة أي دائماً معاكس لمنحى الحركة

الشدة : تعطى بالعلاقة  $f = k \cdot v^n$  حيث :

$k$  : ثابتة تتعلق بطبيعة المائع و يشكل الجسم .

إذا كانت  $v$  صغيرة ، نأخذ  $k \cdot v^n = k \cdot v$  أي  $f = k \cdot v$  (  $f$  : تتعلق بزوجة المائع )

إذا كانت  $v$  كبيرة ، نأخذ  $k \cdot v^n = k \cdot v^2$  أي  $f = k \cdot v^2$  (  $f$  : لا تتعلق بزوجة المائع بل تتعلق بكتلته الحجمية )

### II- السقوط الرأسى باحتكاك

عند اللحظة ( $t=0$ ) نحر الكريبة من النقطة O من السطح الكريبة من النقطة O تطبق على مركز قصورها G . توجد النقطة O على ارتفاع H من السطح الحر للسائل اللزج الذي يوجد في أنبوب شاقولي

#### المعادلة التفاضلية

جرد القوى و تمثلها

وزن الجسم  $\vec{P}$

دافعة أرخميدس :  $\vec{F}_A$

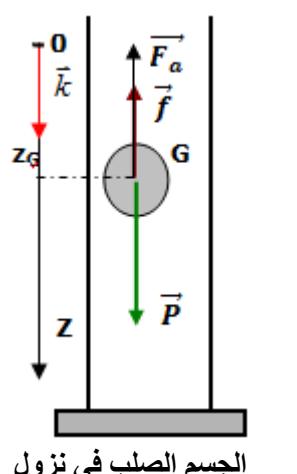
قوى احتكاك المائع :  $\vec{f}$

كتابة القوى في المعلم

$$\vec{p} = p \cdot \vec{k} = m \cdot g \cdot \vec{k}$$

$$\vec{f} = -f \cdot \vec{k} = -k \cdot v^n \cdot \vec{k}$$

$$\vec{F}_A = -F_A \cdot \vec{k} = -\rho_f \cdot V \cdot g \cdot \vec{k}$$



الجسم الصلب في نزول

تطبيق العلاقة الأساسية للديناميك

$$m \cdot g \cdot \vec{k} - K \cdot v^n \cdot \vec{k} - \rho_f \cdot V \cdot g \cdot \vec{k} = m \cdot \vec{a}_G \quad \vec{p} + \vec{F}_A + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقط على المحور ( $z$ ) :  $m \cdot g - K \cdot v^n - \rho_f \cdot V \cdot g = m \cdot a_G$

التفاضلية التي تتحققها سرعة مركز قصور الكريبة :  $\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} v^n + g - \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{m}$

$$\frac{dv}{dt} = A - B v^n \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} A = g - \frac{\rho_f \cdot V \cdot g}{m} \\ B = \frac{k}{m} \end{cases}$$

نضع :

#### حل المعادلة التفاضلية باستعمال طريقة أولير :

طريقة أولير طريقة رقمية تكرارية تمكن من حل المعادلة التفاضلية . ويستوجب استعمال

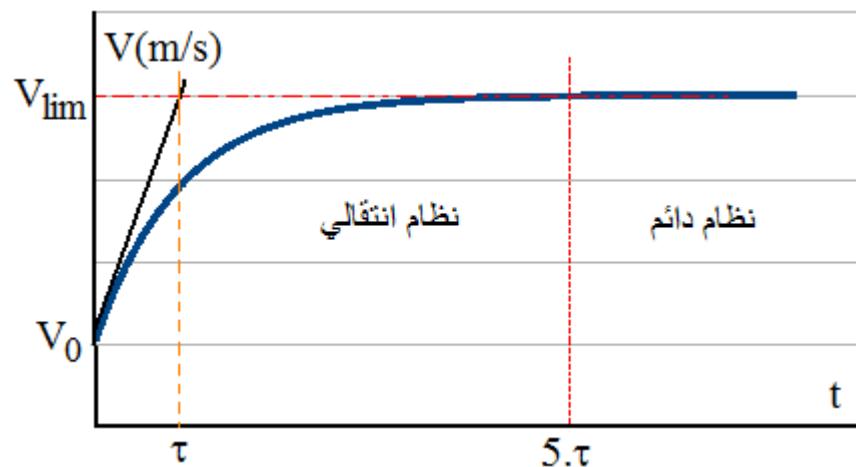
هذه الطريقة استعمال العلاقات التالية

السرعة $v_i$	التسارع $a_i$	اللحظة $t_i$
$a_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t}$ حسب تعريف التسارع	من خلال المعادلة التفاضلية $a_i = A - B \cdot v_i^n$	$t_{i+1} = t_i + \Delta t$ حيث $\Delta t$ تمثل خطوة الحساب

بمعرفة قيمة السرعة البدئية  $v_0$  لمركز قصور الجسم في اللحظة  $t=0$

$a_i$		$v_i$		$t_i$	المرحلة i
❶	$a_0 = A - B \cdot v_0^n$	❶	$v_0$	$t_0 = 0$	0
❸	$a_1 = A - B \cdot v_1^n$	❷	$v_1 = a_0 \cdot \Delta t + v_0$	$t_1 = t_0 + \Delta t$	1
❽	$a_2 = A - B \cdot v_2^n$	❸	$v_2 = a_1 \cdot \Delta t + v_1$	$t_2 = t_1 + \Delta t$	2
❾	$a_3 = A - B \cdot v_3^n$	❹	$v_3 = a_2 \cdot \Delta t + v_2$	$t_3 = t_2 + \Delta t$	3
❻	$a_4 = A - B \cdot v_4^n$	❺	$v_4 = a_3 \cdot \Delta t + v_3$	$t_4 = t_3 + \Delta t$	4
	$a_5 = A - B \cdot v_5^n$	❻	$v_5 = a_4 \cdot \Delta t + v_4$	$t_5 = t_4 + \Delta t$	5

### ☒ مخطط السرعة بدلالة الزمن



### ☒ المقادير المميزة للحركة

☒ التسارع البدئي : عند اللحظة  $t=0$   $a_0 = -\frac{k}{m} v_0^n + g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m}$  في حالة  $v_0 = 0$   $a_0 = g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m}$

☒ السرعة الحدية و هي قيمة ثابتة تصل اليها سرعة مركز قصور الجسم نرمز لها بـ  $v_{lim}$  :

$$\frac{dv_{lim}}{dt} = 0 = -\frac{k}{m} v_{lim}^n + g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m}$$

$$v_{lim} = \sqrt[n]{\frac{m}{k} \left( g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m} \right)} \quad \text{نستنتج: } v_{lim}^n = \frac{m}{k} \left( g - \frac{\rho \cdot V_{solide} \cdot g}{m} \right)$$

☒ الزمن المميز (ثابتة الزمن) :  $\tau = \frac{v_{lim} - v_0}{a_0}$