

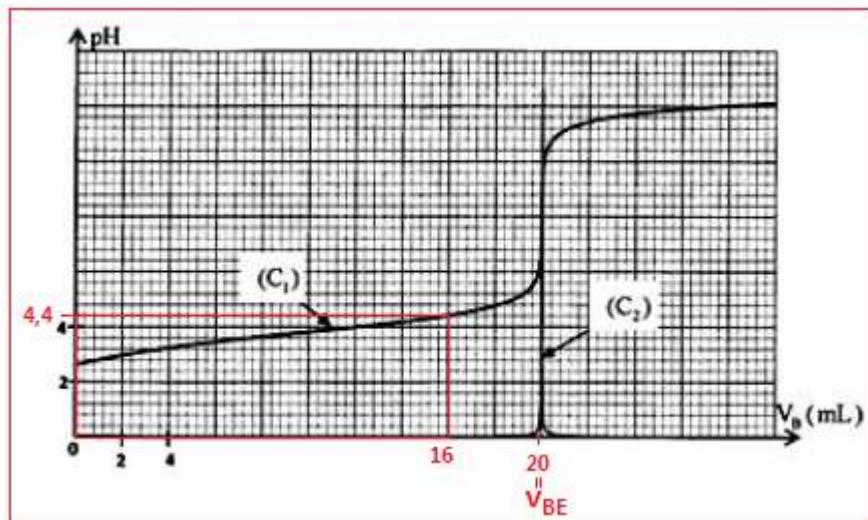
تصحيح الامتحان الوطني للبكالوريا الدورة العادية 2017
شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول مائي لحمض الميثانويك

1- تحديد pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$

1-1 معادلة تفاعل المعايرة :



1-2 تحديد V_{BE} :

مبيانيا نجد $V_{BE} = 20 \text{ mL}$

استنتاج التركيز C للمحلول (S) :

حسب علاقة التكافؤ : $C \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$ أي :

$$C = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A}$$

$$C = \frac{0,1 \times 20}{50} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

1-3 التحقق من قيمة p :

علاقة التخفيض : $C_0 \cdot V_0 = C \cdot V_S$ أي :

$$\frac{C \cdot V_S}{V_0} = \frac{4 \cdot 10^{-2} \times 1}{2 \cdot 10^{-3}} = 20 \text{ mol.L}^{-1}$$

النسبة المئوية الكتليلية : $p = \frac{m_A}{m_S}$ أي : $m_A = p \cdot m_S$ حيث : m_A كتلة الحمض الموجودة في محلول ذي الكتلة m_S و m_S كتلة الماء.

الكتلة الحجمية و الكثافة : $\rho_{sol} = \frac{m_S}{V_0}$ و $\rho_{sol} = \frac{m_S}{V_0}$ أي : $d = \frac{\rho_{sol}}{\rho_{eau}}$

و منه : $m_S = p \cdot d \cdot \rho_{eau} \cdot V_0$

$$C_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{m_A}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot m_S}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot d \cdot \rho_{eau} \cdot V_0}{M \cdot V_0} = \frac{p \cdot d \cdot \rho_{eau}}{M}$$

$$p = \frac{C_0 \cdot M}{d \cdot \rho_{eau}} \Rightarrow p = \frac{20 \times 46}{1,15 \times 10^3} = 0,8 \Rightarrow p = 80\%$$

4.1- النوع المهيمن عند إضافة الحجم : $V_B = 16 \text{ mL}$

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$C \cdot V_A$	$C_B \cdot V_B$	0	0

الوسطيّة	x	$C \cdot V_A - x$	$C_B \cdot V_B - x$	x	x
النهائيّة	x_f	$C \cdot V_A - x_f$	$C_B \cdot V_B - x_f$	x_f	x_f

حسب الجدول الوصفي :

$$[HCOOH] = \frac{C \cdot V_A - x}{V_A + V_B} ; [HCOO^-] = \frac{x}{V_A + V_B}$$

$$C_B \cdot V_B - x = [HO^-] \cdot (V_A + V_B) \Leftarrow [HO^-] = \frac{C_B \cdot V_B - x}{V_A + V_B}$$

$$x = C_B \cdot V_B - [HO^-] \cdot (V_A + V_B)$$

$$K_e = [HO^-] \cdot [H_3O^+] \Rightarrow [HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{K_e}{10^{-pH}} = K_e \cdot 10^{pH}$$

$$x = C_B \cdot V_B - K_e \cdot 10^{pH} \cdot (V_A + V_B)$$

مبيانيا عند الحجم $V_B = 16 \text{ mL}$ نجد : $pH = 4,4$ (أنظر المنحنى أعلاه)

$$x = 0,1 \times 50 \cdot 10^{-3} - 10^{-14} \times 10^{4,4} \times (50 + 16) \cdot 10^{-3} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{x}{C \cdot V_A - x} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-2} \times 50 \times 10 \cdot 10^{-3} - 1,6 \cdot 10^{-3}} = 4 > 1$$

بما أن $[HCOO^-] > [HCOOH]$ فإن النوع المهيمن هو القاعدة .

حسب تعريف pK_A :

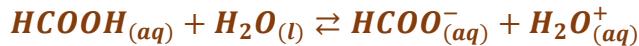
$$pK_A = pH + \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pH = pK_A - \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_A = 4,4 - \log 4 \Rightarrow pK_A \approx 3,8$$

2- تحديد pK_A

2-1- معادلة التفاعل بين حمض الميثانويك والماء :



2.2- تعبير التقدم النهائي :

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$C \cdot V_1$	وغير	0	0
الوسطيّة	x	$C \cdot V_1 - x$	وغير	x	x
النهائيّة	x_f	$C \cdot V_1 - x_f$	وغير	x_f	x_f

حسب تعريف الموصولة : $\sigma = \lambda_{H_3O^+} \cdot [H_3O^+] + \lambda_{HCOO^-} \cdot [HCOO^-]$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

حسب الجدول الوصفي :

$$[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1}$$

إذن :

$$[H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

$$x_f = \frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

إثبات قيمة نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

الماء مستعمل بوفرة إذن المتفاعل المحمد هو الحمض أي $C \cdot V_1 - x_{max} = 0$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{\frac{\sigma \cdot V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}{C \cdot V_1} = \frac{\sigma}{C \cdot (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})}$$

$$\tau = \frac{0,1}{(3,5 \cdot 10^{-2} + 5,46 \cdot 10^{-3}) \times 4 \cdot 10^{-2} \times 10^3} = 6,18 \cdot 10^{-2}$$

تحويل التركيز المولى :

$$\tau \approx 6,2\%$$

2-4- تعبير pK_A بدلالة C و τ :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$$

$$\begin{cases} [H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1} \\ [HCOOH]_f = \frac{C \cdot V_1 - x_f}{V_1} = C - \frac{x_f}{V_1} = C - [H_3O^+]_f \end{cases}$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V_1}{C \cdot V_1} = \frac{[H_3O^+]_f}{C} \Rightarrow [H_3O^+]_f = C \cdot \tau$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{(C \cdot \tau)^2}{C - C \cdot \tau} = \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

$$pK_A = -\log \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

$$pK_A = -\log \frac{4 \cdot 10^{-2} \times (6,2 \cdot 10^{-2})^2}{1 - 6,18 \cdot 10^{-2}} = 3,78 \Rightarrow pK_A \approx 3,8$$

الجزء الثاني :

1- الإقتراح الصحيح :

ب- يتناقص زمن نصف التفاعل عند استعمال حفار.

2- كتابة معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة :



اسم الناتج هو ميثانوات البروبيل .

3- تحديد مردود التفاعل عند اللحظة t_1 :

معادل التفاعل		$\text{HCOOH} + \text{C}_3\text{H}_7\text{OH} \rightleftharpoons \text{HCOOC}_3\text{H}_7 + \text{H}_2\text{O}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	0,2	0,2	0	0
عند اللحظة t_1	x	$0,2 - x$	$0,2 - x$	x	x
النهائية	x_f	$0,2 - x_f$	$0,2 - x_f$	x_f	x_f

$$r = \frac{n_{exp}(\text{ester})}{n_{th}(\text{ester})} = \frac{x}{x_{max}} \quad \text{لدينا :}$$

$x_{max} = 0,2 \text{ mol}$ أي : $0,2 - x_{max} = 0$ الخلط متساوي المولات : t_1 كمية ماد الحمض المتبقى عند اللحظة :

$$\begin{cases} n_A = 0,2 - x \\ n_A = \frac{m}{M} \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M} = 0,2 - x \Rightarrow x = 0,2 - \frac{m}{M}$$

$$x = 0,2 - \frac{6,9}{46}$$

$$x = 0,05 \text{ mol}$$

$$r' = \frac{x}{x_{max}} = \frac{0,05}{0,2} = 0,025 \Rightarrow r' = 25\% \quad \text{مردود التفاعل عند هذه اللحظة :}$$

نلاحظ ان : $r = 67\% < r'$ إذن التوازن الكيميائي للمجموعة المتفاعلة لم يتحقق بعد عند هذه اللحظة .

الموجات

1- حيود الضوء الأحادي اللون

1-1- الإقتراح الصحيح هو :

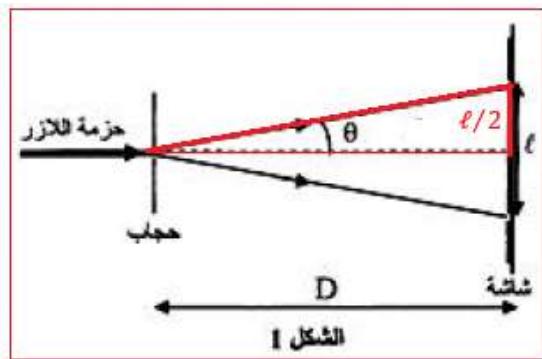
ج- تردد الضوء المنبعث من جهاز الليزر $He - Ne$ هو $4,394 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

1-2- إثبات العلاقة بين a بدلالة D و θ و λ :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad \text{لدينا :}$$

حسب الشكل :

$$\tan \theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{\ell}{2D}$$



بما ان θ صغيرة فإن :

$$\begin{cases} \theta = \frac{\lambda}{a} \\ \theta = \frac{\ell}{2D} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow a = \frac{2\lambda D}{\ell}$$

حساب a :

$$a = \frac{2 \times 633.10^{-9} \times 1,5}{3,4.10^{-2}} = 5,58.10^{-5} m$$

$$a = 55,8 \mu m$$

3-1 حساب الفرق الزاوي :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{633.10^{-9}}{55,8.10^{-6}} \Rightarrow \theta = 1,13.10^{-2} rad$$

حساب عرض البقعة المركزية :

$$\theta = \frac{\ell'}{2D'} \Rightarrow \ell' = 2D'.\theta$$

$$\ell' = 2 \times 3 \times 1,13.10^{-2} = 6,78.110^{-2} m$$

$$\ell' \approx 6,8 cm$$

يمكن استعمال العلاقة :

$$\begin{cases} \theta = \frac{\ell}{2D} \\ \theta = \frac{\ell'}{2D'} \end{cases} \Rightarrow \frac{\ell'}{2D'} = \frac{\ell}{2D} \Rightarrow \ell' = \frac{2D \cdot \ell}{D} = 2\ell \Rightarrow \ell' = 6,8 cm$$

2- دراسة الإشعاع الضوئي المُنبثٍ من جهاز الليزر **He – Ne**

1-2 طاقة الفوتون :

$$E = h \cdot v \Rightarrow E = 6,63.10^{-34} \times 4,74.10^{14} = 3,143.10^{-19} J$$

$$E = \frac{3,143.10^{-19}}{1,6022.10^{-19}} \Rightarrow E = 1,96 eV$$

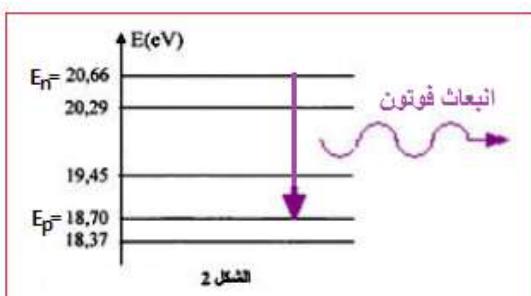
2.2 تحديد E_p و E_n :

$$E = E_n - E_p \quad \text{لدينا :}$$

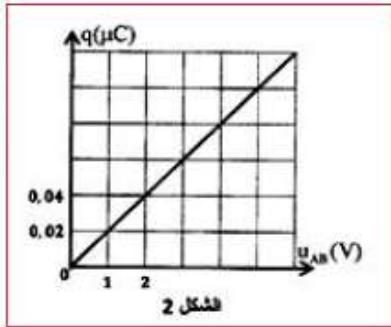
$$E = 1,96 eV$$

$$20,66 - 18,70 = 1,96 eV$$

$$\begin{cases} E_n = 20,66 eV \\ E_p = 18,70 eV \end{cases}$$



الكهرباء



1- شحن المكثف

1-1- التحقق من سعة المكثف :

معادلة المحنى $f(u_{AB})$ الخطى تكتب : $q = C \cdot u_{AB}$ مع C المعامل الموجه:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{0,04 \cdot 10^{-6} - 0}{2 - 0} = 20 \cdot 10^{-9} F$$

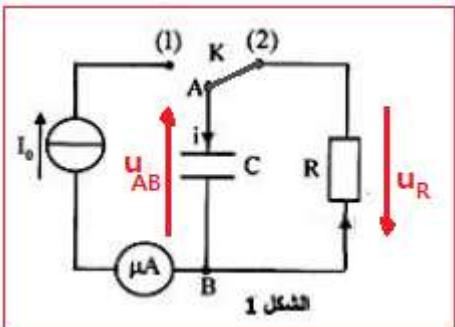
$$C = 20 \text{ nF}$$

1-2- المدة التي يأخذ فيها التوتر القيمة $u_{AB} = 6V$:

لدينا :

$$\begin{cases} q = I_0 \cdot \Delta t \\ q = C \cdot u_{AB} \end{cases} \Rightarrow C \cdot u_{AB} = I_0 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{C \cdot u_{AB}}{I_0} \Rightarrow \Delta t = \frac{20 \cdot 10^{-9} \times 6}{0,1 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta t = 1,2 \text{ s}$$

1-3-1- المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر (t) :



$$u_{AB} + u_R = 0$$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$i = \frac{dq}{dt} = : u_R = R \cdot i$$

$$\text{حسب قانون أوم : } \frac{d(C \cdot u_{AB})}{dt} = C \cdot \frac{du_{AB}}{dt}$$

$$\frac{du_{AB}}{dt} + R \cdot C \cdot \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$$

$$\frac{1}{R \cdot C} \cdot u_{AB} = 0$$

3-3-2- قيمة U_0 و R :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $\frac{du_{AB}}{dt} = -\alpha \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t}$ أي : $u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\alpha t}$ نعوض في الحل:

$$-\alpha \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot U_0 \cdot e^{-\alpha t} = 0$$

$$U_0 \cdot e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{R \cdot C} \right) = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيمة t يجب ان يكون : $-\alpha + \frac{1}{R \cdot C} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{R \cdot C}$$

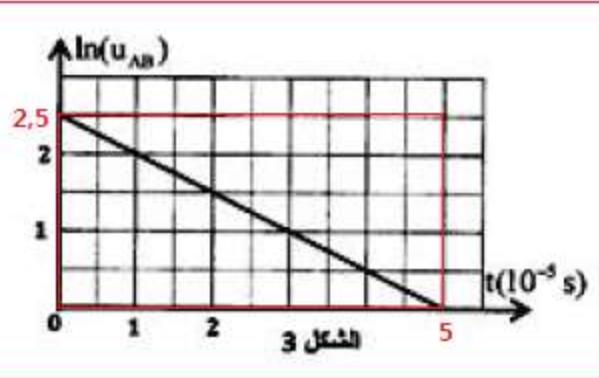
$$u_{AB}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

نستنتج تعبير u_{AB} :

$$\ln(u_{AB}) = \ln \left(U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right) = \ln U_0 - \frac{t}{R \cdot C}$$

عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا نجد : $\ln(u_{AB}) = 2,5$

$$U_0 = e^{2,5} = 12,18 \text{ V} \Rightarrow U_0 \simeq 12,2 \text{ V} \text{ أي : } U_0 = e^{\ln(u_{AB})} \text{ أي : } \ln(u_{AB}) = \ln U_0$$



نحدد المعامل الموجي للمنحنى

$$\frac{-1}{R \cdot C} = \frac{\Delta \ln(u_{AB})}{\Delta t} = \frac{2,5 - 0}{0 - 5 \cdot 10^{-5}} = -5 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{-1}{R \cdot C} = -5 \cdot 10^4 \Rightarrow R = \frac{1}{5 \cdot 10^4 \cdot C}$$

$$R = \frac{1}{5 \cdot 10^4 \times 20 \cdot 10^{-9}} = 1000 \Omega \Rightarrow R = 1 \text{ k}\Omega$$

: t₁ - تحديد 1-3-3

: لدينا

$$E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_{AB}^2 = \frac{1}{2} C \cdot (U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}})^2 = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \cdot e^{-\frac{2t}{R \cdot C}}$$

الطاقة القصوية تكون عند t = 0

$$E_{e \text{ max}} = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \Rightarrow E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \cdot e^{-\frac{2t}{R \cdot C}} = E_{e \text{ max}} \cdot e^{-\frac{2t}{R \cdot C}}$$

عند اللحظة t₁ يكون E_e(t₁) = 37% E_{e max} = 0,37 E_{e max}

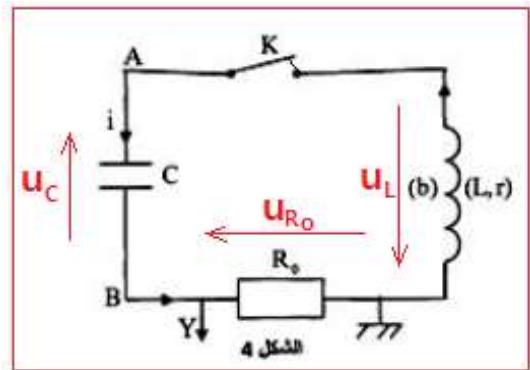
$$E_{e \text{ max}} \cdot e^{-\frac{2t_1}{R \cdot C}} = 0,37 E_{e \text{ max}}$$

$$-\frac{2t_1}{R \cdot C} = \ln(0,37)$$

$$t_1 = -\frac{1}{2} R \cdot C \cdot \ln(0,37) = -\frac{1}{2} \times 1 \cdot 10^3 \times 20 \cdot 10^{-9} \times \ln(0,37) = 9,94 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$t_1 \simeq 10 \mu\text{s}$$

2- تفريغ المكثف



2- إثبات العلاقة التي يحققها التوتر (t) : u_{R₀}(t)

حسب قانون إضافية التوترات:

$$u_C + u_L + u_{R_0} = 0$$

حسب قانون أوم : u_{R₀} = R₀ · i و u_L = L · $\frac{di}{dt}$ + r · i

$$L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + R_0 \cdot i + u_C = 0 \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + (R_0 + r) \cdot i + \frac{q}{C} = 0$$

الاشتقاق يعطي :

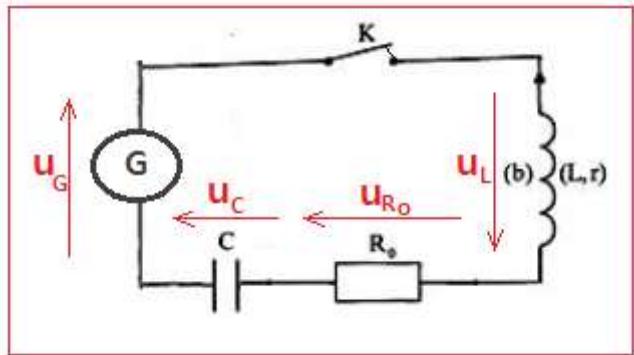
$$L \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + (R_0 + r) \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

نضرب المتساوية في i و نعرض R₀ · i بـ R₀ · i

$$L \cdot \frac{d^2 U_{R_0}}{dt^2} + (R_0 + r) \cdot \frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{C} \cdot U_{R_0} = 0$$

$$\frac{d^2 U_{R_0}}{dt^2} + \frac{(R_0 + r)}{L} \cdot \frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot U_{R_0} = 0$$

2-2-1- تحديد قيمة r :



قانون إضافية التوترات :

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (R_0 + r) \cdot i + u_C = k \cdot i$$

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C}{dt^2} + (R_0 + r - k) \cdot C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

للحصول على تذبذبات كهربائية جيبية يجب أن يكون :

$$R_0 + r - k = 0 \Rightarrow r = k - R_0 = 20 - 12$$

$$r = 8 \Omega$$

2-2-2- معامل التحرير L :

تعبير الدور الخاص :

الطاقة المغناطيسية E_m دورية دورها T حيث :

$$2T = 2\pi\sqrt{L \cdot C} \Rightarrow T^2 = \pi^2 L \cdot C$$

مبيانيا قيمة الدور هي :

$$t = 0,25 \text{ ms} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$L = \frac{T^2}{\pi^2 \cdot C} \Rightarrow L = \frac{(2,5 \cdot 10^{-4})^2}{10 \times 20 \cdot 10^{-9}} = 0,3125 \text{ H}$$

$$L = 312,5 \text{ mH}$$

حساب $U_{C \max}$:

بما ان الطاقة الكلية للدارة تنخفض نكتب :

$$E_T = E_{e \max} = E_{m \max}$$

$$E_{m \max} = \frac{1}{2} C \cdot U_{C \max}^2$$

مبيانيا نجد :

$$E_{m \max} = 2 \mu J = 2 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$U_{C \max} = \sqrt{\frac{2E_{m \max}}{C}}$$

$$U_{C \max} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \cdot 10^{-6}}{20 \cdot 10^{-9}}} \Rightarrow U_{C \max} = 10 \text{ V}$$

3- استقبال موجة كهرمغناطيسية

3-1- الجواب الصحيح هو د

الموجة الكهرمغناطيسية التي يلتقطها هوائي مستقبل لها نفس التردد الموجة الناتجة عنها.

3-2- هل يمكن لدارة التوافق أن تلتقط موجة ذات تردد $N_0 = 40 \text{ kHz}$ ؟

للجواب نحدد التردد الخاص للدارة L_0, C_0 :

$$N = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 \cdot C_0}} \quad \text{أي:} \quad T_0 = \frac{1}{N} = 2\pi\sqrt{L_0 \cdot C_0}$$

$$N = \frac{1}{2\sqrt{10} \times \sqrt{0,781 \cdot 10^{-3} \times 20 \cdot 10^{-9}}} = 40\,006 \text{ Hz} \Rightarrow N_0 = N = 40 \text{ kHz} \quad \text{ت.ع:}$$

إذن يمكن لدارة التوافق التقاط الموجة ذات التردد $N_0 = 40 \text{ kHz}$

3-3- مجال قيم C_x ليكون كشف الغلاف جيد :

$$T_0 \ll R \cdot C_E < T_i$$

حيث $C_E = C + C_x$ حيث المقاومة المكافئة للمكثفان المركبان على التوازي نعبر عنها بـ :

$$\frac{1}{N_0} \ll R \cdot (C + C_x) < \frac{1}{N_i} \Rightarrow \frac{1}{R \cdot N_0} \ll C + C_x < \frac{1}{R \cdot N_i}$$

$$\frac{1}{R \cdot N_0} - C \ll C_x < \frac{1}{R \cdot N_i} - C \Rightarrow \frac{1}{40 \cdot 10^3 \times 10^3} - 20 \cdot 10^{-9} \ll C_x < \frac{1}{4 \cdot 10^3 \times 10^3} - 20 \cdot 10^{-9}$$

$$5 \cdot 10^{-9} \ll C_x < 2,3 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

$$5 \text{ nF} \ll C_x < 230 \text{ nF}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة سقوط جسمين

1- دراسة سقوط جسم باحتكاك

1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها v_{Ay} :

المجموعة المدروسة {الجسم (A)}

جرد القوى (بعد إهمال دافعة أرخميدس) :

$$\vec{P} = m_A \cdot \vec{g}$$

$$\vec{f} = -k \vec{v}_A$$

باعتبار المعلم $(\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}, t, O)$ غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_A \cdot \vec{a}_A$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m_A \cdot \frac{d \vec{v}_A}{dt}$$

$$m_A \cdot \vec{g} - -k \vec{v}_A = m_A \cdot \frac{d \vec{v}_A}{dt}$$

الإسقاط على المحور $(0, y)$:

$$-m_A \cdot g - k v_{Ay} = m_A \cdot \frac{d v_{Ay}}{dt} \Rightarrow m_A \cdot \frac{d v_{Ay}}{dt} + k v_{Ay} + m_A \cdot g = 0$$

$$\frac{d v_{Ay}}{dt} + \frac{k}{m_A} \cdot v_{Ay} + g = 0$$

$$\frac{dv_{Ay}}{dt} + \frac{v_{Ay}}{\tau} + g = 0 \quad (1)$$

نضع : $\tau = \frac{m_A}{k}$ نحصل على :

1- تحديد τ :

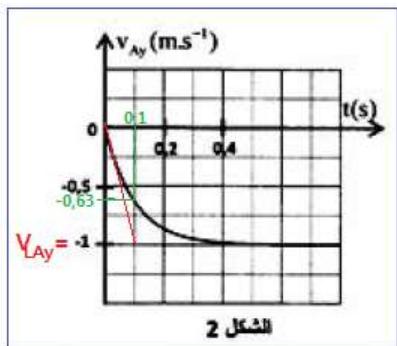
في النظام الدائم تكون السرعة ثابتة $v_{LAy} = cte$ ومنه $\frac{dv_{LAy}}{dt} = 0$ المعاadle التفاضلية (1) تكتب :

$$\frac{v_{LAy}}{\tau} + g = 0 \Rightarrow \frac{v_{LAy}}{\tau} = -g \Rightarrow \tau = -\frac{v_{LAy}}{g}$$

باستعمال مبيان الشكل 2 يساوي مقارب المنحنى السرعة الحدية $v_{LAy} = -1 \text{ m.s}^{-1}$ ومنه :

$$\tau = -\frac{(-1)}{10} \Rightarrow \tau = 0,1 \text{ s}$$

ملحوظة يمكن تحديد τ مبيانيا وهو أقصول السرعة $v_{LAy} = -0,63 \text{ m.s}^{-1}$ نجد $s = 0,1 \text{ s}$



استنتاج : k

$$k = \frac{m_A}{\tau} \quad \text{لدينا : } \tau = \frac{m_A}{k} \quad \text{أي :}$$

$$k = \frac{0,5}{0,1} \Rightarrow k = 5 \text{ kg.s}^{-1}$$

ت.ع : 1-3- تحديد السرعة (v_{Ay}) (t_i) باستعمال طريقة أولير :

$$\frac{d v_{Ay}}{dt} + \frac{v_{Ay}}{\tau} + g = 0 \Rightarrow a_{Ay} = -\frac{v_{Ay}}{\tau} - g$$

$$a_{i-1} = -\frac{v_{i-1}}{\tau} - g$$

$$\begin{cases} a_{i-1} = -\frac{v_{i-1}}{\tau} - g \Rightarrow \frac{v_{i-1}}{\tau} = -a_{i-1} - g \Rightarrow v_{i-1} = -\tau \cdot (a_{i-1} + g) \\ v_i = a_{i-1} \cdot \Delta t + v_{i-1} \end{cases} \Rightarrow$$

$$v_i = a_{i-1} \cdot \Delta t - \tau \cdot (a_{i-1} + g) \Rightarrow$$

$$v_i = -4,089 \times 0,01 - 0,1 \times (-4,089 + 10)$$

$$v_i = 0,632 \text{ m.s}^{-1}$$

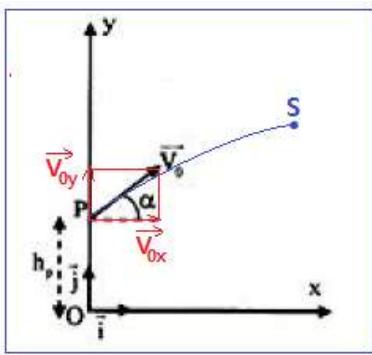
2- دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة

2-1- إثبات المعادلتان الزمنيتان ($x_B(t)$ و $y_B(t)$) $x_B(t)$ و $y_B(t)$ بدلالة α و t :

المجموعة المدروسة {الجسم (B)}

جرد القوى: $\vec{P} = m_B \cdot \vec{g}$: وزن الجسم (B) :

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{ext} &= m_B \cdot \vec{a}_B \\ m_B \cdot \vec{g} &= m_B \cdot \vec{a}_B \\ \vec{g} &= \vec{a}_B \quad (2)\end{aligned}$$

الشروط البدئية :

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_p \end{cases} \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

اسقاط العلاقة المتجهية (2) على المحورين Ox و Oy

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{d v_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{d v_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = -g \cdot t + v_{0y} \end{cases}$$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases} x_B(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + x_0 \\ y_B(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B(t) = 20 \cos \alpha \cdot t \\ y_B(t) = -5 \cdot t^2 + 20 \sin \alpha \cdot t + 1,8 \end{cases}$$

2- إحداثي قمة المسار x_S و y_S :

عند قمة المسار S تكون السرعة أفقية أي : $v_y(S) = 0$ ومنه : $v_y = 0$

$$t_S = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

نعرض في المعادلتان الزمنيتان نحصل على :

$$x_S(t_S) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_S = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot 2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g} = \frac{20^2}{2 \times 10} \cdot \sin 2\alpha$$

$$x_S = 20 \sin 2\alpha$$

$$y_S(t_S) = -\frac{1}{2} g \cdot t_S^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_S + h_p = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}\right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} + h_p$$

$$y_S(t_S) = -\frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{g} + h_p = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} + h_p = \frac{20^2}{2 \times 10} \cdot \sin^2 \alpha + 1,8$$

$$y_S = 20 \sin^2 \alpha + 1,8$$

3- تحديد الزاوية α لكي يلتقي الجسمان في النقطة S :

يلتقي الجسمان (A) و (B) عندما يكون لهما نفس الأرتب $y_A = y_B = y_S$

انطلاقاً من النقطة F تبقى حركة الجسم (A) مستقيمية منتظمة سرعته تساوي السرعة الحدية $v_L = -1 m \cdot s^{-1}$. خلال

$$d = v_L \cdot t_S \quad d = h_F - y_S \quad \text{مع : } d = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \quad t_S = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$-v_L \cdot t_S = h_F - y_S$$

$$v_L \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = h_F - 20 \sin^2 \alpha - 1,8$$

$$20 \sin^2 \alpha - (-1) \times \frac{20}{10} \sin \alpha + 1,8 + 18,5 = 0$$

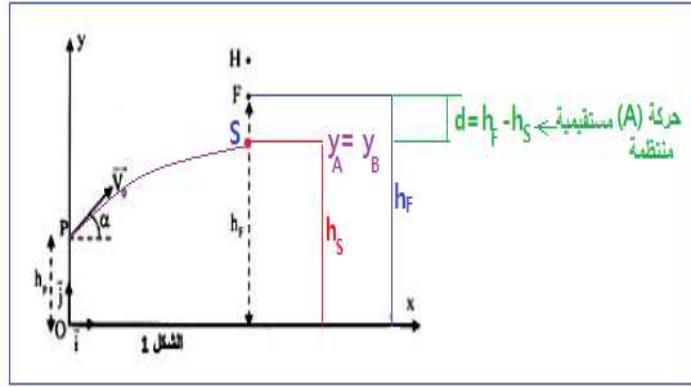
$$20 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha - 16,7 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \times 20 \times (-16,7) = 1340$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{-2 - \sqrt{1340}}{2 \times 20} = -0,965 \rightarrow \alpha_1 < 0$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{-2 + \sqrt{1340}}{2 \times 20} = 0,865 \rightarrow \alpha_2 = 59,88^\circ \Rightarrow \alpha_2 \simeq 60^\circ$$

بما ان $\alpha_2 < 0$ إذن الحل المقبول هو $\alpha_2 = 60^\circ$



الجزء الثاني : دراسة حركة نواس وازن

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس :

$$E_{pp} = mgz + cte$$

بما ان الحالة المرجعية $z = 0$ تطابق المستوى الأفقي المار من $z = 0$ ، فإن $E_{pp} = 0$ و $cte = 0$ ومنه :

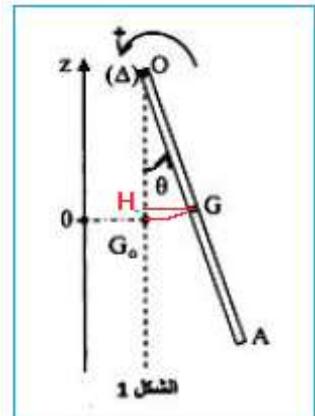
$$E_{pp} = mgz$$

$$z = OG_0 - OH = \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \cos \alpha = \frac{L}{2} (1 - \cos \alpha) \quad \text{مع :}$$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mgL (1 - \cos \alpha)$$

باعتبار الزوايا الصغيرة لدينا : $\cos \theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2} mgL \left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{4} mgL \cdot \theta^2$$



2- إثبات المعادلة التفاضلية :

$$E_m = E_c + E_{pp}$$

تعبير الطاقة الميكانيكية :

$$E_m = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{4} mgL \cdot \theta^2$$

بما ان الإحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية تتحفظ أي $E_m = cte$ أي :

$$\frac{dE_m}{dt} = J_{\Delta} \dot{\theta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta \dot{\theta} = 0$$

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta = 0$$

$$\frac{1}{3} m \cdot L^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta = 0$$

$$L \ddot{\theta} + \frac{3}{2} g \cdot \theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{3g}{2L} \theta = 0$$

3-1 تحديد g :

تعبر الدور الخاص للمتذبذب : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$ نعلم ان الدور الخاص يساوي ضعف الدور الطاقي : $T_0 = 2T$ أي :

$$g = \frac{2\pi^2 L}{3T^2} \quad \text{وبالتالي} \quad T^2 = \pi^2 \frac{2L}{3g} \quad \text{ومنه} : \quad 2T = 2\pi \sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

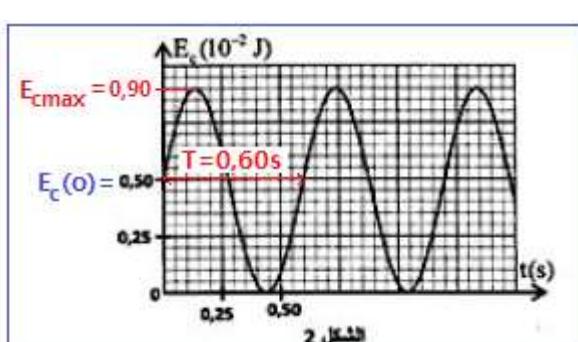
مبيانيا دور الطاقة الحركية هو $T = 0,6 \text{ s}$

$$g = \frac{2 \times 10 \times 0,53}{3 \times (0,6)^2} \Rightarrow g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$$

3-2 قيمة الوسع θ_m :

$$E_m = E_{c \max} = E_{pp \max}$$

$$E_{c \max} = \frac{1}{4} mgL \cdot \theta_m^2$$



$$\theta_m = \sqrt{\frac{4E_{c \max}}{mgL}} \Rightarrow \theta_m = \sqrt{\frac{4 \times 9.10^{-3}}{0.1 \times 9.81 \times 0.53}} \Rightarrow \theta_m = 0,26 \text{ rad} = 15^\circ$$

3-3 تحديد φ :

$$\frac{d\theta}{dt} = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \quad \text{لدينا} : \quad \theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \quad - \frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

نعرض في الطاقة الحركية

$$E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 = \frac{1}{6} m \cdot L^2 \left[-\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \right]^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \frac{m \cdot L^2 \cdot \theta_m^2}{6} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{3g}{2L}$$

$$E_c = \frac{3g}{2L} \cdot \frac{m \cdot L^2 \cdot \theta_m^2}{6} \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = \frac{1}{4} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

$$E_c(0) = \frac{1}{4} m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2 \sin^2 \varphi$$

$$\sin\varphi = \pm \sqrt{\frac{4 \cdot E_C(0)}{m \cdot g \cdot L \cdot \theta_m^2}} = \pm \frac{2}{\theta_m} \sqrt{\frac{E_C(0)}{m \cdot g \cdot L}}$$

تم الحركة في المنحى السالب إذن :

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2\pi}{T_0} \theta_m \sin\varphi < 0 \Rightarrow \sin\varphi > 0 \Rightarrow \varphi > 0$$

$$\sin\varphi = \frac{2}{\theta_m} \sqrt{\frac{E_C(0)}{m \cdot g \cdot L}} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{2}{0,26} \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,1 \times 9,81 \times 0,53}} = 0,75$$

$$\varphi \simeq 0,848 \text{ rad} \simeq 48,6^\circ$$