الذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية
les oscillations forcées dans un circuit RLC série

1- النظام المتناوب ألجيبي

1- التوتر المتناوب الجيبي

نعبر عن التوتر المتناوب الجيبي بـ : $u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$

حيث ω : النبض بـ rad/s حيث $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$.

φ_u: طور التوتر عند أصل التواريخ بـ (rad).

$(\omega t + \varphi_u)$ الطور التوتر عند عند اللحظة t . بـ (rad).

القيمة القصوى للتوتر U_m بـ V بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة $I=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$ و تقاس باستعمال جهاز الفولطمتر

2- التيار المتناوب الجيبي

نعبر عن التيار المتناوب الجيبي بـ : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$

حيث ω : النبض بـ rad/s حيث $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$.

φ_i: طور التيار عند اصل التواريخ بـ (rad).

متوالية RLC الذبذبات القسرية في دارة

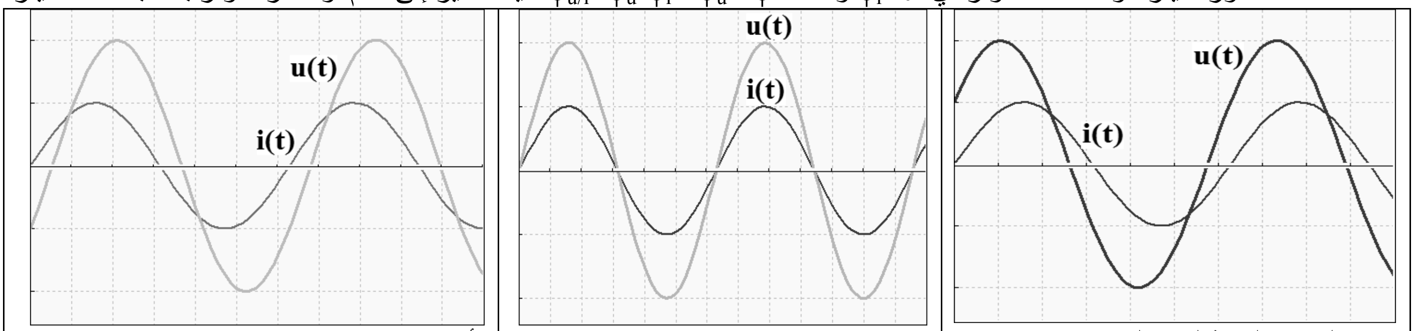
$(\omega t + \varphi_i)$ الطور التيار عند عند اللحظة t . بـ (rad).

القيمة القصوى للتيار I_m بـ V بينما القيمة الفعالة فتعطى بالعلاقة $I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ و تقاس باستعمال جهاز الامبيرمتر

3- طور التوتر بالنسبة للتيار

نعبر عن $\varphi_{u/i}$ طور التوتر بالنسبة للتيار بـ : $\varphi_{u/i}=\varphi_u-\varphi_i=\varphi_u$

اصطلاحا نأخذ طور التيار هو أصل الأطوار اي $\varphi_i=0$ ومنه $\varphi=\varphi_{u/i}=\varphi_u-\varphi_i=\varphi_u$ حيث تشير إلى تقدم أو تأخر التوتر بالنسبة لشدة التيار



تأخر التوتر بالنسبة لشدة التيار $\varphi>0$ | التوتر و التيار على توافق في الطور $\varphi=0$ | تقدم التوتر بالنسبة لشدة التيار $\varphi>0$

كيف نحدد قيمة φ ؟

$u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_{u/i})$ اي $u(t) = U_m\cos(\omega(t + \varphi_{u/i}/\omega))$ الكمية φ/ω تسمى التأخر الزمني فنكتب $\tau= \varphi_{u/i}/\omega$ و علما ان

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ نستنتج تعبير $\varphi_{u/i} =\tau.\frac{2\pi}{T}$

عمليا يمكّن قياس τ بين التوتر و التيار على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور $\varphi_{u/i}$.

2- دراسة دارة RLC متوالية في نظام جيبي و قسري

1- الذبذبات القسرية في دارة RLC

التفسير	النتيجة	التجربة
المولد GBF يجبر الدارة RLC المتوالية على ان تتذبذب بتردد مخالف لترددها الخاص N_0 لذى نقول ان الذبذبات الناتجة ذبذبات القسرية المولد GBF يزود RLC بتوتر متناوب جيبي فنقول ان الدارة RLC المتوالية في نظام جيبي و قسري	- يظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته : $i(t) = I_m \cos \omega t$	يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي : $u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi)$

نسمي الدارة RLC المتوالية بـ " الرنان " و المولد GBF بـ " المثير ".

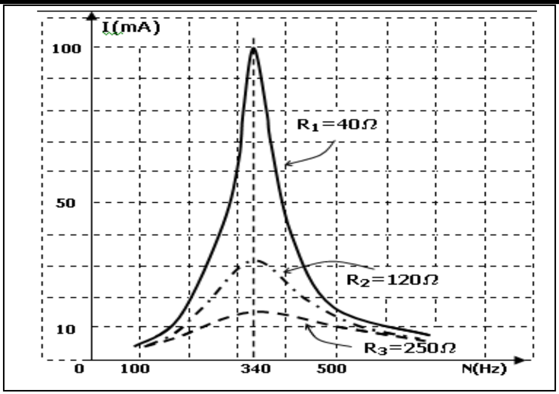
2- مفهوم الممانعة

نسمي Z ممانعة الدارة ، مقدار يميز الدارة RLC المتوالية بالنسبة لتردد معين و حدتها في النظام العالمي للوحدات هي Ω

تعبيرها : $Z=\frac{U}{I}=\frac{U_m}{I_m}=\sqrt{R_{éq}^2+(L.2\pi.N-\frac{1}{C.2\pi.N})^2}$

3- ظاهرة الرنين الكهربائي

1- إبراز ظاهرة الرنين الكهربائي

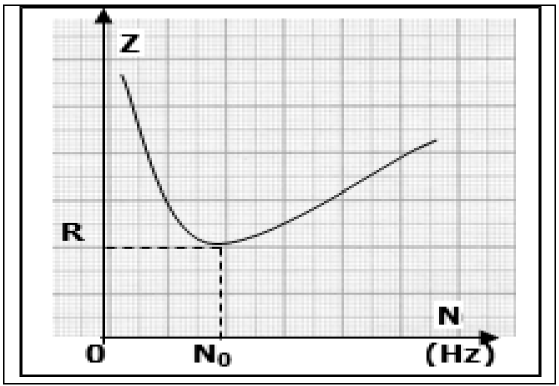


مهما كانت المقاومة الإجمالية للدارة فإن :

- شدة التيار الفعال I تأخذ قيما قصوية عندما يتساوى N تردد GBF (المثير) N_0 تردد (الرنان). فنقول ان الدارة الكهربائية في حالة الرنين
- عند $R=40\Omega$ الرنين حاد
 و عند $R=120\Omega$ الرنين ضبابي

- ***عند الرنين الكهربائي تعبير التردد هو :*** $N_0=\dfrac{1}{2.\pi.\sqrt{L.C}}$

2- الممانعة عند الرنين



تتغير ممانعة الدارة مع التردد حيث $Z=\frac{U}{I}=\sqrt{R_{éq}^2+(L.2\pi.N-\frac{1}{C.2\pi.N})^2}$

- عند الرنين يأخذ التيار اكبر قيمة أي ان تأخذ الممانعة Z تأخذ قيمة ادنى
 اي $L.2\pi.N-\frac{1}{C.2\pi.N}=0$ فنستنتج $Z=R$

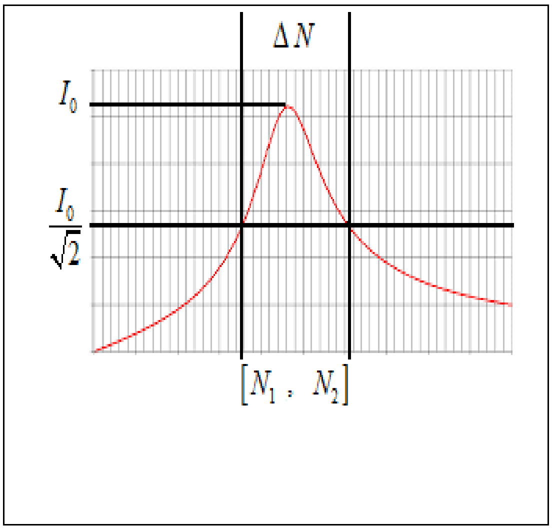
- ***عند الرنين الكهربائي تعبير الممانعة هو :*** $Z=R_{éq}$

3-تعبير الطور عند الرنين

بصفة عامة نعبر عن الطور بالعلاقتين: $\tan\varphi=\dfrac{L.2\pi.N-\frac{1}{C.2\pi.N}}{R_{éq}}$ او $\cos\varphi=\dfrac{R_{éq}}{Z}$

عند الرنين $Z=R_{éq}$ و منه $\varphi=0°$ أي التوتر $u(t)$ و شدة التيار $i(t)$ على توافق في الطور

4- المنطقة الممررة ذات (-3décibels)



المنطقة الممررة هي مجال الترددات $[N_1,N_2]$ للمولد حيث تكون الاستجابة I أكبر أو على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ حيث I_0) هي الشدة الفعالة للتيار عند الرنين).".

- **تحديد عرض المنطقة الممررة : الشكل جانبه**

- **تعبير عرض المنطقة الممررة**

لدينا I_0 شدة التيار الفعالة عند الرنين حيث : $I_0=\dfrac{U}{R}$ مع $(R_{éq}=R)$

$$I=\frac{I_0}{\sqrt{2}}=\frac{U}{R.\sqrt{2}} \quad \text{مع} \quad I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

من العاقتين السابقتين $\dfrac{U}{R.\sqrt{2}}=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$ ← $2R^2=R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2$ ← $\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2=R^2$

$$\begin{cases}1-LC\omega_1^2=RC\omega_1\\ LC\omega_2^2-1=RC\omega_2\end{cases}$$

$$LC(\omega_2^2-\omega_1^2)=RC(\omega_2-\omega_1)$$

$$LC(\omega_2+\omega_1)(\omega_2-\omega_1)=RC(\omega_2+\omega_1)$$

و بالتالي : عرض المنطقة الممررة

☑ بدلالة النبض ω :

$$\Delta\omega=\omega_2-\omega_1=\frac{R}{L}$$

☑ بدلالة التردد N :

$$\Delta N=\frac{\Delta\omega}{2\pi}=\frac{R}{2\pi L}$$

استنتاج:

☑ عرض المنطقة الممررة لا يتعلق سوى بخاصيات الدارة RLC .
☑ عرض المنطقة الممررة يتناسب اطرادا مع R مقاومة الدارة .
☑ إذا كانت R صغيرة تكون ΔN صغيرة و بالتالي الرنين حاد
☑ إذا كانت R كبيرة تكون ΔN صغيرة و بالتالي الرنين ضبابي

5- معامل الجودة

" يعرف معامل الجودة بالعلاقة :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} \quad \text{او} \quad Q = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

حيث - N_0 التردد الخاص للدارة RLC

- ΔN : عرض المنطقة الممررة .

بما أن $\Delta\omega = \frac{R_{éq}}{L}$: فإن $Q=\frac{L.\omega_0}{R_{éq}} = \frac{L.2.\pi.N_0}{R_{éq}}$

عند الرنين $L.2\pi.N_0 = \frac{1}{C.2\pi.N_0}$ فإن معامل الجودة

$$Q=\frac{1}{R_{éq}.C.\omega_0} = \frac{1}{R_{éq}.C.2.\pi.N_0}$$

نعلم ان $N_0=\frac{1}{2.\pi\sqrt{L.C}}$

$$Q=\frac{1}{R_{éq}}.\sqrt{\frac{L}{C}}$$

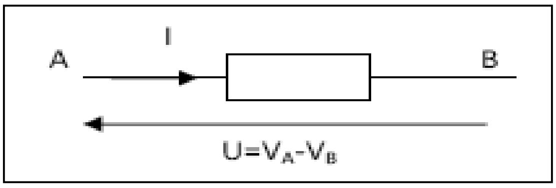
ب- ملحوظة:

* عند الرنين يكون التوتر الفعال : $U = R.I_0$. فإن $Q = \frac{L\omega_0}{R}\frac{I_0}{I_0} = \frac{1}{RC\omega_0}\frac{I_0}{I_0} = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$

عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة جدا و بالتالي ، سيكون : $U_C \succ U$ و $U_L \succ U$ نسمي هذه الظاهرة ، ظاهرة "فرط التوتر" .

4- القدرة في النظام المتناوب الجيبي

1-القدرة اللحظية P



نعتبر ثنائي القطب AB ، يمر فيه تيار كهربائي شدته اللحظية :

$i(t) = I\sqrt{2}\cos\omega t$ و بين مربطيه توتر لحظي $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi)$

القدرة اللحظية التي يتبادلها ثنائي القطب هي:

$$p(t) = u(t).i(t) = 2U.I\cos\left(\omega t+\varphi\right)\cos\omega t$$

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos\left(a+b\right)+\cos\left(a-b\right)\right]$$

$$p(t) = U.I\left[\cos\varphi + \cos(2\omega t+\varphi)\right]$$

و هي دالة جيبية نبضها 2ω و دورها $\frac{T}{2}$ ، حيث T دور $i(t)$ و $u(t)$.

2-القدرة المتوسطة أو القدرة النشيطة $\mathscr{P}$

هي مجموع القدرات اللحظية المستهلكة من طرف ثنائي القطب خلال دور واحد T . و هكذا و خلال دور T:

$$\mathscr{P} = \frac{\sum_0^T U(t).i(t).dt}{T}$$

$$\mathscr{P} = \frac{\int_0^T U(t).i(t).dt}{T}$$

$$\mathscr{P} = \frac{1}{T}.\int_0^T U(t).i(t).dt = \frac{1}{T}.\int_0^T U.I[\cos\varphi + \cos(2.\omega.t+\varphi)]dt$$

$$\mathscr{P} = \frac{U.I}{T}.\left[\cos\varphi.t + \frac{1}{2.\omega}\cos(2.\omega.t+\varphi)\right]_0^T$$

$$\mathscr{P} = \frac{U.I}{T}.\left[\cos\varphi.T + \frac{1}{2.\omega}[\sin((2.\omega.T+\varphi)) - sin\varphi]\right]_0^T$$

لدينا $\omega = \frac{2.\pi}{T}$ اي $\sin((2.\omega.T+\varphi)) - sin\varphi = 0$

$$\sin\left(4\pi+\varphi\right) = \sin\varphi$$

و بالتالي: $\mathscr{P}$=U.I.cos(φ)

* $\cos\varphi$: معامل القدرة . * القدرة الظاهرية $S = U.I$

ملحوظة

نعلم ان $U=R_{éq}.I$ و $\cos\varphi = \frac{R_{éq}}{Z}$ و منه $\wp = R.I^2$ و هذا يعني ان في الدارة RLC المتوالية ، لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلاّ من طرف المقاومة R بمفعول جول

انتهى