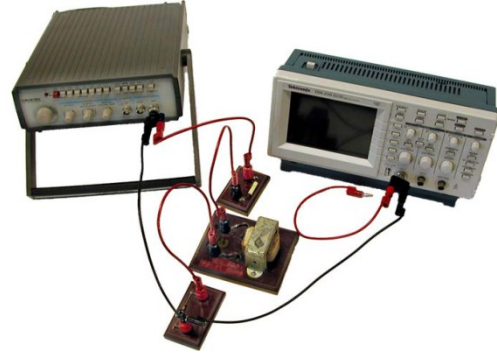
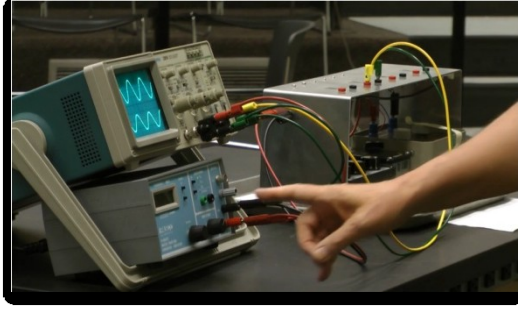


## التذبذبات الكهربائية القسرية في دائرة RLC على التوالي



يمكن لدائرة كهربائية RLC حرة أن تتذبذب بتردد لها الخاص  $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  . فماذا يحدث عندما نجبر هذه الدائرة على أن تتذبذب بتردد يخالف  $N_0$  مفروض من طرف مولد ؟ نقول في هذه الحالة أن نظام التذبذبات نظام قسري .

### 1 ( الإبراز التجريبي .

#### 1 - 1 ( تذكير : الوسع و القيمة الفعالة .

القياسات الكهربائية المنجزة في هذا الدرس توظف جهاز متعدد القياسات في النمط " تناوب AC " . في هذه الحالة متعدد القياسات يقيس القيمة الفعالة للمقدار الكهربائي المعني .  
القيمة الفعالة  $U$  لتوتر جيبى يعبر عنه بدلالة الوسع  $U_m$  ( القيمة القصوى ) لهذا التوتر بالعلاقة :

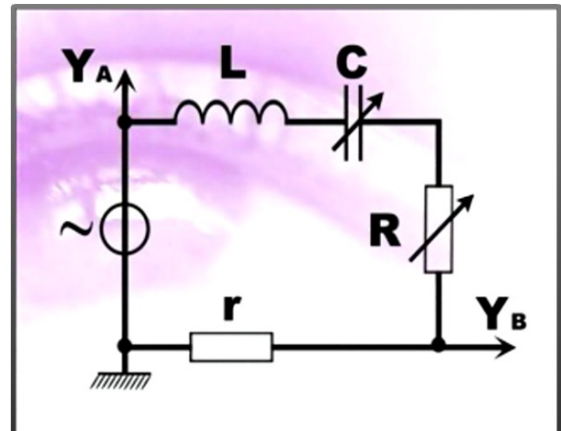
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

بالنسبة لشدة التيار الفعالة  $I$  فهي كذلك مرتبطة بالوسع  $I_m$  لتيار متناوب جيبى بالعلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

#### 1 - 2 ( التركيب التجريبي .

خلال هذا الدرس ، ندرس بطرق مختلفة ، الدائرة الممثلة في الشكل 1 و التي تضم :



الشكل 1

- مولد للترددات المنخفضة GBF يطبق توترا جيبيا  $u(t)$  قيمة الفعالة  $U$  و تردده  $N$  قابل للضبط .
- مكثف سعته  $C = 1,0\mu F$  قابل للضبط
- وشيعة معامل تحريضها الذاتي  $L = 70mH$
- موصل أومي مقاومته  $R$  قابلة للضبط

• موصل أومي مقاومته ثابتة  $r$  ، بين مربطيه نعاين توترا يتناسب مع شدة التيار .

• راسم تذبذب

راسم التذبذب يمكن من معاينة :

- التوتر  $u(t)$  المفروض من طرف المولد على مربطي ثنائي القطب « RLC » ( في المدخل  $Y_A$  )

- التوتر  $u'(t) = ri(t)$  ( في المدخل  $Y_B$  ) . هذا التوتر يمكن من التعرف على تغيرات شدة التيار بدلالة الزمن :  $i(t) = \frac{u'(t)}{r}$

3- 1 تجربة .

✓ نركب بين مربطي المولد متعدد القياسات على النمط " فولتمتر في نظام التناوب " ، نختار بواسطة أزرار الضبط للمولد

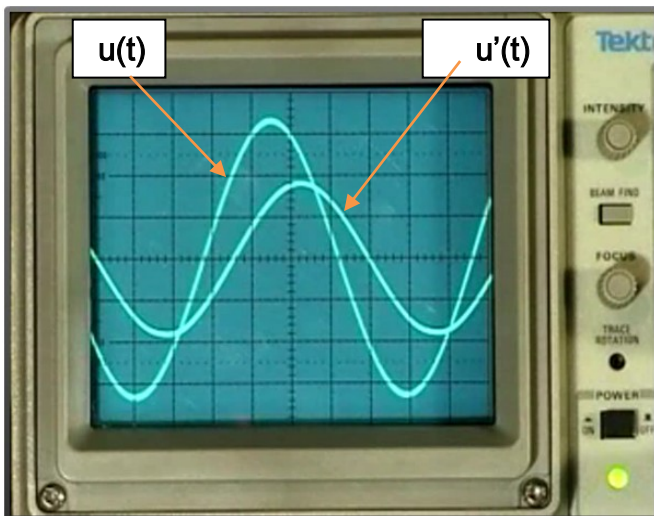
GBF ، توترا  $u(t)$  جيبيا قيمته الفعالة  $U = 2,0V$  و تردد معين  $N$  محصور بين  $20Hz$  و  $2kHz$  ، مثلا

$N = 0,40kHz$  .

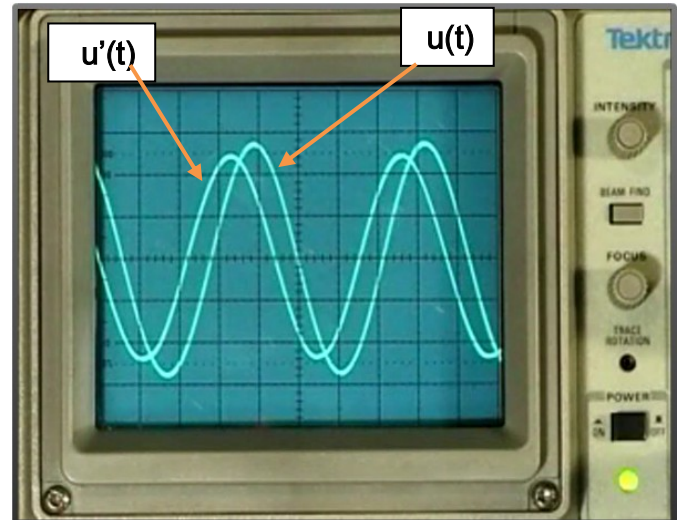
✓ نلاحظ ، على شاشة راسم التذبذب ، منحنيين جيبين يمثلان توترين :

- لهما نفس الدور

- بصفة عامة منزاحين عن بعضهما ( الشكلين 2 و 3 )



الشكل 3 :  $N > N_0$  شدة التيار  $i(t)$  متأخرة بالنسبة للتوتر  $u(t)$



الشكل 2 :  $N < N_0$  شدة التيار  $i(t)$  متقدمة بالنسبة للتوتر  $u(t)$

4 - 1 استنتاج .

\* نظام التذبذبات القسرية .

عندما نطبق بين مربطي ثنائي القطب « RLC » توترا جيبيا ،

يكون هذا الأخير مقر تذبذبات كهربائية ترددها مفروض من طرف المولد .

هذا التردد ليس بالضرورة نفس التردد الخاص لثنائي القطب .

لذا نقول بأن النظام الحاصل هو نظام قسري .

\* التذبذبات القسرية و التذبذبات المصانة .

في حالة التذبذبات المصانة ، جهاز يمنح باستمرار لثنائي القطب « RLC » الطاقة اللازمة

التي تمكنه من تعويض ما يضيع بمفعول جول ، لكن لا يفرض عليه أي تردد للتذبذبات .

تردد التذبذبات محدد بالميزات الخاصة لثنائي القطب .

اذن لا يجب الخلط بين هذين النظامين .

2 ( رنين شدة التيار .

2- 1 ( الإبراز التجريبي .

• التردد الخاص .

في حالة الدارة المدروسة ، دور التذبذبات الحرة للدائرة ، أو الدور الخاص ، هو :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{70.10^{-3} \times 1,0.10^{-6}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 1,7.10^{-3} s$$

$$N_0 = \frac{1}{T_0} = 0,60\text{kHz} \quad \text{التردد الخاص هو :}$$

• تجربة .

لنغير التردد  $N$  المفروض من طرف المولد من 20Hz إلى 2kHz ، مع الحفاظ على القيمة الفعالة للتوتر  $u(t)$  ثابتة .  
ثم نلاحظ الوسع  $I_m$  للتوتر الجيبي  $u'(t)$  المعاين في المدخل  $Y_B$  على شاشة راسم التذبذب .

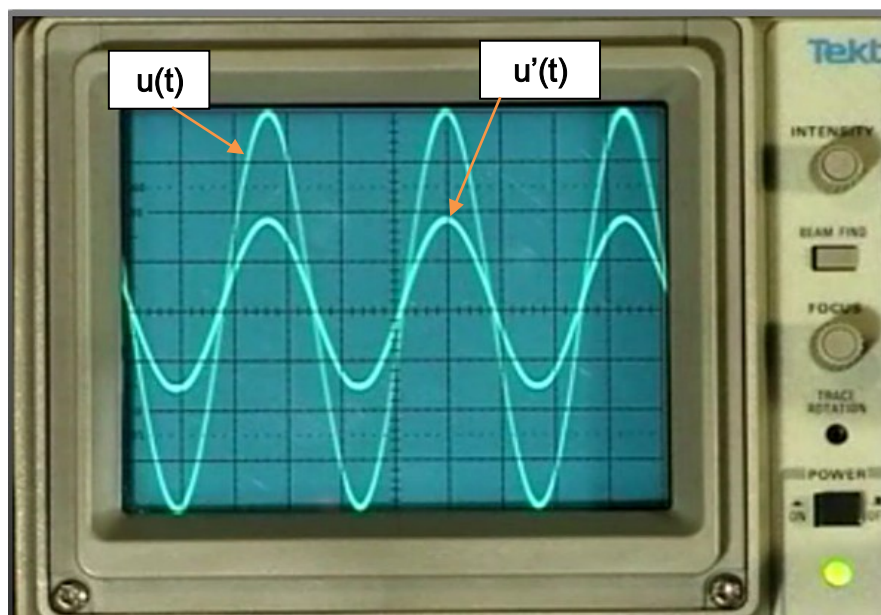
$$I_m = \frac{U'_m}{r} \quad \text{وسع شدة التيار له العلاقة :}$$

• ملاحظات .

\* عندما يتزايد التردد المفروض من 20Hz إلى 0,60kHz :  
- الوسع  $I_m$  ( القيمة القصوى لشدة التيار ) يزداد  
- خلال مدة زمنية تساوي نصف الدور ، شدة التيار  $i(t)$  تنعدم و هي تتصاعد ( أو تتناقص ) قبل التوتر  $u(t)$  . نقول إنها متقدمة في الطور بالنسبة للتوتر المطبق على ثنائي القطب ( الشكل 2 ) .

\* عندما يتزايد التردد المفروض من 0,60kHz إلى 2kHz فإن :  
- الوسع  $I_m$  لشدة التيار ينقص .  
- شدة التيار  $i(t)$  تكون متأخرة بالنسبة للتوتر  $u(t)$  ( الشكل 3 ) .

\* عندما يكون التردد  $N$  يساوي التردد الخاص  $N_0$  :  $N = N_0 = 0,60\text{kHz}$  فإن :  
- وسع شدة التيار يأخذ قيمة قصوى  $I_{m0}$   
- شدة التيار  $i(t)$  على توافق في الطور مع التوتر  $u(t)$  ( الشكل 4 ) .



الشكل 4 : شدة التيار  $i(t)$  و التوتر  $u(t)$  على توافق في الطور

• استنتاج .

وسع شدة التيار  $I_m$  يمر من قيمة قصوى عندما يكون التردد  $N$  المفروض على ثنائي القطب « RLC » يساوي التردد الخاص  $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$   
عند هذا التردد الخاص ، شدة التيار المار في الدارة على توافق في الطور مع التوتر المطبق على الدارة

هذه الظاهرة تسمى رنين شدة التيار. لهذا ، في إطار دراسة التذبذبات القسرية ، التردد الخاص  $N_0$  يسمى كذلك تردد الرنين .



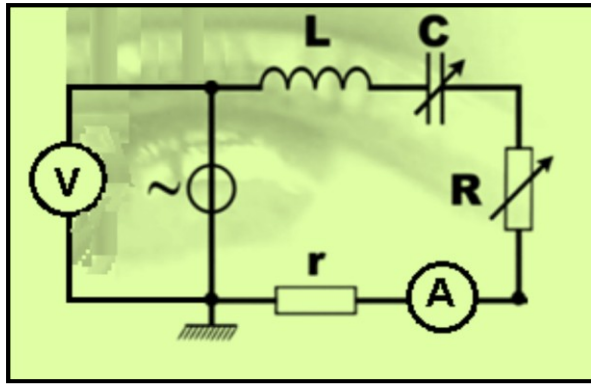
## 2-2) منحنى الرنين .

نزيل ربط راسم التذبذب من التركيب التجريبي السابق ،  
ثم نركب فولطمتر بين مربطي المولد و أمبيرمتر على  
التوالي مع عناصر الدارة .

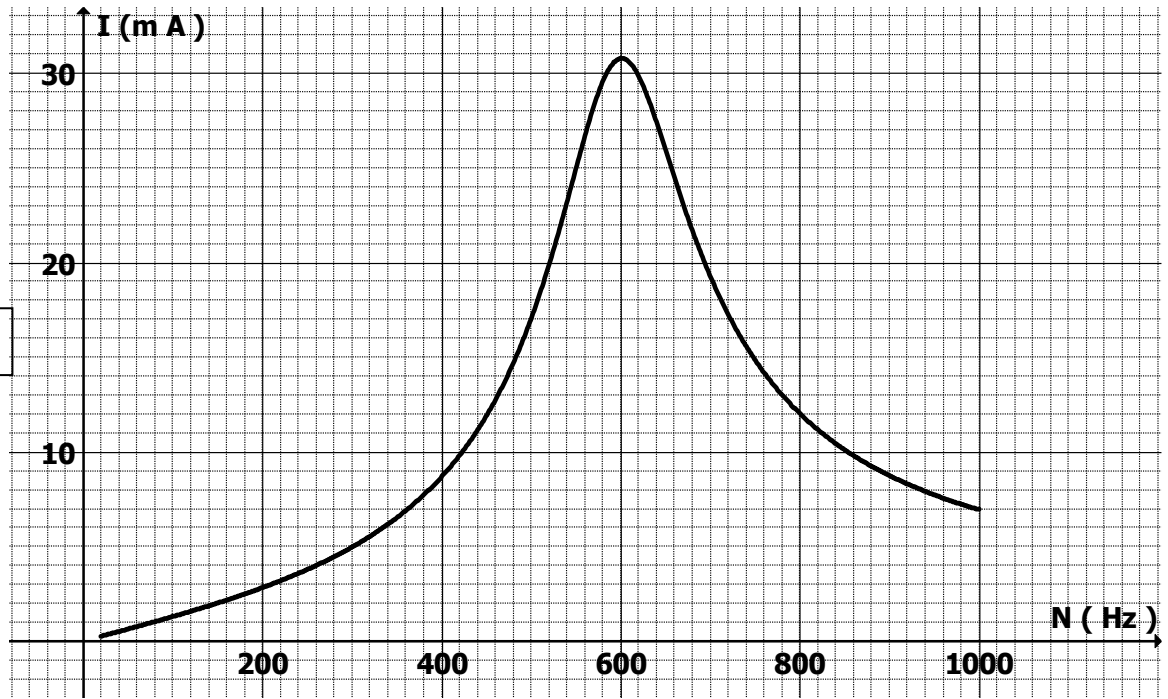
نثبت القيمة الفعالة لتوتر المولد على القيمة  $U = 2V$

و المقاومة المكافئة على القيمة  $R + r = 50 + 15 = 65\Omega$  .  
نغير تردد المولد  $N$  و نقيس القيمة الفعالة  $I$  لشدة التيار الموافقة  
يمثل الشكل 5 النتائج المحصل عليها .

يسمى منحنى هذا المبيان بمنحنى الرنين .



الشكل 5



يبين المنحنى أن هناك ترددا حيث تكون  $I$  قصوىة و تأخذ القيمة  $I_0 \approx 30,85mA$  ، هذا التردد في هذه الحالة هو  $600Hz$   
و هو يساوي التردد الخاص لثنائي القطب « RLC » المدروس .

## 2-3) حدة الرنين .

• الرنين " الضبابي " و الرنين " الحاد " .

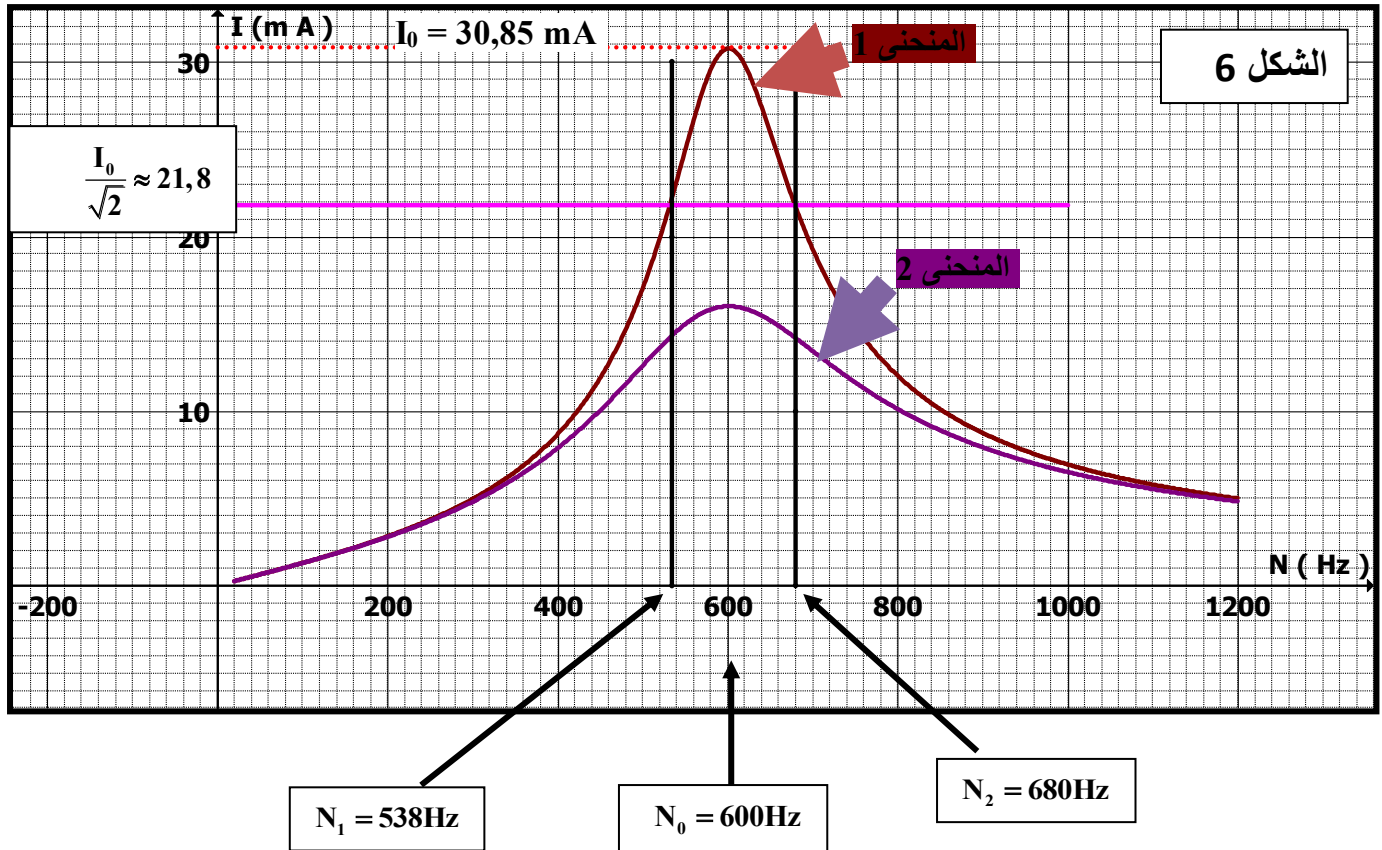
تحت توتر فعال  $U = 2V$  ، نخط منحنى آخر للرنين ، باستعمال مقاومة مكافئة أكبر ، مثلا  $R + r = 110 + 15 = 125\Omega$  ( الشكل 6 ) .  
نلاحظ أن تردد الرنين هو نفسه في الحالتين :

تردد الرنين لا يتعلق بمقاومة ثنائي القطب « RLC »

بينما القيمة القصوىة  $I_0'$  للشدة الفعالة  $I'$  في الحالة الثانية أصغر من  $I_0$  :

شدة التيار الفعالة عند الرنين تتناقص كلما تزايدت مقاومة ثنائي القطب « RLC »

نلاحظ كذلك أن قمة المنحنى  $I = f(N)$  تكون بارزة في الحالة الأولى ( المنحنى 1 ) : نقول أن الرنين حاد بينما في الحالة الثانية ( المنحنى 2 ) فالقمة تقريبا منبسطة : نقول أن الرنين ضبابي



• المنطقة الممررة ذات « 3dB » .

التعريف :

المنطقة الممررة ذات « 3dB » لدارة RLC هي مجال الترددات  $[N_1; N_2]$  للمولد ( المثير ) حيث تكون الشدة الفعالة  $I$  للتيار المار بثنائي القطب RLC ( الرنان ) أكبر أو تساوي :

$$\frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

مع  $I_0$  الشدة الفعالة للتيار عند الرنين

• تحديد عرض المنطقة الممررة مبيانيا .

القيمة القصوى للقيمة الفعالة  $I_0 = 30.85 \text{ mA}$  و بذلك فإن  $\frac{I_0}{\sqrt{2}} = 21.8 \text{ mA}$

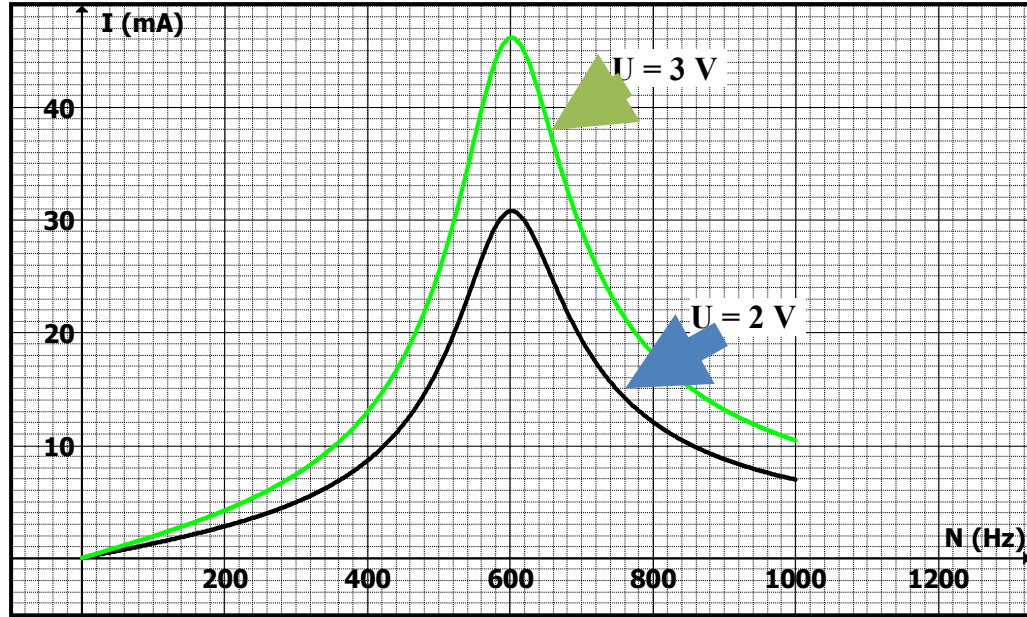
المستقيم الأفقي  $I = 21.8 \text{ mA}$  يقطع منحنى الرنين عند نقطتين يوافقهما الترددان :  $N_1 = 538 \text{ Hz}$  و  $N_2 = 680 \text{ Hz}$  عرض المنطقة الممررة هو :  $\Delta N = N_2 - N_1 = 680 - 538 = 143 \text{ Hz}$

• عرض المنطقة الممررة و المقاومة الكلية للدارة .

في الحالة الأولى المقاومة الكلية تساوي  $65 \Omega$  و عرض المنطقة الممررة هو  $\Delta N = 145 \text{ Hz}$  في الحالة الثانية المقاومة الكلية تساوي  $125 \Omega$  و عرض المنطقة الممررة هو  $\Delta N' = 760 - 475 = 285 \text{ Hz}$

عرض المنطقة الممررة يزداد مع تزايد مقاومة الدارة عندما تكون المقاومة صغيرة يكون الرنين حادا و يكون  $\Delta N$  ضعيفا و بالتالي تكون الدارة انتقائية

- عرض المنطقة الممررة و القيمة الفعالة للتوتر المطبق .  
نعيد تجربة الحالة الأولى ( $R + r = 65\Omega$ ) مع تطبيق توتر قيمته الفعالة  $U = 3,0V$  ( عوض  $2,0V$  ) ، فنحصل على المبيان التالي :



ننجز بنفس الطريقة السابقة تحديدا لعرض المنطقة الممررة في هذه الحالة الجديدة ( $U = 3V$ ) فنجد نفس العرض في الحالة الأولى ( $U = 2V$ ) .

لا يتعلق عرض المنطقة الممررة بالقيمة الفعالة  
للتوتر المطبق على ثنائي القطب RLC

- معامل الجودة .

معامل الجودة  $Q$  لثنائي قطب RLC هو خارج قسمة  
التردد عند الرنين  $N_0$  على عرض منطقتيه الممررة  $\Delta N$  :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

$$Q = \frac{600}{143} = 4,2 : (R + r = 65\Omega) \text{ مثلا في الحالة الأولى}$$

$$Q' = \frac{N'_0}{\Delta N'} = \frac{600}{285} = 2,1 : (R + r = 110 + 15 = 125\Omega) \text{ و في الحالة الثانية}$$

نلاحظ أن معامل الجودة  $Q$  يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة  
و يعبر عنه بدون وحدة ، كما أن  $Q$  يصغر كلما كبرت قيمة مقاومه الدارة .  
حيث يميز معامل الجودة حدة الرنين

## 2- 4 ) فوق التوتر عند الرنين .

### • تجربة .

نعود إلى تجربة الشكل 1 حيث  $R_t = R + r = 65\Omega$  و  $U = 2,0V$  .

نقيس التوترات الفعالة على التوالي بين مربطي المقاومة الكلية  $R_t$  ، بين مربطي الوشيعية و بين مربطي المكثف . فنجد :

- بين مربطي المقاومة الكلية :  $U_{Rt} = 2,0V$

- بين مربطي الوشيعية :  $U_L = 8,4V$

- بين مربطي المكثف :  $U_C = 8,4V$

### • استنتاج .

- من الواضح أن :  $U \neq U_{Rt} + U_L + U_C$

القيم الفعالة للتوترات لا تحقق قانون إضافية التوترات

- التوترين الفعالين  $U_L$  و  $U_C$  أكبر من التوتر الفعال  $U$  الموجود بين مربطي ثنائي القطب « RLC » . إنها ظاهرة فوق التوتر :

عند الرنين ، التوتر الفعال بين مربطي المكثف أو بين مربطي الوشيعية أكبر من التوتر الفعال المطبقة من طرف المولد

- نلاحظ أن الحاصل  $\frac{U_L}{U}$  و  $\frac{U_C}{U}$  يساوي 4,2 و هي قيمة معامل الجودة في هذه الحالة . نعتبر أن هذ الملاحظة عامة :

عند الرنين ، التوتر الفعال بين مربطي المكثف يساوي  
جداء معامل الجودة والتوتر الفعال المطبق على ثنائي القطب RLC  
 $U_C = Q.U$

التوتر الفعال بين مربطي الوشيعية له نفس رتبة القدر ، إذا كانت  
مقاومة الوشيعية مهملة .

## 3 ) ممانعة الدارة .

### 3- 1 ) إبراز التجريبي .

- ننجز التركيب التجريبي الممثل جانبه ، يسمح الأمبيرمتر بقياس الشدة الفعالة  $I$  للتيار الذي يمر في ثنائي القطب RLC . و يعطي الفولطمتر التوتر الفعال  $U$  للتوتر المطبق بين مربطي ثنائي القطب RLC .

- نضبط المولد على تردد معين مثلا  $N_1 = 400Hz$  ، و بتغيير التوتر الفعال  $U$  ، نحصل على جدول القياسات أسفله .

نمثل  $U$  بدلالة  $I$  فنحصل على خط مستقيم ( الشكل 7 ، المنحنى 1 ) يمر من أصل المعلم معادلته هي :

$$U = Z.I$$

حيث تمثل الثابتة  $Z$  المعامل الموجه للمستقيم ، و تسمى ممانعة الدارة ،

يعبر عن  $Z$  بالأوم ( $\Omega$ ) .

\* ملحوظة : يمكن تعيين الممانعة  $Z$  بطريقة سريعة ، و ذلك باستعمال راسم التذبذب ، الذي يسمح بقياس المقدارين القصويين

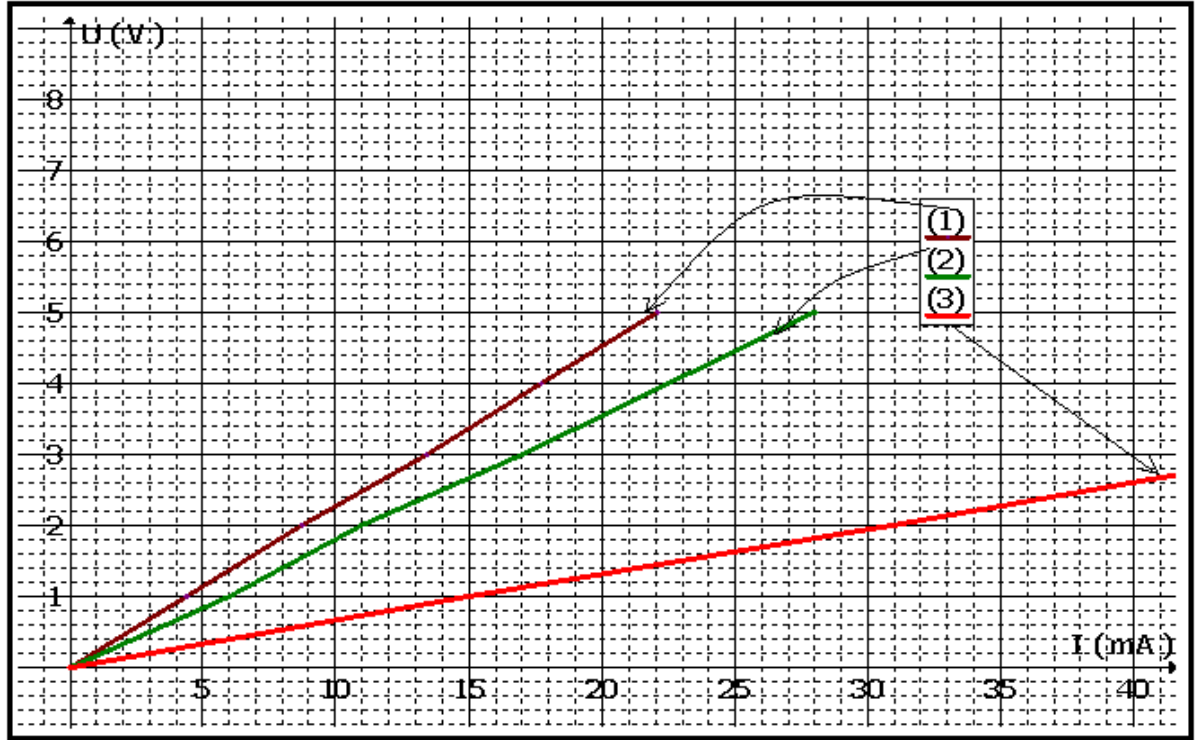
$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad \text{فحصل على :}$$

|      |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|------|-------|
| 5,0  | 4,0  | 3,0  | 2,0  | 1,0  | U(V)  |
| 22,1 | 17,7 | 13,4 | 8,75 | 4,41 | I(mA) |



$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad \text{و} \quad Z = \frac{U}{I}$$

2-3 ( تغيرات الممانعة بدلالة التردد .  
نعيد التجربة السابقة ( الفقرة 3 - 1 ) مع تغيير التردد ، حيث نضبط التردد عند القيمة  $N_0 = 600\text{Hz}$  ( التردد الخاص )  
فنحصل على المنحنى 3 ( الشكل 7 ) ، و نضبطه عند القيمة  $N_2 = 800\text{Hz}$  فنحصل على المنحنى 2 ( الشكل 7 ) .



الشكل 7

نحسب الممانعة في كل حالة فنجد :

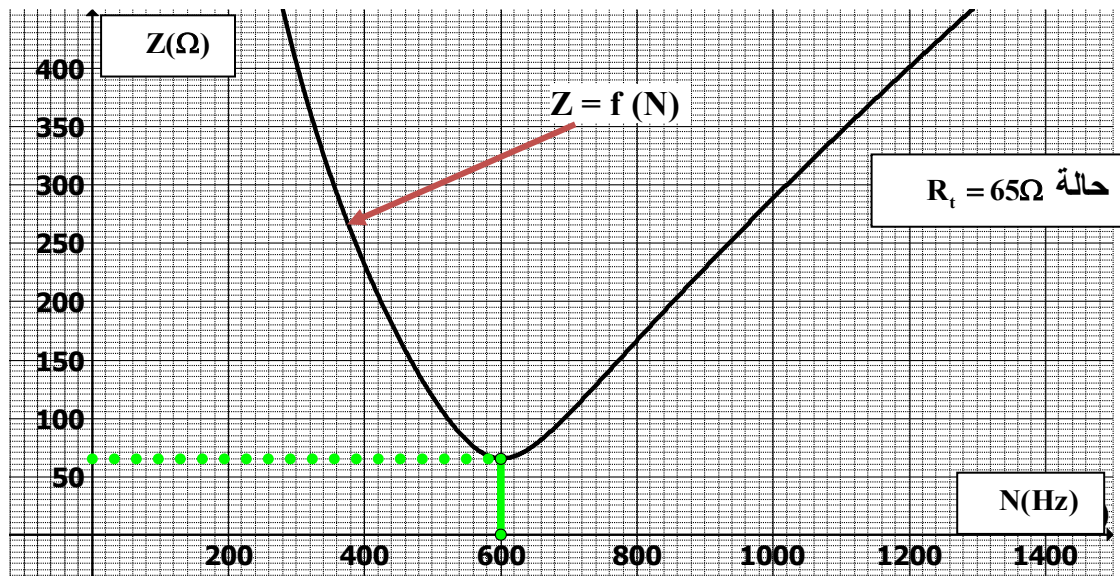
- بالنسبة لـ  $N_1$  :  $Z_1 = 225\Omega$
- بالنسبة لـ  $N_0$  ( الرنين ) :  $Z_0 = 65\Omega$
- بالنسبة لـ  $N_2$  :  $Z_2 = 175\Omega$

نلاحظ أن الممانعتين  $Z_1$  و  $Z_2$  أكبر من الممانعة

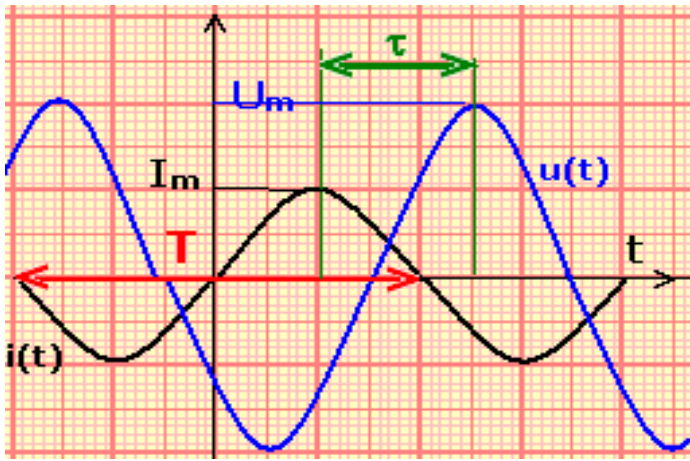
$Z_0$  عند الرنين

بصفة عامة تأخذ الممانعة قيمتها الدنيا والتي تساوي  
قيمة المقاومة الكلية للدائرة عند الرنين

$$Z_0 = R_t$$







#### 4 ) كيفية تحديد فرق الطور بين مقدارين جيبين ؟

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبين :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \text{ و } i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

نسمي طور الدالة  $u(t)$  بالنسبة للدالة  $i(t)$  :  $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$

وطور الدالة  $i(t)$  بالنسبة للدالة  $u(t)$  :  $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$

$\varphi_{u/i}$  و  $\varphi_{i/u}$  تقيس تقدم وتأخر طور الدالة  $u(t)$  بالنسبة  $i(t)$  ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i} > 0$  نقول أن  $u(t)$  متقدمة في الطور على  $i(t)$

$\varphi_{u/i} < 0$  نقول أن  $u(t)$  متأخرة في الطور على  $i(t)$

$$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2} \text{ نقول أن } u(t) \text{ و } i(t) \text{ على تربيع في الطور . ونفس الشيء بالنسبة } \varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}$$

$\varphi_{u/i} = \pi$  نقول أن  $u(t)$  و  $i(t)$  على تعاكس في الطور .

كيف نحدد قيمة  $\varphi$  ؟

لتبسيط الدراسة نختار  $\varphi_i = 0$  أي أن  $\varphi = \varphi_u$  فتصبح العلاقة  $i(t) = I_m \cos \omega t$  و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow u(t) = U_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{\varphi}{\omega}\right)\right) = U_m \cos(\omega(t + \tau))$$

يوافق الطور  $\varphi = \varphi_u$  للتوتر  $u(t)$  بالنسبة للتيار  $i(t)$  ، المدة الزمنية  $\tau$  . حيث  $\tau = \frac{\varphi}{\omega}$

يسمى  $\tau$  الفرق الزمني بين منحنى  $u(t)$  و  $i(t)$  .

يمكن قياس  $\tau$  على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور  $\varphi$  .

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} \cdot \tau$$

أمثلة :

التوتر  $u_c(t)$  بين مربطي مكثف عندما يمر فيه تيار كهربائي

متناوب جيبى  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$  :

$$u_c(t) = \frac{1}{C} q(t) = \frac{I_0 \sqrt{2}}{C} \int_0^t \cos(\omega t) dt = \frac{I_0 \sqrt{2}}{C\omega} \sin(\omega t)$$

$$u_c(t) = U_c \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$U_c$  التوتر الفعال بين مربطي المكثف قيمته  $U_c = \frac{I_0}{C\omega}$  وأن

$u_c(t)$  متأخرة في الطور على  $i(t)$  ب  $\frac{\pi}{2}$

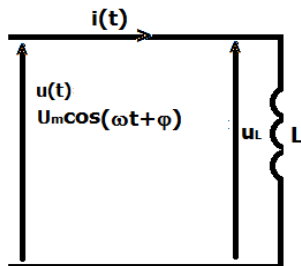
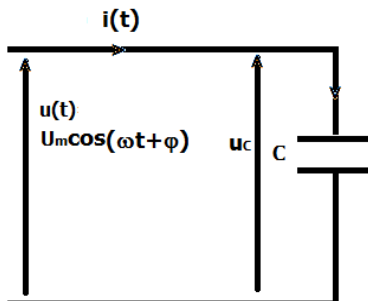
التوتر  $u_L(t)$  بين مربطي وشيعة خالصة ( مقاومتها مهملة )

عندما يمر فيها تيار كهربائي متناوب جيبى  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$  :

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = -L\omega \sin(\omega t) = L\omega \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_L(t) = U_L \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$U_L$  التوتر الفعال بين مربطي الوشيعة قيمته  $U_L = L\omega I_0$  وأن  $u_L(t)$  متقدمة في الطور على  $i(t)$  ب  $\frac{\pi}{2}$



## 5 ( القدرة الكهربائية .

القدرة الكهربائية اللحظية ، المستهلكة من قبل ثنائي قطب ، يمر فيه تيار شدته  $i(t)$  ويوجد بين مربطيه التوتر  $u(t)$  هي :

$$p(t) = u(t).i(t)$$

في النظام المتناوب الجيبي نبين أن :  $p(t) = UI[\cos \varphi + \cos(2\omega + \varphi)]$  . نلاحظ أن  $p(t)$  دالة جيبيية نبضها  $2\omega$  (  $\omega$  يمثل نبض التيار أو التوتر ) . هذه القدرة اللحظية لا تمكّن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة . لذا يجب تعريف القدرة المكتسبة خلال دور والتي نسميها بالقدرة المتوسطة :

في حالة النظام الجيبي القسري ، القدرة المستهلكة خلال دور هي :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).i(t)dt$$

$$P = U_{\text{eff}}.I_{\text{eff}} \cos \varphi$$

حيث :

$U_{\text{eff}}$  التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب

$I_{\text{eff}}$  الشدة الفعالة للتيار المار في ثنائي القطب

$\cos \varphi$  معامل ، يسمى معامل القدرة ، حيث  $\varphi$  طور  $u(t)$  بالنسبة ل  $i(t)$  له التعبير :  $\cos \varphi = \frac{(R+r)}{Z}$

يمكن استنتاج تعبير آخر للقدرة المتوسطة :  $P = U_{\text{eff}}.I_{\text{eff}} \cos \varphi = Z.I.I. \frac{R+r}{Z} = (R+r)I^2$

في الدارة RLC المتوالية تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة فقط ، بمفعول جول .