تصحيح تمارين قوانين نيوتن

التمرين 1:

1- من خلال المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ يتبين أن الحركة على المحور $(O,\vec{\imath})$ حركة منتظمة ، وعلى المحور $(O,\vec{\jmath})$ حركة متغيرة بانتظام.

2- نقصي المتغير t من المعادلتين الزمنيتين للحصول على معادلة المسار .

لدينا:

$t = \frac{3-x}{2}$ نعوض في المعادلة الثانية فنحصل على :

$$y = \frac{(3-x)^2}{4} - \frac{3-x}{2} + 3$$

$$y = \frac{9-6x+x^2}{4} - \frac{3}{2} - \frac{x}{2} + 3$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 - x + \frac{15}{4}$$

وهي معادلة شلجم

3- تعبير متجهتي السرعة $\vec{V}$ والتسارع $\vec{a}$:

$$\vec{V}\begin{cases} V_x = \dfrac{dx}{dt} = -3 \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} = 2t-1 \end{cases} \qquad \vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = 2 \end{cases}$$

4- لتحديد طبيعة الحركة ندرس الجداء السلمي $\vec{a}.\vec{V}$

لدينا :

$$\vec{a}.\vec{V} = a_x.V_x + a_y.V_y = 2(2t-1)$$

تكون الحركة متباطئة إذا كان $\vec{a}.\vec{V} < 0$ أي: $2t-1 < 0$ أي : $0 < t < 0{,}5s$

تكون الحركة متسارعة إذا كان $\vec{a}.\vec{V} > 0$ أي: $2t-1 > 0$ وبالتالي : $t > 0{,}5s$

التمرين 2:

1- من خلال المعادلة الزمنية للحركة يتبين أن شكلها يكتب :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

وأنها تتم على المحور Ox أي أن مسارها مستقيمي وبالتالي حركة مركز قصور G مستقيمية متغيرة بانتظام.

2- قيمة التسارع :

$$a = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)$$
$$a = \frac{d}{dt}(4t + 2)$$
$$a = 4\ m.s^{-2}$$

3- موضع G عند أصل التواريخ t=0

نعوض t=0 في المعادلة الزمنية للحركة نستنتج :

$$x_0 = 5m$$

4- عند اللحظة ذات التاريخ t_1 تكون السرعة اللحظية :

$$V_1 = 4t_1 + 2$$
$$4 = 4t_1 + 2$$
$$4t_1 = 2$$
$$t_1 = 0{,}5s$$

تمرين 3:

1-موضع النقطة M عند اللحظة $t = 1s$:

$$x(t = 1s) = 16 \times 1 - 6 \times 1 = 10m$$

2-تحديد اللحظة التي تمر فيها M من أصل معلم الفضاء $x = 0$:

$$16t - 6t^2 = 0 \Rightarrow 2t(8 - 3t) = 0$$

$t = 0$ أو $t = \frac{8}{3} = 2{,}67s$

3-حساب السرعة المتوسطة ل M بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 2s$:

$$V_m = \frac{x(t = 2s) - x(t = 0)}{2 - 0} = \frac{[16 \times 2 - 6 \times 2^2] - 0}{2} = \frac{32 - 24}{2}$$
$$V_m = 4m/s$$

4-السرعة السرعة اللحظية في لحظة معينة :

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 16 - 12t$$

السرعة البدئية هي السرعة عند اللحظة $t = 0$

$$v_0 = 16m/s$$

5-اللحظات والمواضع التي تتوقف عندها النقطة المادية:

يتوقف الجسم المتحرك عندما تصبح سرعته منعدمة أي: $v = 0$

$$16 - 12t = 0 \Rightarrow \mathrm{t} = \frac{16}{12} = 1{,}33s$$

موضع توقف M هو:

$$x(t = 1{,}33s) = 16 \times 1{,}33 - 6 \times 1{,}33^2 = 10{,}67m$$

تسارع M:

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dv}{dt}=-12m/s^2$$

نلاحظ أن تسارع الجسم يبقى ثابتا مهما تكن t أي $a\neq 0$.

6-تحديد المجالين التي تكون فيهما الحركة متسارعة ومتباطئة :

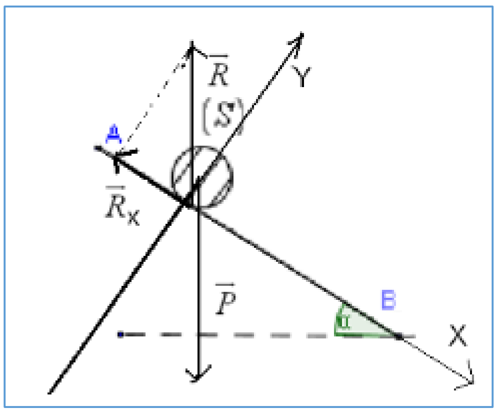
متجهة السرعة: $\vec{v}=(16-12t)\vec{\imath}$

متجهة التسارع: $\vec{a}=-12\vec{\imath}$

الحداء السلمي: $\vec{v}.\vec{a}=(16-12t)\vec{\imath}.(-12\vec{\imath})=-48(4-3t)$

الحركة تكون متسارعة في حالة : $\vec{v}.\vec{a}>0$ أي: $-(4-3t)>0$ ومنه : $t<1{,}33s$

الحركة تكون متباطئة في حالة : $\vec{v}.\vec{a}<0$ أي: $-(4-3t)<0$ ومنه : $t>1{,}33s$



تمرين 4:

1- جرد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S) : $\vec{P}$
- تأثير المستوى المائل : $\vec{R}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P}+\vec{R}=m.\vec{a}$

نسقط العلاقة على المحور Ox

$$ma_x=P_x+R_x$$

$$ma=mgsin\alpha+R_x$$
$$R_x=ma-mgsin\alpha$$
$$R_x=m(a-gsin\alpha)$$

مع $a=\frac{dV_x}{dt}=3m.s^{-1}$

ت.ع:

$$R_x=0{,}1(3-10\sin(30°))=-0{,}2N$$

بما أن $R_x\neq 0$ فان التماس يتم باحتكاك.

2- بما أن $f=R_T=-R_x$ فان شدة قوة الاحتكاك تساوي : f=0,2N

3- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين الموضعين A و B :

$$\Delta E_c=\sum_{A\to B}W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}m.V_B^2-\frac{1}{2}m.V_A^2=W_{A\to B}(\vec{P})+W_{A\to B}(\vec{R})$$

لدينا :

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = mgh = m.g.L.sin\alpha$$

و $W_{A\to B}(\vec{R}) = W_{A\to B}(\vec{f}) = -f.AB$

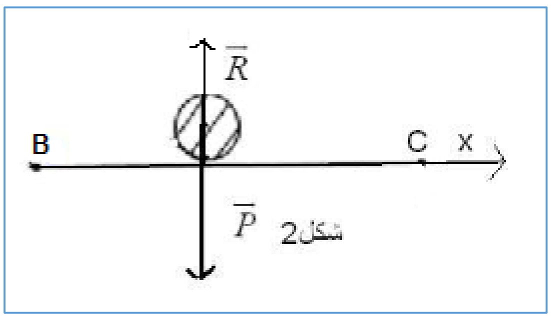
$$V_A = 0$$

$$\frac{1}{2}m.V_B^2 = m.g.L.sin\alpha - f.AB$$

$$V_B = \sqrt{2L.g.sin\alpha - \frac{f}{m}}$$

ت.ع:

$$V_B = \sqrt{2\times 1{,}5\times 10\times \sin(30°) - \frac{0{,}2}{0{,}1}} = 3m.s^{-1}$$



4- دراسة حركة (S) بين النقطتين B و C.

جرد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S) : $\vec{P}$
- تأثير المستوى المائل : $\vec{R}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$

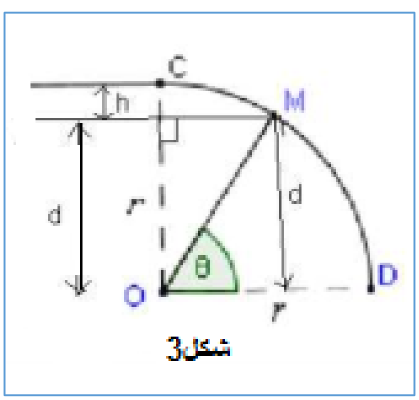
نسقط العلاقة على المحور Ox

$$ma_x = 0 + 0$$

$a = 0$ حركة الجسم (S) مستقيمية منتظمة على الجزء BC ومنه $V_C = V_B = 3m.s^{-1}$.

5- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين C و M:

$$\frac{1}{2}m.V_M^2 - \frac{1}{2}m.V_C^2 = W_{C\to M}(\vec{P}) + W_{C\to M}(\vec{R})$$



بما أن الحركة تتم بدون احتكاك فإن : $W_{C\to M}(\vec{R}) = 0$

ولدينا : $V_C = V_B = 3m.s^{-1}$

$$W_{C\to M}(\vec{P}) = mgh$$

$$h = r - D = r - r.sin\theta = r(1 - sin\theta)$$

$$W_{C\to M}(\vec{P}) = mgr(1 - sin\theta)$$

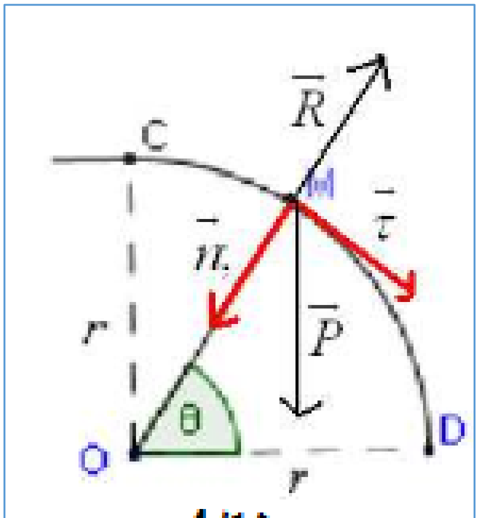
$$\frac{1}{2}m.V_M^2 - \frac{1}{2}m.V_C^2 = mgr(1 - sin\theta)$$

$$V_M^2 = 2gr(1 - sin\theta) + V_B^2$$

$$V_M = \sqrt{2gr(1 - sin\theta) + V_B^2}$$

6- نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$



شكل4

باعتبار الحركة دائرية نستعمل معلم فريني $(M ;\vec{n}; \vec{\tau})$
نسقط العلاقة على المحور $(M ;\vec{n})$
نحصل على : $m.a_n = m.g.sin\theta - R (1)$
لدينا : $a_n = \frac{V_M^2}{r}$ التسارع المنظمي مع :
وبالتالي : $a_n = 2.g(1 - sin\theta) + \frac{V_B^2}{r}$
وبالتالي : $a_n = 2.g(1 - sin\theta) + \frac{V_B^2}{r}$
المعادلة (1) تكتب :
$R = m.g.sin\theta - ma_n$
مع $R = m\left[g.sin\theta - 2.g(1 - sin\theta) - \frac{V_B^2}{r}\right]$

7- عندما يغادر الجسم (S) السكة الدائرية تكون R=0 وبالتالي :

$$m\left[g(3sin\theta - 2) - \frac{V_B^2}{r}\right] = 0$$

$$g(3sin\theta - 2) = \frac{V_B^2}{r}$$

$$3sin\theta - 2 = \frac{V_B^2}{g.r}$$

$$sin\theta = \frac{1}{3}(\frac{V_B^2}{g.r} + 2)$$

ت.ع:

$$sin\theta = \frac{1}{3}\left(\frac{3^2}{10 \times 1,5} + 2\right) = 0,96$$

$$\theta = 75,16°$$

التمرين 5:

1- حساب التسارع a:
انطلاقا من معادلة السرعة : $a = \frac{dv}{dt} = -6m.s^{-2}$
حركة الجسم (S) مستقيمية متغيرة (متباطئة)بانتظام.
2- تكتب المعادلة الزمنية للحركة المتغيرة بانتظام على الشكل التالي:

$$x(t) = \frac{1}{2}a.t^2 + V_0.t + x_0$$

حيث: $a = -6m.s^{-2}$ و $V_0 = 3m.s^{-1}$ و $x_0 = x_A = 0,75m$
المعادلة الزمنية للحركة تكتب:

$$x(t) = -3t^2 + 3t + 0,75$$

يتوقف الجسم (S) عندما يصل إلى النقطة B ومنه فان : $V_B = 0$

معادلة السرعة تكتب : $V_B = -6t_B + 3 = 0 \Leftrightarrow t_B = \frac{-3}{-6} = 0,5s$

المعادلة الزمنية تكتب:

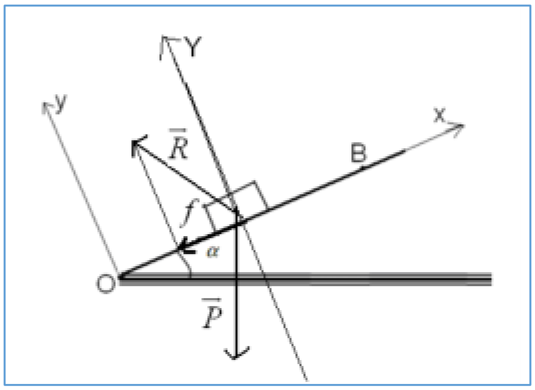
$$x_B = -3t_B^2 + 3t + x_A$$

ت.ع:

$$x_B = -3 \times 0,5^2 + 3 \times 0,5 + 0,75 = 1,5m$$

إذن المسافة OB هي:

OB=$x_B - x_O = 1,5m$



3- المجموعة المدروسة الجسم .(S).

جرد القوى المطبقة على .(S).

- وزن الجسم (S) : $\vec{P}$
- تأثير المستوى المائل : $\vec{R}$

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}$

نسقط العلاقة على المحور Ox

$$ma = -m.g.sin\alpha - f$$

$$f = -m.g.sin\alpha - m.a$$

$$f = -m(g.sin\alpha + a)$$

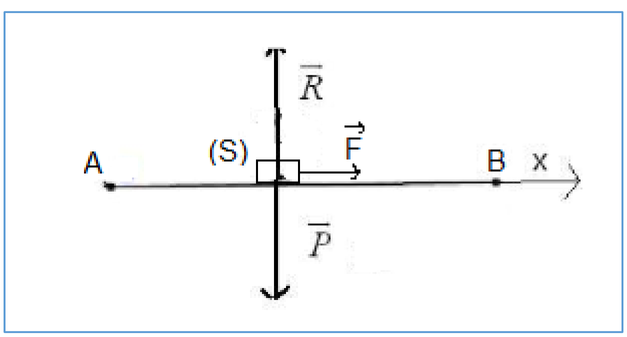
ت.ع:

$$f = -1(10 \times \sin(30°) - 6) = 1N$$

التمرين 6:

1.1-حساب التسارع a_1 :

المجموعة المدروسة :الجسم (S).



المعلم المرتبط بالأرض معلما غاليليا.

جرد القوى :

$\vec{P}$ وزن الجسم و $\vec{R}$ تاثير المستوى الأفقي و تأثير القوة $\vec{F}$

.

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}_1$$

الإسقاط على المحور الأفقي Ox:

0+0+F=m.a_1

$$a_1 = \frac{F}{m}$$

ت.ع: $a_1 = \frac{0,5}{0,2} = 2,5m.s^{-2}$

1.2-طبيعة الحركة:
بما أن التسارع ثابت ، فإن الحركة مستقيمية متغيرة (متسارعة)بانتظام.
1.3-المعادلة الزمنية للحركة:
بما أن الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام فإن معادلة السرعة تكتب :

$$v(t) = a_1 t + v_0$$

السرعة البدئية: $v_0 = 0$

$$v(t) = 2,5t$$

المعادلة الزمنية للحركة:

$$x(t) = \frac{1}{2}a_1.t^2 + v_0.t + x_0$$

الأفصول البدئي: $x_0 = 0$

$$x(t) = 1,25t^2$$

2.1-تعبير التسارع a_2 :
يخضع الجسم (S) إلى القوى $\vec{P}$ و $\vec{F}$ و $\vec{R}$ في هذه الحالة اتجاه $\vec{R}$ مائل في المنحى المعاكس لمنحى الحركة، لوجود الاحتكاكات.

القانون الثاني لنيوتن يكتب :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Ax:.

$$-m.g.sin\alpha + F - f = m.a_2 \quad (1)$$

الإسقاط على المحور Ay :

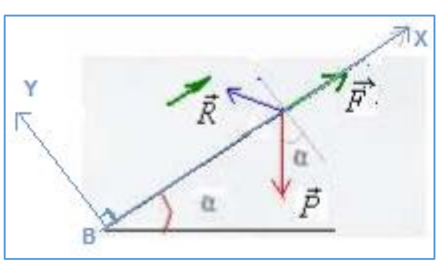
$$-m.g.cos\alpha + R_N = 0$$

$$R_N = m.g.cos\alpha$$

نعلم أن معامل الاحتكاك k يكتب:

$$k = \frac{f}{R_N} \Longrightarrow f = k.R_N = k.m.g.cos\alpha$$

حسب السؤال 1.1لدينا : $F = m.a_1$



نعوض f و F بتعبيرهما في المعادلة (1) نحصل على :

$$-m.g.sin\alpha + m.a_1 - k.m.g.cos\alpha = m.a_2$$

$$a_2 = a_1 - g(sin\alpha + k.cos\alpha)$$

ت.ع:

$$a_2 = 2{,}5 - 10[\sin(45°) + 0{,}1\cos(45°)] = -5{,}28\, m.s^{-2}$$

2.2-طبيعة الحركة:

بما أن التسارع ثابت ،فإن الحركة مستقيمية متغيرة (متباطئة)بانتظام.

المعادلات الزمنية:

$$v(t) = a_2 t + v'_0$$

تحديد v'_0 خلال المرحلة الاولى سرعة الجسم عند النقطة B تمثل $v_0 = v_B$

العلاقة المستقلة عن الزمن: $v_B^2 - v_A^2 = 2.a_1.(x_A - x_B)$

$$v_B^2 = 2.a_1.AB \Longrightarrow v_B = \sqrt{2a_1.AB}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 2{,}5 \times 18} = 3m.s^{-1}$$

معادلة السرعة تكتب:

$$v(t) = -5{,}28t + 3$$

المعادلة الزمنية للحركة:

$$x(t) = \frac{1}{2}a_2.t^2 + v'_0.t + x'_0$$

$$x(t) = 2{,}64t^2 + 3t + 1{,}8$$

2.3-المسافة الدنيوية التي يقطعها الجسم قبل أن يتوقف:

ليكن النقطة M التي يتوقف عندها الجسم ، حيث $V_M = 0$ لنبحث عن المسافة BM باستعمال العلاقة المستقلة عن الزمن :

$$v_M^2 - v_B^2 = 2.a_2.(x_M - x_B)$$

$$-v_B^2 = 2.a_2.BM$$

$$BM = \frac{-v_B^2}{2.a_2} = \frac{-3^2}{2 \times (-5{,}28)} = 0{,}85m$$