

تصحيح الامتحان الموحد الوطني للباكالوريا لمادة الفيزياء والكيمياء
الدورة الإستدراكية 2017

الشعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

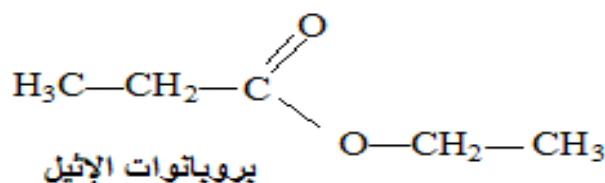
الكيمياء (7 نقط)

الجزء الأول : دراسة حلمأة إستر و دراسة محلول مائي لحمض البروبانويك

1- دراسة حلمأة إستر :

-1-1

1-1-1 كتابة الصيغة نصف منشورة للإستر وإعطاء اسمه :



1-1-2 تحديد كتلة الحمض الناتج عند التوازن :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل	$\text{C}_2\text{H}_5\text{COOC}_2\text{H}_5 + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COH}$			
الحالة البدئية	n_1	n_2	0	0
الحالة النهائية	$n_1 - x_{eq}$	$n_2 - x_{eq}$	x_{eq}	x_{eq}

تعبير ثابتة التفاعل :

$$K = \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{eq} \cdot [\text{C}_2\text{H}_5\text{COH}]_{eq}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOC}_2\text{H}_5]_{eq} \cdot [\text{H}_2\text{O}]_{eq}} = \frac{x_{eq}^2}{(n_1 - x_{eq})^2} = \left(\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}} \right)^2$$

$$\frac{x_{eq}}{n_1 - x_{eq}} = \sqrt{K} \Rightarrow x_{eq} = \sqrt{K}(n_1 - x_{eq}) \Rightarrow x_{eq} = \frac{n_1 \cdot \sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}}$$

$$n_f(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) = x_{eq} = \frac{m_{acide}}{M(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH})} \Rightarrow m_{acide} = n_f(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) \cdot M(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH})$$

$$m_{acide} = \frac{n_1 \cdot \sqrt{K}}{1 + \sqrt{K}} \cdot M(\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH})$$

$$m_{acide} = \frac{0,1 \times \sqrt{0,25}}{1 + \sqrt{0,25}} \times 74 \simeq 2,47 \text{ g}$$

ت.ع :

1-2- الحلمأة القاعدية للإستر

1-2-1 المعادلة المنمذجة للتفاعل :



2-2-1- مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{eq} = n_{exp}(alcohol) = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)}$$

$$x_{max} = n_0(ester) = \frac{m_0}{M(C_2H_5COOC_2H_5)}$$

$$r = \frac{n_{exp}(alcohol)}{n_0(ester)} = \frac{m_{exp}}{M(C_2H_5OH)} \cdot \frac{M(C_2H_5COOC_2H_5)}{m_0}$$

$$r = \frac{4,2}{46} \times \frac{102}{10,2} = 0,913 \Rightarrow r \simeq 91 \%$$

2- دراسة محلول مائي لحمض البروبانويك :

2-1-

2-1-1- معادلة تفاعل حمض البروبانويك والماء :



2-1-2- تعبير pH بدلالة pK_A و $[C_2H_5COOH]$ و $[C_2H_5COO^-]$:

$$pH = pK_A + \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$$

2-1-3- إثبات العلاقة $\tau = \frac{1}{1+10^{pK_A-pH}}$:

$$\tau = \frac{x_{eq}}{x_{max}}$$

$$x_{max} = C \cdot V \quad \text{و} \quad [H_3O^+] = [C_2H_5COO^-] = \frac{x_{eq}}{V}$$

$$[C_2H_5COOH] = \frac{C \cdot V - x_{eq}}{V} = C - \frac{x_{eq}}{V} = C - [C_2H_5COO^-]$$

$$C = [C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]$$

$$\tau = \frac{V \cdot [C_2H_5COO^-]}{C \cdot V} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C} = \frac{[C_2H_5COO^-]}{C[C_2H_5COOH] + [C_2H_5COO^-]} = \frac{1}{1 + \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]}}$$

$$pH = pK_A + \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} \Rightarrow \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = pH - pK_A$$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = 10^{pH-pK_A} \Rightarrow \frac{[C_2H_5COOH]}{[C_2H_5COO^-]} = 10^{pK_A-pH}$$

نستنتج العلاقة :

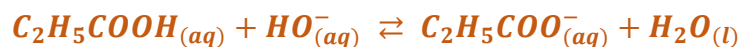
$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{pK_A-pH}}$$

حساب τ :

$$\tau = \frac{1}{1 + 10^{4,9-2,9}} = 9,9.10^{-3} \Rightarrow \tau \approx 1 \%$$

-2-2

-2-2-1 معادلة تفاعل المعايرة :



-2-2-2 تعبير الخارج $\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ بدلالة V_B و V_{BE} :

معادلة التفاعل	$C_2H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftharpoons C_2H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
الحالة البدئية	$C_A \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	بوفرة
عند التوازن	$C_A \cdot V_A - x_E$	$C_B \cdot V_B - x_E$	x_E	بوفرة

لدينا :

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{\frac{x_E}{V}}{\frac{C_A \cdot V_A - x_E}{V}} = \frac{x_E}{C_A \cdot V_A - x_E}$$

المتفاعل المحد هو HO^- (قبل التكافؤ $V_B < V_{BE}$) و التقدم الأقصى هو : $x_E = x_{max} = C_B \cdot V_B$

حسب علاقة التكافؤ : $C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$

$$\frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]} = \frac{C_B \cdot V_B}{C_B \cdot V_{BE} - C_B \cdot V_B} = \frac{V_B}{V_{BE} - V_B}$$

-2-2-3 التحقق من قيمة pK_A :

العلاقة : $pH = pK_A + \log \frac{[C_2H_5COO^-]}{[C_2H_5COOH]}$ تكتب :

$$pH = pK_A + \log \left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \right)$$

تكون $pH = pK_A$ عندما يكون : $\log \left(\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \right) = 0$

مبانيا (أنظر الشكل) نجد : $pK_A = 4,9$

الجزء الثاني : دراسة العمود كادميوم - فضة

1- اختيار الجواب الصحيح :

ب- القطب الموجب للعمود هو إلكترود الفضة.

التعليل :

حساب خارج التفاعل للمعادلة : $2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \xrightleftharpoons[\tau]{(l)} 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$ عند الحالة البدئية :

$$Q_{r,i} = \frac{[Cd^{2+}]_i}{[Ag^+]_i^2} = \frac{0,20}{0,40^2} = 1,25 < K = 5.10^{40}$$

تتطور المجموعة الكيميائية تلقائيا في المنحى المباشر أي منحى اختزال Ag^+ ومنه فإن القطب الموجب (الكاثود) للعمود هو إلكترود الفضة.

2-1- التعبير عن خارج التفاعل Q_r بدلالة x :

الجدول الوصفي :

كميات مادة e^- المنتقلة	$2Ag^+_{(aq)} + Cd_{(s)} \rightleftharpoons 2Ag_{(s)} + Cd^{2+}_{(aq)}$				معادلة التفاعل
$n(e^-) = 0$	$C_2 \cdot V$	بوفرة	$n_i(Cd)$	$C_1 \cdot V$	الحالة البدئية
$n(e^-) = 2x$	$C_2 \cdot V + x$	بوفرة	$n_i(Cd) - x$	$C_1 \cdot V - 2x$	بعد تمام المدة t
$n(e^-) = 2x_{max}$	$C_2 \cdot V + x_{max}$	بوفرة	$n_i(Cd) - x_{max}$	$C_1 \cdot V - 2x_{max}$	عند استهلاك العمود

$$Q_r = \frac{[Cd^{2+}]_t}{[Ag^+]_t^2} = \frac{\frac{C_2 \cdot V + x}{V}}{\left(\frac{C_1 \cdot V - 2x}{V}\right)^2} = \frac{(C_2 \cdot V + x) \cdot V}{(C_1 \cdot V - 2x)^2} = \frac{0,20 \times 0,25^2 + 0,25x}{(0,4 \times 0,25 - 2x)^2} = \frac{1,25 \cdot 10^{-2} + 0,25x}{(0,1 - 2x)^2}$$

2-2- حساب Q_r عند $t = 10\text{ h}$:

لنحدد x خارج التفاعل عند اللحظة t :

$$\begin{cases} n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I \cdot t}{F} \\ n(e^-) = 2x \end{cases} \Rightarrow 2x = \frac{I \cdot t}{F} \Rightarrow x = \frac{I \cdot t}{2F} = \frac{0,215 \times 10 \times 3600}{2 \times 9,65 \times 10^4} = 0,040\text{ mol}$$

حساب Q_r :

$$Q_r = \frac{1,25 \cdot 10^{-2} + 0,25x}{(0,1 - 2x)^2} = \frac{1,25 \cdot 10^{-2} + 0,25 \times 0,04}{(0,1 - 2 \times 0,04)^2}$$

$$Q_r = 56,25$$

2-3- حساب $|\Delta m|$ تغير كتلة إلكترون الكاديوم عندما يستهلك العمود كليا :

$$|\Delta n(Cd)| = x_{max} = \frac{|\Delta m|}{M(Cd)}$$

$$|\Delta m| = x_{max} \cdot M(Cd)$$

حساب x_{max} المتفاعل المحد هو Ag^+ ومنه : $C_1 \cdot V - 2x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = \frac{C_1 \cdot V}{2}$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2} C_1 \cdot V \cdot M(Cd)$$

$$|\Delta m| = \frac{1}{2} \times 0,40 \times 0,25 \times 112,4 = 5,62\text{ g}$$

الفيزياء (13 نقطة)

التحولات النووية (2,25 نقطة) : دراسة نشاط عينة مشعة

1- اختيار الجواب الصحيح :

ج- حسب منحنى أسطون ، بالنسبة للنوى الثقيلة ، تتناقص درجة الاستقرار مع تزايد ثقل النوى.

2- تعريف النشاط الاشعاعي من طراز B^- :

هو تفتت طبيعي وتلقائي تتحول خلاله النواة الأصلية ${}^4_2X$ إلى نواة متولدة ${}^4_{2+1}Y$ مع انبعاث إلكترون ${}^0_{-1}e$ معادلة التفتت :

$${}^4_2X \rightarrow {}^4_{2+1}Y + {}^0_{-1}e$$

3- الطاقة المحررة $|\Delta E|$ عند تفتت نوية ${}^{60}_{27}Co$:

معادلة التفتت نوية ${}^{60}_{27}Co$:



$$\Delta E = (m({}^{60}_{28}X) + m({}^0_{-1}e) - m({}^{60}_{27}Co)).c^2$$

تحديد $m({}^{60}_{28}X)$:

$$E_\ell({}^{60}_{28}X) = [28 m({}^1_1p) + (60 - 28)m({}^1_0n) - m({}^{60}_{28}X)].c^2$$

$$m({}^{60}_{28}X) = 28 m({}^1_1p) + (60 - 28)m({}^1_0n) - E_\ell({}^{60}_{28}X).c^{-2}$$

نعوض في تعبير ΔE :

$$\Delta E = (28 m({}^1_1p) + (60 - 28)m({}^1_0n) - E_\ell({}^{60}_{28}X).c^{-2} + m({}^0_{-1}e) - m({}^{60}_{27}Co)).c^2$$

ت.ع :

$$\Delta E = \left(28 \times 1,00728 + 32 \times 1,00866 - \frac{588,387}{931,5} + 5,486.10^{-4} - 59,8523 \right) \times 931,5 MeV.c^{-2}.c^2$$

$$|\Delta E| \simeq 2,28 MeV$$

4- إثبات العلاقة $t_1 = \tau \ln \left(\frac{N_A \cdot m_0}{\tau \cdot M \cdot a_1} \right)$:

$$a_1 = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} = a_0 \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

لدينا :

$$\frac{a_1}{a_0} = e^{-\frac{t_1}{\tau}} \Rightarrow t_1 = -\tau \cdot \ln \left(\frac{a_1}{a_0} \right)$$

$$\frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{M} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0}{M} \cdot N_A \quad \text{و} \quad \lambda = \frac{1}{\tau}$$

مع :

$$a_0 = \lambda \cdot N_0 = \frac{m_0 \cdot N_A}{\tau \cdot M}$$

$$t_1 = -\tau \cdot \ln \left(\frac{a_1}{a_0} \right) \quad t_1 = \tau \cdot \ln \left(\frac{a_0}{a_1} \right)$$

$$t_1 = \tau \cdot \ln \left(\frac{m_0 \cdot N_A}{\tau \cdot M \cdot a_1} \right)$$

حساب t_1 :

$$t_1 = \frac{2,8 \cdot 10^3}{365,25} \times \ln \left(\frac{50 \times 10^{-3} \times 6,02 \cdot 10^{23}}{2,8 \cdot 10^3 \times 24 \times 3600 \times 60 \times 5,18 \cdot 10^{11}} \right) = 10,63 \text{ ans}$$

$$t_1 \simeq 10,63 \text{ ans}$$

الكهرباء (5,25 نقطة)

I- شحن مكثف و تفريغه

1- شحن المكثف

1-1 إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_R + u_C = E$$

$$R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot q = E$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

$$R \cdot C \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

1-2- تحديد المقاومة R للموصل الأومي :

حسب تعبير ثابتة الزمن : $\tau = R \cdot C$ مع : $\tau = 1 \text{ ms}$

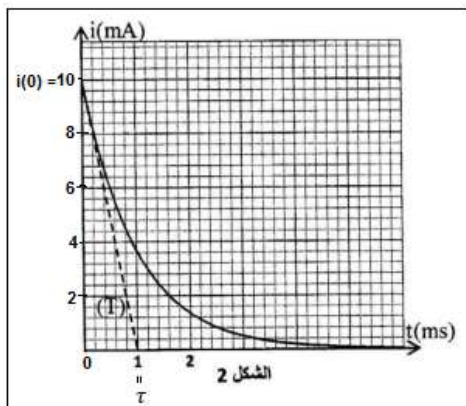
$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^{-6}} = 400 \Omega$$

1-3- تحديد U_0 :

عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا نجد : $i(0) = 10 \text{ mA}$

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$i(0) = \frac{E - U_0}{R} \Rightarrow U_0 = E - R \cdot i(0)$$



$$U_0 = 8 - 400 \times 10 \times 10^{-3} = 4 \text{ V}$$

1-4- تعبير الطاقة الكهربائية E_{el} المكتسبة من طرف المكثف خلال مدة النظام الانتقالي :

$$E_{el} = E_e(t \rightarrow \infty) - E_e(0) = \frac{1}{2} C E^2 - \frac{1}{2} C \cdot U_0^2$$

$$E_{el} = \frac{1}{2} C (E^2 - U_0^2)$$

$$E_{el} = \frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^{-6} \times (8^2 - 4^2) = 6 \cdot 10^{-5} \text{ J} \quad \text{ت.ع. :}$$

2- التذبذبات الحرة في الدارة RLC :

2-1- إثبات تعبير الطاقة المغنطيسية $E_m(t)$ بدلالة L و $i(t)$:

القدرة الكهربائية الممنوحة للوشية $P = U_L \cdot i$ مع : $u_L = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$

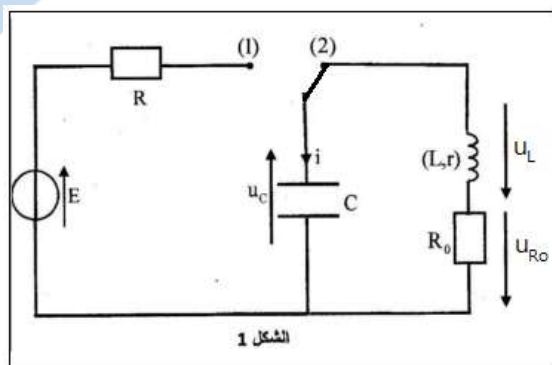
$$P = r \cdot i^2 + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} = r \cdot i^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \cdot i^2 \right)$$

القدرة الكهربائية هي مجموع قدرتين : قدرة مبددة بمفعول جول في الوشية $P_{th} = r \cdot i^2$

القدرة المخزونة في الوشية : $P_m = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \cdot i^2 \right) = \frac{dE_m}{dt}$

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t) + Cte$$

عند $t = 0$ لدينا $i(0) = 0$ و $E_m(0) = 0$ نستنتج ان $Cte = 0$



نستنتج الطاقة المخزونة في الوشعة هي : $E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2(t)$

2-2- تعبير $\frac{dE_t}{dt}$ بدلالة r و R_0 و $i(t)$:

لدينا : $E_t = E_e + E_m$

$$E_t = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

و بالاشتقاق نجد :

$$\frac{dE_t}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = i \cdot \left(\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} \right)$$

المعادلة التفاضلية :

$$u_L + u_{R_0} + u_C = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R_0 \cdot i + u_C = 0 \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot (R_0 + r) + \frac{q}{C} = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -i \cdot (R_0 + r)$$

$$\frac{dE_t}{dt} = -(R_0 + r) \cdot i^2$$

2-3- تحديد الطاقة المبددة :

$$|\Delta E_t| = E_t(0) - E_t(t_1) = \frac{1}{2} C E^2 - \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_1) - \frac{1}{2} L \cdot i^2(t_1)$$

عند اللحظة t_1 يأخذ التوتر بين مربطي الموصل الأومي قيمة قصوى أي ان شدة التيار تكون قصوى ومنه $\frac{di}{dt} = 0$ نكتب :

$$i_1 = \frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0} \text{ أي } u_{R_0}(t_1) = R_0 \cdot i_1$$

المعادلة التفاضلية :

$$\Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + i_1 \cdot (R_0 + r) + u_C(t_1) = 0 \Rightarrow u_C(t_1) = -i_1 \cdot (R_0 + r) = -\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0} \cdot (R_0 + r)$$

نعوض في تعبير $|\Delta E_t|$ نجد :

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2} C E^2 - \frac{1}{2} C \cdot \left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0} \cdot (R_0 + r) \right)^2 - \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{u_{R_0}(t_1)}{R_0} \right)^2$$

$$|\Delta E_t| = \frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^{-6} \times 8^2 - \frac{1}{2} \times 2,5 \times 10^{-6} \times \left(\frac{0,44}{30} \times (30 + 7) \right)^2 - \frac{1}{2} \times 0,5 \times \left(\frac{0,44}{30} \right)^2$$

$$|\Delta E_t| = 2,58 \times 10^{-5} J$$

II- التذبذبات القسرية في الدارة (RLC)

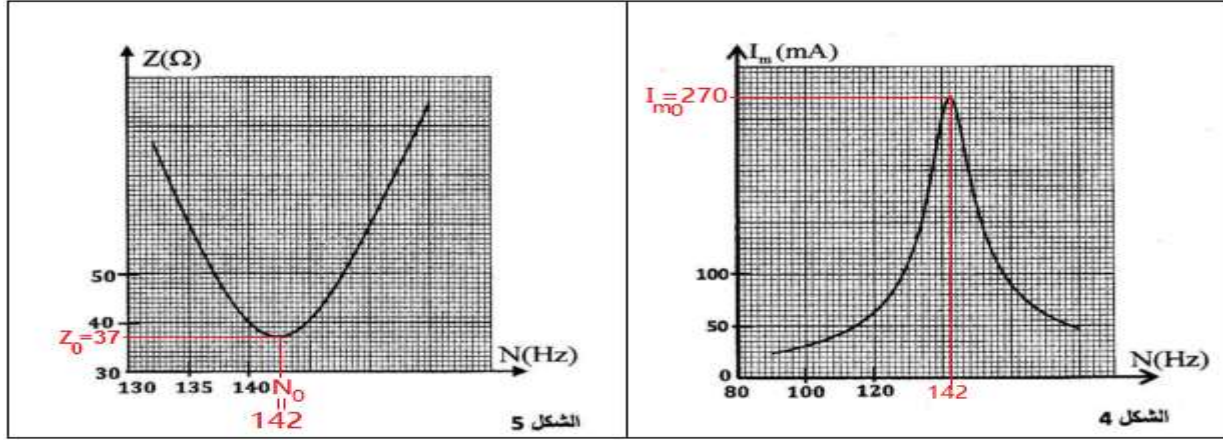
1- أختيار الجواب الصحيح

د- تعبير معامل الجودة هو $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$

2- تحديد قيمة كل من U_m و L_0 و r_0 :

عند الرنين يكون : $U_{m_0} = Z_0 \cdot I_{m_0}$

مبيانيا نجد : $Z_0 = 37\Omega$ و $I_{m0} = 270mA$



ت.ع : $U_m = 37 \times 0,270 = 9,99 \approx 10 \Omega$

تحديد L_0 :

عند الرنين يكون التردد N_R الذي يفرضه المولد مساويا للتردد الخاص N_0 للدارة RLC :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 \cdot C}} \text{ مع } N_R = N_0$$

$$L_0 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot N_0^2 \cdot C} \iff N_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 \cdot L_0 \cdot C}$$

$$L_0 = \frac{1}{4\pi^2 \times 142^2 \times 2,5 \times 10^{-6}} = 0,5\Omega$$

ت.ع :

-تحديد r_0 :

ممانعة الدارة عند الرنين تساوي مقاومة الدارة : $Z_0 = R_0 + r_0$ أي : $r_0 = Z_0 - R_0$

$$r_0 = 37 - 7 = 7 \Omega$$

ت.ع :

3- قيمة القدرة الكهربائية المستهلكة عند الرنين :

$$P = U \cdot I \cdot \underbrace{\cos\varphi}_{=1} = \frac{U_m \cdot I_m}{2}$$

$$P = \frac{10 \times 0,27}{2} = 1,35 W$$

ت.ع :

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة المتذبذب (جسم صلب- نابض)

1- دراسة حركة المتذبذب الميكانيكي في وضعية أفقية

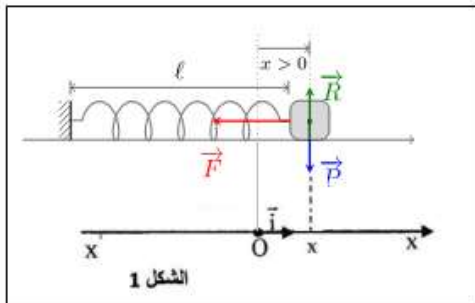
1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول $x(t)$:

المجموعة المدروسة : {الجسم (S)}

جرد القوى : وزن الجسم : $\vec{P}$

تأثير النابض : $\vec{T}$

تأثير المستوى الأفقي : $\vec{R}$



نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Ox :

$$P_x + T_x + R_x = m \cdot a_x$$

$$-kx = ma_x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) + \frac{k}{m} \cdot x(t) = 0$$

1-2- تحديد قيمة كل من x_m و φ :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $x(t) = X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) \Rightarrow a_x(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t)$$

عند اللحظة $t = 0$:

$$a_x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos(\varphi)$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = -A_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$$

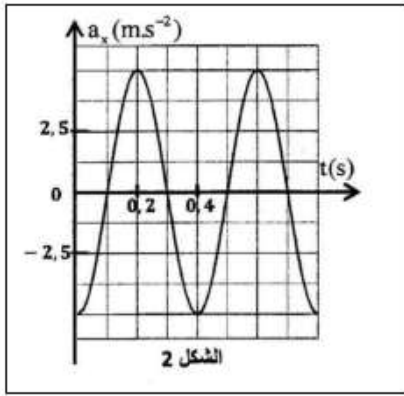
$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos(\varphi) = -A_m \cdot \cos(\varphi)$$

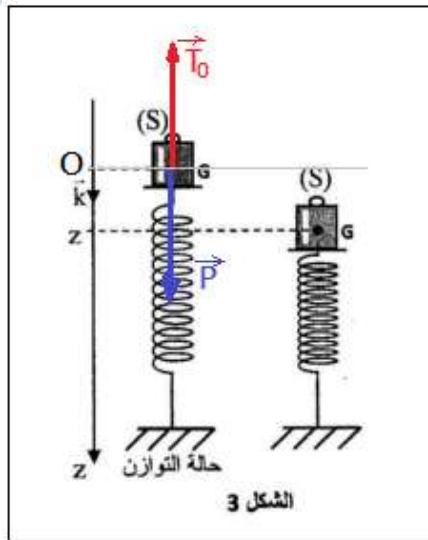
$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m = A_m \Rightarrow X_m = \frac{A_m}{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2} = \frac{5}{\left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2} = 0,02 \text{ m} \Rightarrow X_m = 2 \text{ cm}$$

- تحديد φ :

$$a_x(0) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cdot \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{a_x(0)}{-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m} = \frac{-5}{\left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2 \times 0,02} = 1,01 \approx 0$$

$$\varphi = 0$$





2- دراسة حركة المتذبذب في وضعية رأسية :

2-1- تحديد هند التوازن ، الإطالة $\Delta\ell_0$ بدلالة m و K و g :

المجموعة المدروسة : (الجسم (S))

جرد القوى :

وزن الجسم $\vec{P}$ حيث : $\vec{P} = m \cdot \vec{g} = m \cdot g \cdot \vec{k}$

تأثير النابض $\vec{T}_0$ حيث : $\vec{T}_0 = -K \cdot |\Delta\ell_0| \cdot \vec{k}$

بما ان $\Delta\ell_0 < 0$ النابض مقلص فإن $\vec{T}_0 = K \cdot \Delta\ell_0 \cdot \vec{k}$

نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oz :

$$m \cdot g + K \cdot \Delta\ell_0 = 0$$

$$\Delta\ell_0 = -\frac{m \cdot g}{K}$$

2-2- إثبات تعبير طاقة الوضع الكلية E_p :

نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة O مرجعا لطاقة الوضع الثقالية ($E_{pp} = 0$ عند $z = 0$)

$$E_{pp} = -m \cdot g \cdot z + Cte \quad \text{لدينا : } Cte = 0$$

نختار الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة ($E_{pe} = 0$) :

$$E_{pe} = \frac{1}{2} K \cdot a^2 + C'te \quad \text{حيث } a = z + \Delta\ell_0 \text{ إطالة النابض أي :}$$

$$\text{لدينا : } 0 = \frac{1}{2} K \cdot 0^2 + C'te \quad \text{أي : } C'te = 0$$

طاقة الوضع الكلية E_p يكتب :

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} = -m \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} K \cdot (z - \Delta\ell_0)^2 = -m \cdot g \cdot z + \frac{1}{2} K \cdot z^2 - K \cdot z \cdot \Delta\ell_0 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2$$

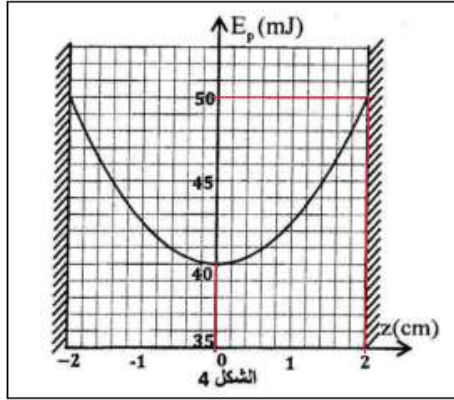
لدينا :

$$m \cdot g = -K \cdot \Delta\ell_0 = 0$$

$$E_p = K \cdot \Delta\ell_0 \cdot z + \frac{1}{2} K \cdot z^2 - K \cdot z \cdot \Delta\ell_0 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} K \cdot z^2 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2$$

$$\text{نضع : } A = \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2 \quad \text{و} \quad B = \frac{1}{2} K \cdot \Delta\ell_0^2$$

$$E_p = A \cdot z^2 + B$$



2-3-1- قيمة كل من K و Δl_0 :

عند $z = 0$ لدينا : $E_{p0} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 = 40 \text{ mJ}$

عند $z = 2 \text{ cm}$ لدينا : $E_p = 50 \text{ mJ}$

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot z^2 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} K \cdot z^2 + E_{p0}$$

$$K = \frac{2(E_{p0} - E_p)}{z^2} = \frac{2(50 \cdot 10^{-3} - 40 \cdot 10^{-3})}{0,02^2} = 50 \text{ N/m}$$

$$E_{p0} = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 \Rightarrow \Delta l_0 = -\sqrt{\frac{2E_{p0}}{K}} < 0$$

$$\Delta l_0 = -\sqrt{\frac{2 \times 40 \times 10^{-3}}{50}} = -4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Delta l_0 = -4 \text{ cm}$$

2-3-2- شغل قوة الارتداد عندما ينتقل G من $z_1 = 0$ إلى $z_2 = 1,4 \text{ cm}$:

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = -\Delta E_p$$

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = -(E_p(z_2) - E_p(z_1)) = \frac{1}{2} K \cdot z_1^2 + \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 - \frac{1}{2} K \cdot z_2^2 - \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_0^2 = \frac{1}{2} K \cdot (z_1^2 - z_2^2)$$

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = \frac{1}{2} \times 50 \times [0 - (1,4 \cdot 10^{-2})^2] = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$W_{z_1 \rightarrow z_2}(\vec{T}) = 4,9 \text{ mJ}$$

الجزء الثاني : تحديد شعاع مدار القمر حول الأرض

1- تعريف المرجع المركزي الأرضي :

ويسمى كذلك جيو مركزي هو مرجع أصله مركز الأرض و محاوره الثلاث متجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة و يستعمل لدراسة حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض .

2- اختيار الجواب الصحيح :

د- سرعة الحركة الدائرية المنتظمة لكوكب حول الشمس لا تتعلق بكتلة الكوكب .

التعليل : تعبير سرعة مركز قصور الكوكب حول الشمس و M كتلة الشمس و R شعاع مداره حول الشمس : $V = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$ لا تتعلق بكتلة الكوكب m .

3- التعبير المتجهي لقوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الشمس (ذي الكتلة M) على الأرض (ذي الكتلة m) يكتب :

$$\vec{F}_{S/T} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \vec{u}_{ST}$$

في أساس فريني $(\vec{u}, \vec{n})$ يكتب التعبير السابق :

$$\vec{F}_{S/T} = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \vec{n}$$

حيث $\vec{n}$ و $\vec{u}_{ST}$ متجهتان واحدتان متعاكستان $(\vec{n} = -\vec{u}_{ST})$.

4- إثبات ان حركة G مركز قصور الأرض حول الشمس دائرية منتظمة :

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المركزي الأرضي :

$$\vec{F}_{S/T} = m \cdot \vec{a}$$

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \vec{n} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = G \cdot \frac{M}{R^2} \cdot \vec{n}$$

نستنتج ان متجهة التسارع منتظمة و بالتالي التسارع المماسي منعدم :

$$v = Cte \quad \text{إذن} \quad a_T = \frac{dv}{dt} = 0$$

وبالتالي فإن حركة الأرض حول الشمس دائرية منتظمة .

5- إثبات القانون الثالث لكبلير :

باعتبار التسارع منظمي فإن : $a = a_N = G \cdot \frac{M}{R^2}$

في معلم فريني التسارع المنظمي يكتب : $a_N = \frac{v^2}{R}$

$$\frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$$

نعلم ان : $v = R\omega = \frac{2\pi R}{T}$ و حيث أن : $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$ فإن : $\frac{G \cdot M}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$ يعني أن : $T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} \cdot R^3$

نستنتج القانون الثالث لكبلير : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} = Cte$

6- تعبير الشعاع r لمدار القمر حول الأرض بدلالة m و M و T و T' و R :

القانون الثالث لكبلير لدوران الأرض حول الشمس يكتب : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$ أي : $\frac{T^2}{R^3} \cdot M = \frac{4\pi^2}{G}$

القانون الثالث لكبلير لدوران القمر حول الأراض يكتب : $\frac{T'^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot m}$ أي : $\frac{T'^2}{r^3} \cdot m = \frac{4\pi^2}{G}$

من العلاقتين نكتب :

$$\frac{T^2}{R^3} \cdot M = \frac{T'^2}{r^3} \cdot m \Rightarrow r^3 = \frac{T'^2}{T^2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R^3 \Rightarrow r = R \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2 \cdot \frac{m}{M}}$$

$$r = 1,49 \times 10^8 \times \sqrt[3]{\left(\frac{27,32}{365,25}\right)^2 \cdot \frac{1}{3,35 \times 10^5}} \Rightarrow r = 3,81 \cdot 10^5 \text{ km} \quad \text{ت.ع.}$$