تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة الاستدراكية 2015

علوم رياضية أ و ب

الكيمياء

الجزء الاول : دراسة محلول مائي لمحض الإيثانويك وتصنيع الإستر

1-دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

1.1-معادلة تفاعل حمض الاثانويك مع الماء :

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

1.2-إثبات قيمة PH :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ ⇄	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_A.V_A$	وفير	0	0
حالة التحول	x	$C_A.V_A - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$C_A.V_A - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

حسب تعريف الموصلية :

$$\sigma = \lambda_{(CH_3COO^-)}[CH_3COO^-]_{éq} + \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{éq}$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\sigma \ = \lambda_{(CH_3COO^-)}[H_3O^+]_{éq} \ + \ \lambda_{(H_3O^+)}[H_3O^+]_{éq} \ \Leftarrow \ [(CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V_A}$$

$$[H_3O^+]_{éq} = \frac{\sigma}{\lambda_{(CH_3COO^-)} \ + \ \lambda_{(H_3O^+)}} \ \Leftarrow \ \sigma \ = (\lambda_{(CH_3COO^-)} \ + \ \lambda_{(H_3O^+)})[H_3O^+]_{éq}$$

تعبير pH :

لدينا :

$$pH = -log\left(\frac{\sigma}{\lambda_{(CH_3COO^-)} \ + \ \lambda_{(H_3O^+)}}\right) \ \Leftarrow \ pH = -\log[H_3O^+]_{éq}$$

ت.ع:

$$\mathrm{pH} = -\log\left(\frac{1{,}6.10^{-2}}{3{,}49.10^{-2} + 4{,}09.10^{-3}} \times 10^{-3}\right) \simeq 3{,}4$$

1.3-حساب نسبة التقدم النهائي :

تعبيرنسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}.V}{C_A.V} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C_A} \rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

ت.ع :

$$\tau = \frac{10^{-3{,}4}}{10^{-2}} = 0{,}04 \rightarrow \tau = 4\%$$

1.4-تعبير pK_A بدلالة pH و C_A :

حسب تعريف ثابتة الحمضية :

$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\begin{cases} [CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \dfrac{x_{éq}}{V} \\ [CH_3COOH]_{éq} = \dfrac{C_A.V_A - x_{éq}}{V_A} = C_A - \dfrac{x_{éq}}{V_A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} \\ [CH_3COOH]_{éq} = C_A - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_A = \frac{(10^{-pH})^2}{C_A - 10^{-pH}} \Longrightarrow K_A = \frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}}$$

لدينا : $pK_A = -logK_A$ أي :

$$pK_A = -log\left(\frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}}\right) \Rightarrow pK_A = -log\left(\frac{10^{-2\times 3{,}4}}{10^{-2} - 10^{-3{,}4}}\right) \simeq 4{,}8$$

2-تصنيع الإستر

2.1-يلعب حمض الكبريتيك دور الحفاز هدفه تسريع التفاعل .

دور الماء المثلج هو توقيف التفاعل .

2.2-معادلة التفاعل بين حمض الإيثانويك و محلول هيدروكسيد الصوديوم :

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2.3-اختيار الجواب الصحيح :

ب-عند درجة حرارة معينة تتناقص سرعة تفاعل الأسترة مع مرور الزمن .

2.4-معادلة تفاعل الاسترة :

$$CH_3-COOH+R-OH \quad \rightleftarrows \quad CH_3-COO-R+H_2O$$

2.5-تحديد قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0$:

لدينا :

$$v(t)=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$$

كمية الحمض المتبقي : $n_r=0{,}2-x$ ومنه : $\frac{dn_r}{dt}=-\frac{dx}{dt}$ أي: $\frac{dx}{dt}=-\frac{dn_r}{dt}$ أي:

$$v(t)=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}=-\frac{1}{V}.\frac{dn_r}{dt}$$

عند $t=0$ نكتب : $v(0)=-\frac{1}{V}\left(\frac{\Delta n_r}{\Delta t}\right)_{t=0}$

مبيانيا : $v(0)=-\frac{1}{46.10^{-3}}\times\frac{(0{,}2-0{,}14)}{(0-30)}\simeq 4{,}35.10^{-2}\,mol.L^{-1}.min^{-1}$

2.6-تحديد $t_{1/2}$ قيمة زمن نصف التفاعل :

عند اللحظة $t_{1/2}$ يكون : $x(t_{1/2})=\frac{x_f}{2}$

نعلم أن : $n_{r\,f}=0{,}2-x_f$ أي : $x_f=0{,}2-n_{r\,f}$ عند اللحظة $t_{1/2}$ لدينا : $x(t_{1/2})=\frac{x_f}{2}=\frac{0{,}2-n_{r\,f}}{2}$

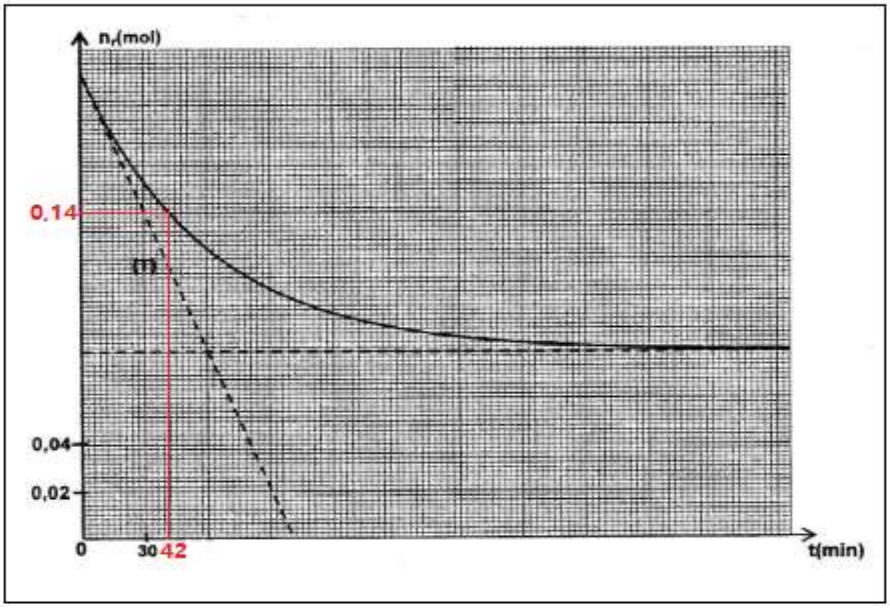
$$x(t_{1/2})=\frac{x_f}{2}=0{,}1-\frac{n_{r\,f}}{2}$$

مبيانيا : $n_{r\,f}=0{,}08\ mol$ ومنه :

$$x(t_{1/2})=0{,}1-\frac{0{,}08}{2}=0{,}06\,mol$$

نحدد $n_r(t_{1/2})$ حيث : $n_r(t_{1/2})=0{,}2-x(t_{1/2})=0{,}2-0{,}06=0{,}14\,mol$

مبيانيا نجد عند $n_r(t_{1/2})=0{,}14\,mol$ زمن نصف التفاعل هو $t_{1/2}=42\,min$



2.7-حساب مردود تفاعل الأسترة :

$$r = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{max}(ester)}$$

عند نهاية التفاعل كمية مادة الاستر المحصل عليها هي : $x_f = 0{,}2 - n_{r\,f}$ أي : $x_f = 0{,}2 - 0{,}08 = 0{,}12\ mol$

وبالتالي : $r = \frac{x_f}{x_{max}} \Longrightarrow r = \frac{0{,}12}{0;2} = 0{,}6$ أي : $r = 60\%$

2.8-تحديد كمية مادة الاستر المتكون و الحمض المتبقي :

الجدول الوصفي للتجربة الأولى لحساب ثابتة التوازن K :

معادلة التفاعل	$CH_3 - COOH$ +	$R - OH$ $\rightleftarrows$	$CH_3 - COO - R$ +	H_2O
حالة المجموعة	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$0,2$	$0,2$	0	0
الحالة النهائية	$0,2 - x_{éq}$	$0,2 - x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[acide]_{éq}[alcool]_{éq}}{[ester]_{éq}[H_2O]_{éq}} = \frac{\left(\frac{x_{éq}}{V}\right)^2}{\left(\frac{0{,}2 - x_{éq}}{V}\right)^2} = \frac{x_{éq}^2}{\left(0{,}2 - x_{éq}\right)^2}$$

تطبيق عددي :

$$K = \frac{(0{,}12)^2}{(0{,}2 - 0{,}12)^2} = 2{,}25$$

الجدول الوصفي للتجربة الثانية لحساب $x'_{éq}$:

معادلة التفاعل	$CH_3-COOH+R-OH \rightleftarrows CH_3-COO-R+H_2O$			
حالة المجموعة	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$0,3$	$0,2$	0	0
الحالة النهائية	$0,3-x'_{éq}$	$0,2-x'_{éq}$	$x'_{éq}$	$x'_{éq}$

ثابتة التوازن تكتب :

$$K=\frac{[acide]_{éq}[alcool]_{éq}}{[ester]_{éq}[H_2O]_{éq}}=\frac{\left(\frac{x'_{éq}}{V}\right)^2}{\left(\frac{0,3-x'_{éq}}{V}\right).\left(\frac{0,2-x'_{éq}}{V}\right)}=\frac{x'^2_{éq}}{(0,3-x'_{éq}).(0,2-x'_{éq})}$$

أي: $K(0,3-x'_{éq}).(0,2-x'_{éq})=x'^2_{éq}$ $\quad x'^2_{éq}(K-1)-0,5.K.x'_{éq}+0,06.K=0$ مع $K=2,25$

$$1,25.x'_{éq}-1,125x'_{éq}+0,135=0$$

$x'_{éq}=\frac{1,125\mp\sqrt{1,125^2-4\times1,25\times0,135}}{2\times1,25}$ **أي:** $x'_{éq}=0,757\,mol$ **أو** $x'_{éq\,2}=0,142\,mol$

بما أن : $x'_{éq}<0,2\,mol$ فإن : التقدم النهائي هو : $x'_{éq}=0,142\,mol$

كمية مادة الإستر المتكونة هي : $n_f(ester)=x'_{éq}=0,142\,mol$

كمية مادة الحمض المتبقية هي : $x_f(acide)=0,3-x'_{éq}=0,3-0,142=0,158\,mol$

الجزء الثاني : التحضير الصناعي لغاز ثنائي الكلور

1-كتابة معادلة التفاعل عند الكاثود :

يحدث عند الكاثود اختزال كاثودي للمؤكسد H_2O وفق المعادلة التالية :

$$H_2O_{(l)}+2e^- \rightleftarrows H_{2\,(g)}+HO^-_{(aq)}$$

بجوار هذا الكاثود تتكون أيونات HO^- وبالتالي يكون الوسط قاعديا أي $pH>7$.

2-إيجاد حجم غاز Cl_2 الناتج خلال المدة Δt :

حسب الأكسدة الأنودية : $2Cl^-_{(aq)} \rightleftarrows Cl_{2\,(g)}+2e^-$

لدينا : $n(Cl_2)=\frac{n(e^-)}{2}$

مع : $\begin{cases} n(Cl_2)=\frac{V(Cl_2)}{V_m} \\ n(e^-)=\frac{Q}{F}=\frac{I.\Delta t}{F}\end{cases}$ أي: $\frac{V(Cl_2)}{V_m}=\frac{I.\Delta t}{2F}$ وبالتالي : $V(Cl_2)=\frac{I.\Delta t}{2F}.V_m$

ت.ع : $VCl_2)=\frac{50.10^3\times10\times3600\times24}{2\times9,65.10^4}=223,83.10^3\,l$ أي : $V(Cl_2)=223,83\,m^3$

الفيزياء :

الموجات الضوئية

1-اختيار الجواب الصحيح من بين الإقتراحات :

د-يتعلق معامل انكسار وسط شفاف بطول الموجة للضوء الأحادي اللون الذي يجتازه .

تعليل : حسب تعبير معامل الانكسار : $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ حيث : λ : طول موجة الضوء في الوسط الشفاف و λ_0 : طول موجته في الفراغ .

2-تحديد ΔE تغير الطاقة ب MeV :

لدينا : $\Delta E = h\nu = \frac{h.c}{\lambda_0}$ ت.ع : $\Delta E = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 310^8}{633.10^{-9}} = 3{,}142\, J$

$$\Delta E = \frac{3{,}142.10^{-34}}{1{,}6.10^{-13}} \Longrightarrow \Delta E = 1{,}96.10^{-6}\, MeV$$

3.1-نعم ينتمي هذا الإشعاع الى مجال الطيف المرئي لأن : $400\, nm < \lambda_0 = 633\, nm < 800\, nm$

3.2-حساب تردد الاشعاع :

$c = \lambda_0.\nu$ ومنه : $\nu = \frac{c}{\lambda_0}$ ت.ع : $\nu = \frac{3.10^8}{633.10^{-9}} = 4{,}74.10^{14}\, Hz$

3.3-تحديد سرعة الانتشار v وطول الموجة λ للإشعاع في الموشور :

لدينا : $n = \frac{c}{v}$ ومنه : $v = \frac{c}{n}$ ت.ع : $v = \frac{.3.10^8}{1{,}61} = 1{,}86\,.10^8\, m.s^{-1}$

لدينا : $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ ومنه : $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ ت.ع : $\lambda = \frac{633}{1{,}61} = 393{,}16\, nm$

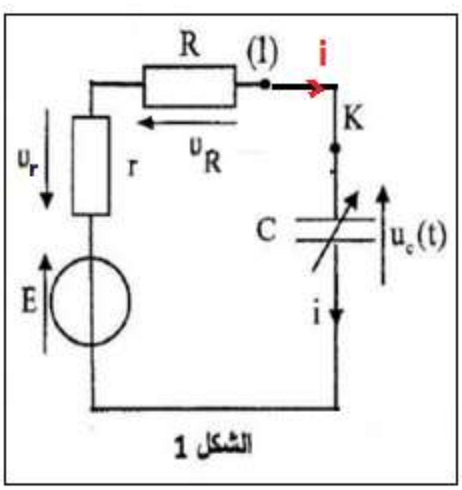
4.3-نلاحظ بقعة ضوئية تمتد ألوانها من الأحمر الى البنفسجي تسمى طيف الضوء الأبيض .

تبرز هذه التجربة ظاهرة تبدد الضوء الأبيض بواسطة موشور .

الكهرباء :

I-دراسة ثنائي القطب RC والدارة المثالية LC

1-دراسة ثنائي القطب RC



1.1-المنحنى الممثل للتوتر $u_C(t)$:

بما أن المكثف غير مشحون بدئيا فإن عند $t = 0$ يكون : $u_C(0) = 0$ أي المنحنى يمر من أصل المعلم ومنه فإن المنحنى الذي يمثل التوتر $u_C(t)$ هو Γ_1 .

1.2-المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_r + u_C = E$

حسب قانون أوم : $Ri + ri + u_c = E \quad (1)$

مع : $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(c_0.u_C)}{dt}=C_0.\frac{du_C}{dt}$ نعوض في المعادلة (1) ونحصل على المعادلة التفاضلية :

$$\boldsymbol{(R+r).C_0.\frac{du_C}{dt}+u_C=E}$$

<u>1.3-إثبات تعبير شدة التيار i_0 :</u>

عند اللحظة $t=0$ لدينا $u_C(0)=0$ و $i(0)=i_0$ نعوض في المعادلة (1) نحصل غلى :

$(R+r).i_0=E$ ومنه : $i_0=\frac{E}{R+r}$

<u>1.4.1-تحديد قيمة r :</u>

في النظام الدائم لدينا : $E=6\,V$

عند اللحظة $t=0$ لدينا حسب المنحنى Γ_2 : $u_{r_0}=4\,V$ مع : $u_{r_0}=E-r.i_0$ ومنه : $i_0=\frac{E-u_{r_0}}{r}$

حسب التعبير $i_0=\frac{E}{R+r}$ نحصل على : $\frac{E-u_{r_0}}{r}=\frac{E}{R+r}$ أي: $(R+r).(E-u_{r_0})=r.E$

ومنه : $r.(E-u_{r_0})-r.E=-R.(E-u_{r_0})$ أي : $r=\frac{R.(E-u_{r_0})}{u_{r_0}}$

ت.ع :

$$r=\frac{20\times(6-4)}{4}=10\,\Omega$$

<u>1.4.2-إثبات قيمة C_0 :</u>

بإستعمال الشكل 2 قيمة ثابتة الزمن τ هي : $\tau=0{,}15\,ms=1{,}5.10^{-4}\,s$

لدينا : $\tau=(R+r).c_0$ أي: $c_0=\frac{\tau}{R+r}$ ت.ع : $c_0=\frac{1{,}5.10^{-4}}{20+10}=5.10^{-6}\,F$ أي: $c_0=5\,\mu F$

2-الدارة المثالية LC

<u>2.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:</u>

تطبيق قانون إضافية التوترات : (1) $u_L+u_C=0$

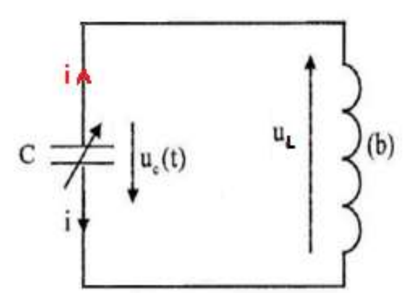
قانون أوم : $u_L=L_0.\frac{di}{dt}$

لدينا : $q=C.u_C$ و $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(C_0u_C)}{dt}=C_0.\frac{du_C}{dt}$

المعادلة (1) تكتب : $L_0.\frac{di}{dt}+\frac{q}{C_0}=0$ ومنه : $L_0.C_0.\frac{di}{dt}+q=0$

$$L_0.C_0.\frac{d}{dt}\left(\frac{di}{dt}\right)+\frac{dq}{dt}=0$$

المعادلة التفاضلية : $\boldsymbol{L_0.C_0.\frac{d^2i}{dt^2}+i=0}$



الشكل 1

<u>2.2-أيجاد قيمة φ :</u>

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(t)=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$

حسب الشروط البدئية لدينا : $i(0)=0$

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(0)=I_m\cos\varphi=0$ أي : $cos\varphi=0$ ومنه : $\varphi=\mp\frac{\pi}{2}$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $u_C(0) = E > 0$ مع : $i = C_0.\frac{du_C}{dt}$ أي : $u_C = \frac{1}{C_0}\int idt = \frac{T_0}{2\pi}.\frac{1}{C_0}I_m.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

$u_C(0) = \frac{T_0}{2\pi}.\frac{I_m}{C_0}.sin\varphi > 0$ أي أن : $\varphi = \frac{\pi}{2}$

2.3-إثبات تعبير الطاقة المخزونة في المكثف بدلالة $q(t)$ و C :

تعبير القدرة هو : $P = u_C.i$ مع : $i = \frac{dq}{dt}$ ومنه : $P = u_C.\frac{dq}{dt}$ بما أن : $q = C.u_C$ فإن : $u_C = \frac{q}{C}$ أي: $P = \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt}$

$$P = \frac{1}{2C}.\frac{dq^2}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

بما أن : $P = \frac{dE_e}{dt}$ فإن تعبير الطاقة المخزونة في المكثف : $\boldsymbol{E_e = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$

2.4.1-حساب $E_{e\,max}$:

لدينا : $E_e = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C_0}$ مع : $q = C_0.u_C$ تعبير الطاقة الكهربائية يصبح : $E_e = \frac{1}{2}.\frac{(C.u_C)^2}{C_0} = \frac{1}{2}C_0.u_C^2$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $u_C(0) = E$ تكون الطاقة الكهربائية قصوى وبالتالي : $E_{e\,max} = \frac{1}{2}.C_0.E^2$

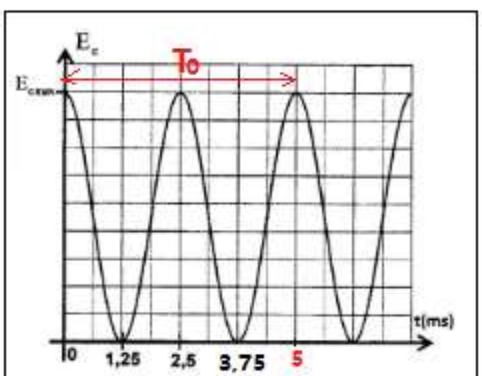
ت.ع : $E_{e\,max} = \frac{1}{2} \times 5.10^{-6} \times 6^2 = 9.10^{-5}\,J$

2.4.2-إيجاد قيمة I_m بالإعتماد على الدراسة الطاقية :

الطاقة الكلية E_T المخزونة في الدارة تساوي :

$$E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2}.C_0.u_C^2 + \frac{1}{2}.L.i^2$$

عندما تكون الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف قصوية تكون الطاقة المغناطيسية المخزونة في الوشيعة دنوية والعكس صحيح .



الشكل 3

$E_T = E_{e\,max} = \frac{1}{2}.L.I_m^2$ ومنه : $I_m^2 = \frac{2E_{e\,max}}{L}$ أي: $I_m = \sqrt{\frac{2E_{e\,max}}{L}}$

تحديد L :

تعبير الدور الخاص T_0 هو : $T_0 = 2\pi\sqrt{L_0.C_0}$ ومنه : $L_0.C_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2}$

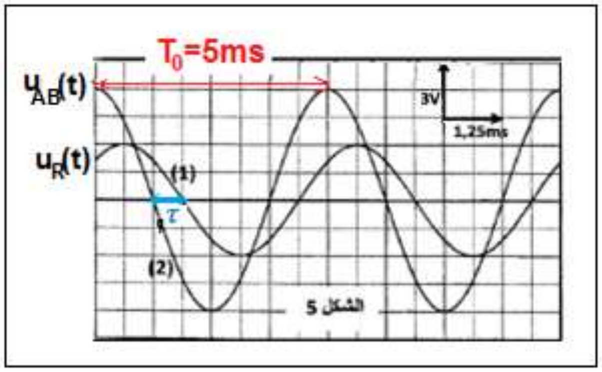
وبالتالي $L_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C_0}$

نعوض في تعبير I_m :

$$I_m = \sqrt{\frac{2E_{e\,max}}{T_0^2}.4\pi^2.C_0} \Rightarrow I_m = \frac{2\pi}{T_0}.\sqrt{2E_{e\,max}.C_0}$$

ت.ع : مبيانيا الدور الخاص هو : $T_0 = 5\,ms$ ومنه : $I_m = \frac{2\pi}{5.10^{-3}} \times \sqrt{2 \times 9.10^{-5} \times 5.10^{-6}} \Rightarrow I_m \approx 3{,}77.10^{-2}\,A$

II-التذبذبات القسرية في دارة متوالية RLC



1.1-تعيين المنحنى الممثل للتوتر $u_R(t)$:

نعلم أن : $Z > R$ وبالتالي : $Z.I_m > R.I_m$ أي: $u_{AB\,m} > u_{R\,m}$

حسب الشكل 5 المنحنى (1) يمثل التوتر $u_R(t)$.

1.2-تحديد قيمة Z :

لدينا : $u_{R\,m} = R.I_m$ (1)

و $u_{AB\,m} = Z.I_m$ (2)

ومنه : $\frac{(1)}{(2)} \rightarrow \frac{Z.I_m}{R.I_m} = \frac{u_{AB\,m}}{u_{R\,m}}$ نحصل على : $Z = R.\frac{u_{AB\,m}}{u_{R\,m}}$

باستعمال الشكل 5 نجد : $u_{R\,m} = 3\,V$ و $u_{AB\,m} = 6\,V$

ت.ع : $Z = 20 \times \frac{6}{3} = 40\,\Omega$

1.3-التعبير العددي لشدة التيار $i(t)$:

لدينا : $i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

تحديد T_0 :

حسب الشكل 5 الدور الخاص : $T_0 = 1{,}25ms \times 4 = 5\,ms$ ومنه : $\frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{5.10^{-3}} = 400\pi$

تحديد φ :

بما أن التوتر $u(t)$ متقدم في الطور لى شدة التيار $i(t)$ و بما أن طور التوتر $u(t)$ منعدم ، فإن $\varphi < 0$

لدينا : $|\varphi| = \frac{2\pi}{T_0}.\tau$ ت ع : $|\varphi| = 400\pi \times 1{,}25\,.10^{-3} = \frac{\pi}{4}$ وبالتالي : $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

تحديد I_m :

لدينا : $u_{R\,m} = R.I_m$ أي : $I_m = \frac{u_{R\,m}}{R} = \frac{3}{20} = 0{,}15\,A$

تعبير $i(t)$ هو : $\boldsymbol{i(t) = 0,15\cos\left(400\pi.t - \frac{\pi}{4}\right)}$

2.1-إثبات أن الدراة في حالة رنين :

لإثبات أن الدارة في حالة رنين كهربائي يجب التحقق من : $Z = R$

يشير الفولطمتر الى التوتر الفعال بين مربطي الموصل الأومي : $U_R = R.I_{eff}$ أي: $I_{eff} = \frac{U_R}{R} = \frac{3}{20} = 0{,}15\,A$

نحدد ممانعة الدارة Z :

لدينا : $u_{AB\,m} = Z.I_m$ أي: $Z = \frac{u_{AB\,m}}{I_m} = \frac{U_m}{\sqrt{2}.I_{eff}}$ ت.ع : $Z = \frac{6}{0{,}15\times\sqrt{2}} = 28{,}28 \approx 28{,}3\,\Omega$

نلاحظ أن : $R + r_b = 20 + 8{,}3 = 28{,}3\,\Omega$ نستنتج إذن أن الدارة في حالة رنين .

2.2-تحديد L :

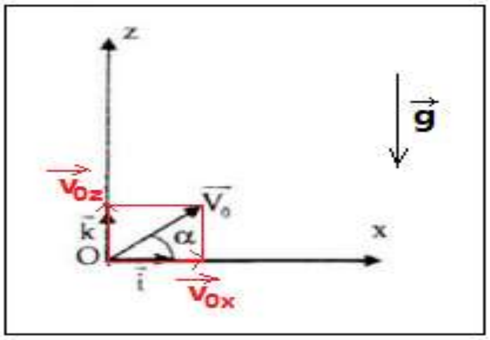
عند الرنين يكون : $L\omega = \frac{1}{C_2.\omega}$ أي: $L = \frac{1}{C_2.\omega^2}$ مع : $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

$L = \frac{T^2}{4\pi^2.C_2}$ ت. ع : $L = \frac{(5.10^{-3})^2}{4\pi^2\times10.10^{-6}} = 6,33.10^{-2}\ H$ أي: $L = 63,3\ mH$

الميكانيك

الجزء الاول : حركة كرة المضرب في مجال الثقالة المنتظم

1-إثبات التعبير العددي لمعادلة المسار $z = f(x)$:



المجموعة المدروسة : {كرة المضرب}

تخضع الكرة لوزنها $\vec{P}$ فقط .

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{k})$ الذي نعتبره غاليليا .

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G$$

$$m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$$

الشروط البدئية عند t=0 :

$$\overrightarrow{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \qquad \vec{g}\begin{cases} g_x = 0 \\ g_z = -g \end{cases} \qquad \vec{V}_0\begin{cases} V_{0x} = V_0 cos\alpha \\ V_{0z} = V_0 sin\alpha \end{cases}$$

الإسقاط على Ox :

$a_x = 0$ ⇐ الحركة مستقيمية منتظمة على المحور Ox

المعادلة الزمنية : $x(t) = (V_0cos\alpha)t + x_0 = (V_0cos\alpha)t$

الاسقاط على Oz:

$a_y = -g = Cte$ ⇐ الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام على Oz

المعادلة الزمنية : $z(t) = \frac{1}{2}a_z t^2 + V_{0z}t + z_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0sin\alpha)t$

استنتاج معادلة المسار :

$$x = (V_0cos\alpha)t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{V_0cos\alpha}$$

نعوض في t في المعادلة z(t) :

$$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0cos\alpha}\right)^2 + (V_0sin\alpha)\frac{x}{V_0cos\alpha} \Rightarrow z(x) = -\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}x^2 + x.tan\alpha$$

ت.ع:

$$z(x) = -\frac{9,8}{2\times13^2\times cos^2(45°)}x^2 + x.\tan(45°) \Longrightarrow z(x) = -5,8.10^{-2}.x^2 + x$$

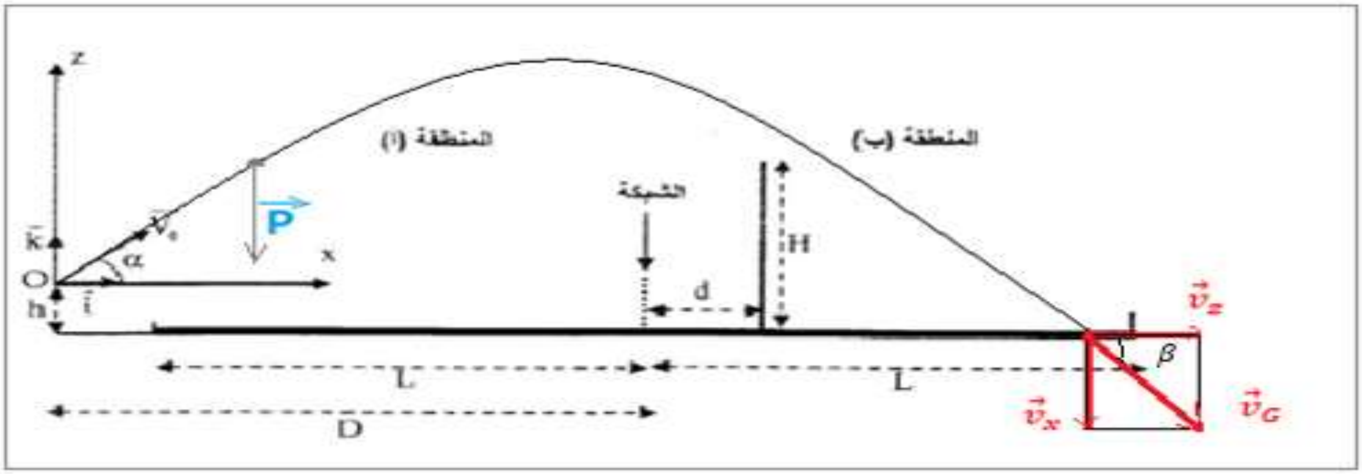
2-ليتمكن اللاعب من اعتراض الكرة يجب أن يكون : $z(d+D)+h \leq H$

حساب $z(D+d)$:

ت.ع : $z(D+d) = -5{,}8.10^{-2}.(D+d)^2 + D + d$ $\quad z(D+d) = -5{,}8.10^{-2}.(13+1)^2 + 13 + 1 = 2{,}63m$

الارتفاع الذي تمر فيه الكرة فوق راس اللاعب هو $z(D+d)+h = 2{,}63+0{,}7 = 3{,}33\ m$

بما أن : $z(D+d)+h > H = 3m$ فإن اللاعب لن يتمكن من اعتراض الكرة .



3-التحقق من ان الكرة تسقط في المنطقة (ب) :

عند سقوط الكرة على سطح الأرض يكون : $z=-h$ نعوض في معادلة المسار نحصل على :

أي: $-h = -5{,}8.10^{-2}.x^2 + x$ $\qquad -5{,}8.10^{-2}.x^2 + x + 0{,}7 = 0$

يوجد حلان لهذه المعادلة :

$$x_{1,2} = \frac{-1 \mp \sqrt{1^2 - 4\times(-5{,}8.10^{-2})\times 0{,}7}}{2\times(-5{,}8.10^{-2})} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 17{,}58\ m \\ x_2 = -0{,}34\ m < 0 \end{cases}$$

أفصور نقطة سقوط كرة المضرب موجبة أذن الحل الأنسب هو $x_1 = 17{,}83\ m$.

لتسقط الكرة في المنطقة (ب) يجب أن ينتمي أفصولها الى المجال : $x_1 < D + L = 12 + 13 = 25\ m$

بما أن $x_1 < 25\ m$، فإن الكرة تسقط في المنطقة (ب) .

4-تحديد إحداثيات متجهة سرعة G لحظة سقوط الكرة على سطح الأرض

ليكن t_1 مدة السقوط و x_1 أفصوله حيث :

مع : $x_1 = 17{,}83\ m$ $\quad x_1 = (V_0 cos\alpha)t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{x_1}{V_0 cos\alpha}$

- ❖ إحداثيات السرعة على المحور Ox : $v_{x1} = V_0 cosa$ ت.ع : $v_{x1} = 13\times\cos(45°) = 9{,}19\ m.s^{-1}$
- ❖ إحداثيات السرعة على المحور Oz : $v_{z1} = -gt_1 + V_0 sin\alpha$ أي: $v_{z1} = -g.\frac{x_1}{V_0 cos\alpha} + V_0 sin\alpha$

ت.ع : $v_{z1} = -9{,}8 \times \frac{17{,}58}{13\times\cos(45°)} + 13 \times \sin(45°) = -9{,}55\ m.s^{-1}$

❖ اتجاه السرعة تكون زاوية β مع الخط الأفقي حيث :

$$tan\beta = \left|\frac{v_{z1}}{v_{x1}}\right| \Rightarrow \beta = tan^{-1}\left|\frac{-9{,}55}{9{,}19}\right| \Longrightarrow \beta = 46{,}1°$$

متجهة السرعة $\overrightarrow{v_G}$ تكون زاوية $\beta = 46{,}1°$ مع المحور الافقي (أنظر الشكل أعلاه) .

5-أيجاد القيمتين الحديتين للسرعة البدئية v_0 :

- لكي تسقط الكرة في المنطقة (ب) : القيمة الحدية للأفصول x هو : $x = D + L$ و الأنسوب z هو : $z(D + L) = -h$

نعوض في معادلة المسار نحصل على : $z(D + L) = -h \Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D + L)^2 + (D + L).tan\alpha = -h$

أي: $\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D + L)^2 = (D + L).tan\alpha + h$ $\quad v_0 = \sqrt{\frac{g(D+L)^2}{2[(D+L).tan\alpha+h].cos^2\alpha}} \Longrightarrow v_0 = \frac{D+L}{cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2[(D+L).tan\alpha+h]}}$

ت.ع : $v_0 = \frac{13+12}{\cos(45°)}\sqrt{\frac{9{,}8}{2\times[(13+12)\times\tan(45°)+0{,}7]}} \Longrightarrow v_0 = 15{,}44\ \ m.s^{-1}$

- لكي تمر الكرة فوق اللاعب المنافس يجب أن يكون الافصول : $x = D + d$ و الأنسوب الحدي هو : $z(D + d) + h = H$

نعوض في معادلة المسار نحصل على :

$$-\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D + d)^2 + (D + d).tan\alpha + h = H$$

$$\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D + d)^2 = (D + d).tan\alpha + h - H$$

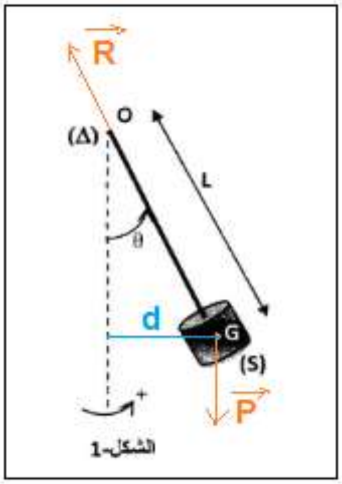
ومنه : $v_0 = \sqrt{\frac{g(D+d)^2}{2[(D+d).tan\alpha+h-H].cos^2\alpha}} \Longrightarrow v_0 = \frac{D+d}{cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2[(D+d).tan\alpha+h-H]}}$

ت.ع : $v_0 = \frac{13+1}{\cos(45°)}\sqrt{\frac{9{,}8}{2\times[(13+1)\times\tan(45°)+0{,}7-3]}} \Longrightarrow v_0 = 12{,}81\ \ m.s^{-1}$

الجزء الثاني : دراسة حركة نواس وازن

1-حالة النظام الدوري :

1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي θ :



المجموعة المدروسة : $\{$النواس الوازن$\}$

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن النواس و $\vec{R}$: تأثير محور الدوران (Δ)

تطبيق العلاقة الاساسية للديناميك في حالة الدوران :

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta} \quad (1) \Leftarrow \sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$M_\Delta(\vec{R}) = 0$ و $M_\Delta(\vec{P}) = -Pd$ مع : $d = L.sin\theta$ نعوض في المعادلة (1) :

$$-m.g.L.sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بالنسبة للزوايا الصغيرة نأخذ : $sin\theta \simeq \theta$ المعادلة التفاضلية تكتب : $J_\Delta.\ddot{\theta} +$

$m.g.L.sin\theta = 0$

أو : $$\ddot{\theta} + \frac{m.g.L}{J_\Delta}.\theta = 0$$

1.2-إيجاد تعبير الدور الخاص T_0 :

حل المعادلة الفاضلية يكتب :

ومنه : $\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$ وبالتالي : $\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$ ، $\ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta + \frac{m.g.L}{J_\Delta}.\theta = 0$ أي: $\underbrace{\theta}_{\neq 0}\left[\underbrace{-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{m.g.L}{J_\Delta}}_{=0}\right] = 0$ وبالتالي : $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{m.g.L}{J_\Delta} = 0$

$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{m.g.L}{J_\Delta}}$ أو : $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}$ نستنتج تعبير الدور الخاص : $$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}$$

1.3-التحقق من أن لتعبير الدور الخاص بعد زمني :

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}$ وبالتالي : $[T_0]^2 = \frac{[J_\Delta]}{[m].[g].[L]}$ مع : $J_\Delta = \sum mr^2$ أي : $[J_\Delta] = [m][L]^2$

$$[g] = \frac{[L]}{[t]^2}$$

$$[T] = [t] \Leftarrow [T_0]^2 = \frac{[m][L]^2}{[m].[L].[t]^{-2}.[L]} = [t]^2$$

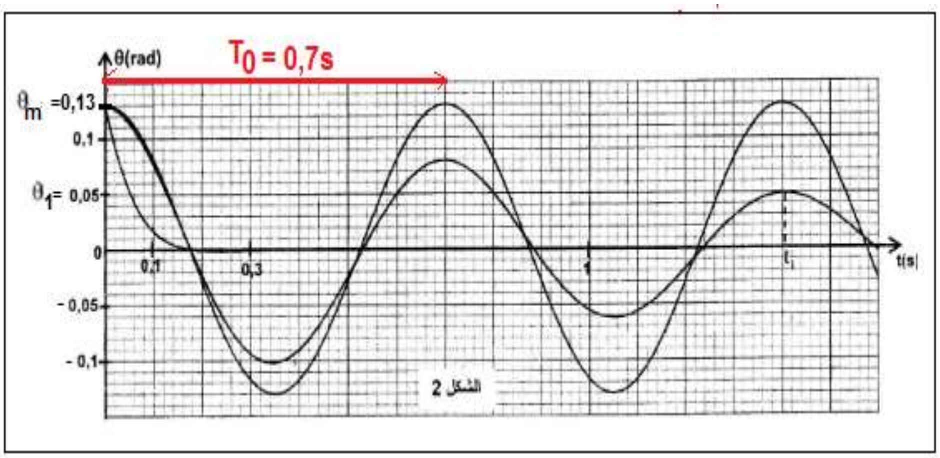
نستنتج أن للدور الخاص T_0 بعد زمني .

1.4-تحديد قيمة J_Δ :

لدينا : $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}$ أي : $\left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 = \frac{J_\Delta}{m.g.L}$ أي : $J_\Delta = \frac{T_0^2.m.g.L}{4\pi^2}$

مبيانيا من الشكل 2 : الدور الخاص : $T_0 = 0,7\,s$

ت.ع : $J_\Delta = \frac{0,7^2\times0,4\times0,5\times9,8}{4\pi^2} = 0,024\,kg.m^2 \Longrightarrow J_\Delta = 2,4.10^{-2}\,kg.m^2$



1.5-إيجاد تعبير الطاقة الحركية للمتذبذب :

الطاقة الحركية للمتذبذب تكتب : $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ مع : $\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

ومنه : $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta.\left[-\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\frac{2\pi}{T_0}\right)\right]^2$ أي: $E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\theta_m^2.sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)$

نعلم أن : $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{m.g.L}{J_\Delta}}$ أي : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{m.g.L}{J_\Delta}$ نعوض في تعبير E_C نجد : $E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta..\theta_m^2.\frac{m.g.L}{J_\Delta}.sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)$

$$E_C = \frac{1}{2}.m.g.L.\theta_m^2\left[1-cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\right] = \frac{1}{2}.m.g.L\left[\theta_m^2 - \underbrace{\theta_m^2 cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)}_{=\theta}\right]$$

$$E_C = \frac{1}{2}m.g.L.(\theta_m^2-\theta^2)$$

مبيانيا (أنظر الشكل أسفله) نجد : $\theta_m = 0,13\,rad$

عند موضع التوازن يكون $\theta = 0$

ت. ع : $E_C = \frac{1}{2}\times 0,4\times 9,8\times 0,5\times(0,13^2-0) = 0,0166 \Longrightarrow E_c = 1,66.10^{-2}\,J$

2-إيجاد تغير الطاقة الميكانيكة في حالة النظام شبه الدوري :

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_P = m.g.z+C$ الحالة المرجعية $E_P = 0$ عند $z = 0$ ومنه $C = 0$

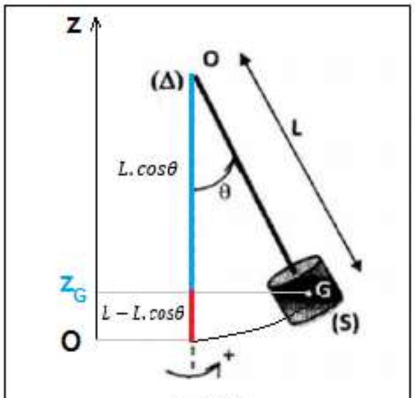
وبالتالي : $E_p = m.g.z$ مع : $z = L(1-cos\theta)$ باعتبار الزاوية θ صغيرة نكتب : $cos\theta \simeq 1-\frac{\theta^2}{2}$

ومنه نكتب : $z = L\left(1-\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)\right) = L.\frac{\theta^2}{2}$

تعبير E_p هو : $E_P = m.g.l.\frac{\theta^2}{2}$

تغير طاقة الوضع الثقالية:

$$\Delta E_p = E_p(t=t_1) - E_p(t=0) = m.g.L\left(\frac{\theta_1^2}{2} - \frac{\theta_m^2}{2}\right) = \frac{1}{2}m.g.L.(\theta_1^2 - \theta_m^2)$$



الشكل-1

من خلال منحنى الشكل 2 (أنظر الشكل 2 أعلاه) نلاحظ عند اللحظتين : $t=0$ و $t=t_1$

تكون θ قصوية وبالتالي تكون السرعة منعدمة وبالتالي الطاقة الحركية منعدمة اي :

$E_C(t=0) = 0$ و $E_C(t=t_1) = 0$

ومنه : $\Delta E_C = E_c(t=t_1) - E_c(t=0) = 0$

تغير الطاقة الميكانيكية : $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_P = \Delta E_P$

عند $t=0$ مبيانيا نجد : $\theta = \theta_m = 0{,}13\ rad$ و عند $t=t_1$ نجد : $\theta_1 = 0{,}05\ rad$

ت. ع : $\Delta E_m = \frac{1}{2} \times 0{,}4 \times 9{,}8 \times 0{,}5 \times (0{,}05^2 - 0{,}13^2) = 0{,}0141\ J \Rightarrow \Delta E_m = -1{,}41.10^{-2}\ J$