

تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء 2013 الدورة العادية
مسلك العلوم الرياضية

الكيمياء

الجزء الأول : من التحول الكيميائي غير الكلي الى التحول الكلي

1-التتبع الزمني لتحول كيميائي

1.1-تعريف زمن التفاعل :

زمن نصف التفاعل هو المدة الزمنية اللازمة لكي يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية .

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0,08}{2} = 0,04 \text{ mol}$$

بإستعمال المبيان وبالإسقاط نحصل على $t_{1/2} = 15 \text{ min}$

2.1-حساب قيمة السرعة الحجمية $v(0)$:

$$V_B = \frac{m(B)}{\rho(B)} = \frac{n(B) \cdot M(B)}{\rho(B)} = \frac{0,12 \times 88}{0,810} = 13 \text{ mL}$$

حساب حجم الكحول المستعمل:

$$V = V_A + V_B = 11 + 13 = 24 \text{ mL}$$

ومنه حجم الخليط:

$$v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt}$$

السرعة (0) الحجمية عند اللحظة t تعطى العلاقة التالية :

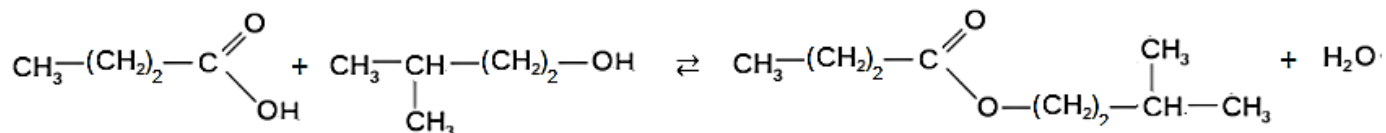
حساب السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 0$:

$$v(0) = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{t=0} = \frac{1}{24 \cdot 10^{-3} \text{ L}} \times \frac{(0,08-0) \text{ mol}}{(25-0) \text{ min}} \Rightarrow v \approx 0,13 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

مبياننا نجد :

2-مردود التفاعل

2.1-معادلة تفاعل الاسترة :



اسم الاستر : بوتانوات 3-مethyl البوتيل

2.2-كمية مادة الحمض البدئية $n_i(A)$:

$$n_{i(A)} = \frac{m(A)}{M(A)} = \frac{\rho(A) \cdot V_A}{M(A)} = \frac{0,056 \times 11}{88} \Rightarrow n_i(A) \approx 0,12 \text{ mol}$$

2.3-حساب قيمة ثابتة التوازن K :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$A + B \rightleftharpoons E + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	0,12	0,12	0	0
حالة التحول	x	0,12 - x	0,12 - x	x	x
الحالة النهائية	x_{eq}	0,12 - x_{eq}	0,12 - x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}

$$K = Q_{r,eq} = \frac{[E]_{eq} \cdot [eau]_{eq}}{[A]_{eq} \cdot [B]_{eq}} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \cdot \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{eq}}{V}} \Rightarrow K = \frac{x_{eq}^2}{(0,12 - x_{eq})^2}$$

$$K = 4 \Leftrightarrow K = \frac{0,08^2}{(0,12 - 0,08)^2} \Leftrightarrow x_{eq} = 0,08 \text{ mol}$$

مبيانيا نجد :

2.4-أ-حساب التقدم النهائي :

جدول تقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$A + B \rightleftharpoons E + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	0,12	0,24	0	0
حالة التحول	x	0,12 - x	0,24 - x	x	x
الحالة النهائية	x_{eq}	0,12 - x_{eq}	0,24 - x_{eq}	x_{eq}	x_{eq}

$$K = \frac{[E]_f \cdot [eau]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \cdot \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{eq}}{V}} = \frac{x_{eq}^2}{(0,12 - x_{eq}) \cdot (0,24 - x_{eq})} = 4$$

$$3x_{eq}^2 - 1,44x_{eq} + 0,1152 = 0 \text{ ومنه نجد :}$$

$$\Delta = 0,6912 \text{ هناك حلين :}$$

$$x_1 = 0,38 \text{ mol} > x_{max} \quad \checkmark \text{ لا يمكن}$$

$$x_2 = 0,10 \text{ mol} \quad \checkmark$$

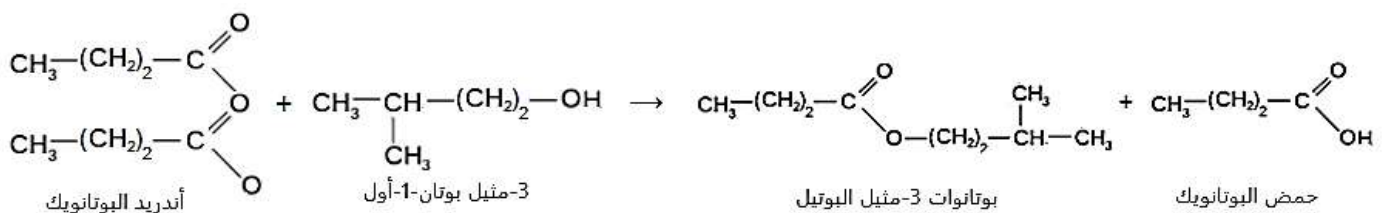
$$x_{eq} = 0,1 \text{ mol} \text{ اذن :}$$

ثابتة التوازن لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة ومنه K ستحتفظ بنفس القيمة السابقة .

$$r = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{0,1}{0,12} = 0,83 \Rightarrow r = 83 \% \text{ ب-مردود التفاعل :}$$

3-التحكم في تطور المجموعة الكيميائية

3.1-معادلة التفاعل :



3.2-حساب الكتلة $m(E)$:

$$n_i(B) = \frac{\rho(B) \cdot V_B}{M(B)} = \frac{0,810 \times 13}{88} \approx 0,12 \text{ mol} \text{ كمية مادة الكحول البدئية :}$$

$$n_i(AN) = \frac{\rho(AN) \cdot V_{AN}}{M(AN)} = \frac{0,966 \times 14}{158} \approx 0,085 \text{ mol} \text{ كمية مادة الأنديريد البدئية :}$$

$$x_{max} = n_i(AN) = 0,085 \text{ mol} \text{ المتفاعل المحد هو الأنديريد ومنه التقدم الأقصى هو :}$$

$$x_{max} = 0,085 \text{ mol} \text{ التفاعل الكلي} \Leftarrow \text{كمية مادة الاستر الناتج :} \quad n(E) = x_{max} \text{ مع}$$

$$m(E) = x_{max} \cdot M(E) = 0,085 \times 158 \Rightarrow m(E) \approx 13,4 \text{ g}$$

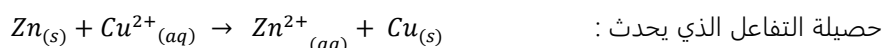
للتذكير فإن الصيغة الإجمالية للاستر E هي نفس صيغة أندريد البوتانيك : $C_9H_{18}O_2 \Leftrightarrow$ كتلته المولية : $M = 158g.mol^{-1}$

الجزء الثاني : من التحولات التلقائية الى التحولات القسرية

1-التحول التلقائي

1.1-إلكترون المرتبط بالمربط الموجب للامبير متر هو الكاثود وبالتالي **صفحة النحاس هو الكاثود**.

1.2-حساب كمية الكهرباء Q :



الجدول الوصفي :

حالة المجموعة	$Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$				كمية مادة e^{-} المتبادلة
البديئة	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n(e^{-}) = 0$
بعد تمام المدة Δt	$n_i(Zn) - x$	$n_i(Cu^{2+}) - x$	$n_i(Zn^{2+}) + x$	$n_i(Cu) + x$	$n(e^{-}) = 2x$

حسب الجدول لدينا :

$$Q = 2x.F \text{ ومنه } n(e^{-}) = \frac{Q}{F} \text{ مع } 2x = n(e^{-})$$

تغير كمية مادة Cu^{2+} : $\Delta n(Cu^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) - x - n_i(Cu^{2+}) = -x$

تغير تركيز Cu^{2+} يكتب :

$$\Delta[Cu^{2+}] = \frac{\Delta n(Cu^{2+})}{V} \Rightarrow \Delta n(Cu^{2+}) = \Delta[Cu^{2+}].V$$

$$Q = 2x.F = 2.(-\Delta n(Cu^{2+})).F \Rightarrow$$

$$Q = -2\Delta[Cu^{2+}].V.F$$

ت.ع :

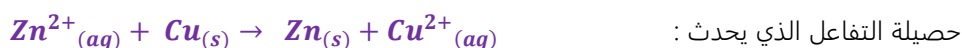
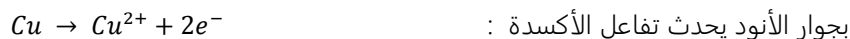
$$Q = -2 \times [2,5 \times 10^{-3} - 10^{-2}] \times 150 \times 10^{-3} \times 96500 \Rightarrow Q \approx 217C$$

2-التحول القسري

2.1-تعيين الإلكترون الذي يلعب دور الكاثود :

الصفحة المرتبطة بالقطب السالب للوحة الشمسية هي الكاثود ، وبالتالي **إلكترون الزنك هو الذي يلعب دور الكاثود**.

2.2-المعادلة الحصلة للتفاعل الكيميائي :



2.3-حساب المدة Δt :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

حالة المجموعة	$Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$				كمية مادة ϵ المتبادلة
البديئية	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n(\epsilon) = 0$
بعد تمام المدة Δt	$n_i(Zn^{2+}) - x$	$n_i(Cu) - x$	$n_i(Zn) + x$	$n_i(Cu^{2+}) + x$	$n(\epsilon) = 2x$

لنحدد تركيز أيونات الزنك Zn^{2+} في اللحظة $t=0$ أي عند وضع قاطع التيار في الموضع 2 .

$$[Zn^{2+}]_i = [Zn^{2+}]_0 + \frac{Q}{2.F.V} = 10^{-2} + \frac{217}{2 \times 96500 \times 0,15} = 17,5.10^{-3} mol/L$$

من خلال نصف المعادلة : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$ يتضح أن كمية مادة Zn^{2+} المتفاعلة :

$$n(Zn^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2}$$

ومن خلال جدول تقدم التفاعل كمية مادة Zn^{2+} المتفاعلة : $n(Zn^{2+}) = x$ إذن :

$$x = \frac{n(e^-)}{2}$$

ونعلم أن : $n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F}$ إذن $x = \frac{I.\Delta t}{2.F}$ كذلك من خلال جدول تقدم التفاعل :

$$[Zn^{2+}] = [Zn^{2+}]_i - \frac{x}{V}$$

$$[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t} = \frac{I.\Delta t}{2.F.V} \Leftrightarrow [Zn^{2+}]_{\Delta t} = [Zn^{2+}]_i - \frac{I.\Delta t}{2.F.V}$$

$$\Delta t = \frac{[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t}}{I} \quad \text{ومنه :}$$

$$\Delta t = \frac{2 \times 96500 \times 0,15}{15.10^{-3}} \times (17,5.10^{-3} - 5.10^{-3}) = 24125s \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ h } 42 \text{ min } 5 \text{ s} \quad \text{ت.ع.}$$

الفيزياء

تمرين 1 من تبدد الضوء الى الحيود

1-تبدد الضوء

1.1-تعبير طول الموحة :

$$n_R = \frac{\lambda_{0R}}{\lambda_R} \Rightarrow \lambda_R = \frac{\lambda_{0R}}{n_R}$$

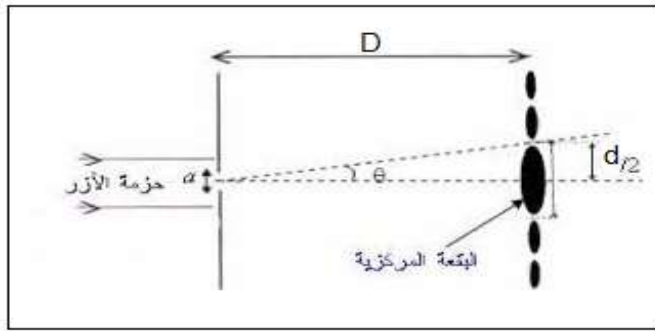
1.2-حساب قيمة كل من A و B :

$$\begin{cases} n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \\ n_V = A + \frac{B}{\lambda_{0V}^2} \end{cases} \Rightarrow n_R - n_V = \frac{B}{\lambda_{0R}^2} - \frac{B}{\lambda_0^2} = B \left(\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} \right) \Rightarrow B = \frac{n_R - n_V}{\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}}$$

$$B = \frac{1,51 - 1,52}{\frac{1}{0,768^2} - \frac{1}{0,434^2}} \Rightarrow B = 2,77.10^{-3} \mu m^2$$

$$\text{لدينا : } n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \text{ أي : } A = n_R - \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$$

$$A = 1,51 - \frac{2,77 \cdot 10^{-3}}{0,768^2} \Rightarrow A \approx 1,50$$



2-حيود الضوء :

2.1-تعبير d عرض البقعة المركزية :

$$\text{لدينا : } \tan \theta = \frac{d/2}{D} = \frac{d}{2D}$$

باعتبار الزاوية θ صغيرة نكتب : $\tan \theta \approx \theta$ أي : $\theta = \frac{d}{2D}$

نعلم أن : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ ومنه فإن : $\frac{d}{2D} = \frac{\lambda}{a}$ أي : $d = \frac{2\lambda \cdot D}{a}$

$$2\lambda \cdot D \cdot \frac{1}{a}$$

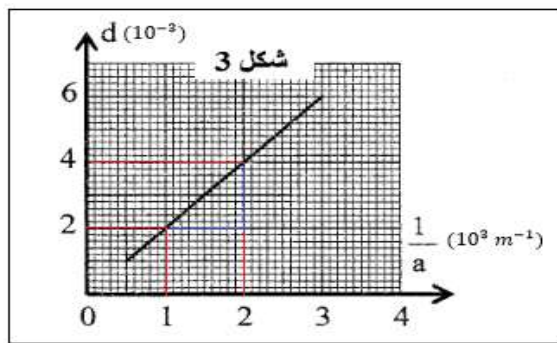
2.2-تحديد λ طول الموجة :

معادلة المنحنى $d = f\left(\frac{1}{a}\right)$ هي : $d = K \cdot \frac{1}{a}$

$$K = \frac{\Delta d}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{(4-2) \times 10^{-3}}{(2-1)10^3} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{حيث : } 2\lambda \cdot D = K \text{ أي : } \lambda = \frac{K}{2D} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \times 1,5} = 667 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = 667 \text{ nm}$$



تمرين 2 : من الطاقة الشمسية الى الطاقة الكهربائية

1-شحن المكثف وتفريغه

1.1-موافقة كل جزء من المبيان بموضع قاطع التيار :

الجزء (a) يوافق قاطع التيار في الموضع 2

الجزء (b) يوافق قاطع التيار في الموضع 0

الجزء (c) يوافق قاطع التيار في الموضع 1

• استنتاج I_0 :

$$\begin{cases} q(t) = I_0 \cdot t \\ q(t) = C \cdot u_C \end{cases} \Rightarrow I_0 \cdot t = C \cdot u_C \Rightarrow u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t \quad (1)$$

معادلة الدالة $u_C = f(t)$ هي : $u_C = k \cdot t$ (2) بتطابق العلاقتين (1) و (2) نجد : $\frac{I_0}{C} = k$ أي : $I_0 = k \cdot C$

$$I_0 = \frac{2,25}{1,5} \times 0,1 \Rightarrow I_0 = 0,15 \text{ A} \quad \text{ت.ع :}$$

1.2-المعادلة التفاضلية التي تحققها $q(t)$ شحنة المكثف :

أ-أثناء الشحن :

$$\text{لدينا : } q(t) = I_0 \cdot t \text{ أي : } dq = I_0 \cdot dt \text{ مع : } I_0 = Cte \text{ ومنه : } \frac{dq}{dt} = I_0$$

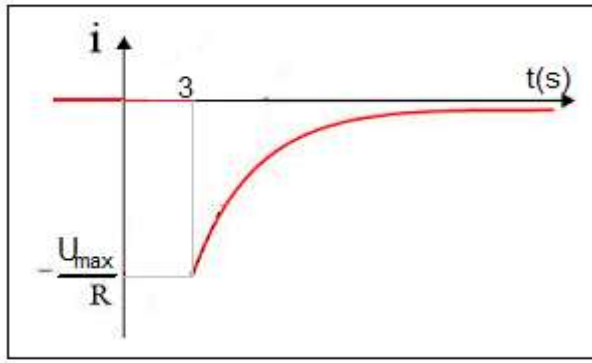
ب-خلال التفريغ :

$$\text{حسب قانون إضافية التوترات : } u_R + u_C = 0 \text{ أي : } Ri + u_C = 0 \Leftrightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \text{ نستنتج : } R \cdot C \cdot \frac{dq}{dt} + q = 0$$

$$\text{مع : } i = \frac{dq}{dt}$$

1.3- استنتاج تعبير شدة التيار $i(t)$:

يحدث التفريغ خلال المجال $t \geq 3s$ حيث :



$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \left(U_m \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \right) \\ &= C \cdot U_m \left(-\frac{1}{\tau} \right) \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ &= -\frac{C \cdot U_m}{\tau} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ &= -\frac{C \cdot U_m}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ i(t) &= -\frac{U_m}{R} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \end{aligned}$$

$$i(t) = -\frac{2,25}{10} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{10 \times 0,1}} \Rightarrow \text{ت.ع. :}$$

$$i(t) = -0,225 \cdot e^{-(t-3)}$$

• تمثيل هيئة المنحنى $i = f(t)$ حيث $t \geq 3s$:

2- شحن مكثف بواسطة رتبة توتر صاعدة

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_C = U_0$

$$R_0 \cdot i + u_C = U_0$$

$$\text{مع : } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ ومنه : } R_0 \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = U_0$$

2.2- تحديد الثابتين A و B :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

في النظام الدائم لدينا $t \rightarrow +\infty$ ومنه : $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$ إذن : $u_C(t) \rightarrow B$

مقارب المنحنى $u_C(t)$ هو $u_C = U_0 = 2,25 V$

$$B = U_0 = 2,25 V \quad \text{نستنتج :}$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $u_C(0) = A \cdot e^0 + B = 0$

$$A = -B = -2,25 V \quad \text{أي :}$$

2.3- تعبير شدة التيار $i(t)$ أثناء الشحن :

$$\text{لدينا : } u_C(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0 \quad \text{وبالتالي : } i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \left[-U_0 \left(-\frac{1}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + 0 \right] = \frac{C \cdot U_0}{R_0 \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = \frac{U_0}{R_0} \cdot e^{-\frac{t}{R_0 C}} \quad \text{تعبير شدة التيار هو :}$$

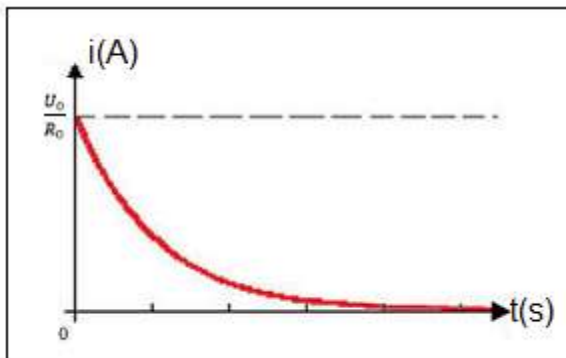
$$\text{ت.ع. : } i(t) = \frac{2,25}{50} \cdot e^{-\frac{t}{50 \times 0,1}} \Rightarrow i(t) = 0,045 \cdot e^{-0,2t}$$

• تمثيل هيئة المنحنى $i(t)$:

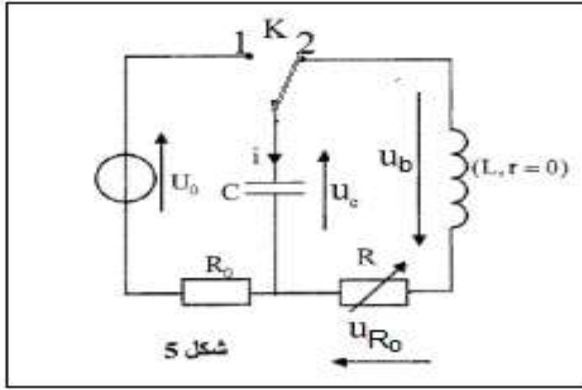
باستعمال الشكل 2 نحدد المدة Δt الذي استغرقها الشحن الكلي لمكثف مريم

وهي : $\Delta t = 1,5 s$ وتمثل مدة الشحن الكلي لمكثف أحمد نكتب :

$$\Delta t = 5\tau \quad \text{أي : } 5R_0 \cdot C = \Delta t \quad \text{ومنه : } R_0 = \frac{\Delta t}{5C} = \frac{1,5}{5 \times 0,1} \Rightarrow R_0 = 3 \Omega$$



3-التذبذبات في دائرة RLC



3.1-أ- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c :

حسب قانون إضافية التوترات : (1) $u_b + u_R + u_c = 0$

حسب قانون أوم : $u_L = L \frac{di}{dt} + ri = L \frac{di}{dt}$ لأن $r = 0$

$u_R = R_1 \cdot i = 0$ لأن $R_1 = 0$

المعادلة (1) تكتب : $L \frac{di}{dt} + u_c = 0$

مع : $\frac{di}{dt} = C \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2}$ و $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$

تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل : $L \cdot C \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_c = 0 \quad \text{أو :}$$

• إيجاد تعبير الدور الخاص :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_c = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$ ب الاشتقاق نحصل على : $\frac{du_c}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

بالاشتقاق مرة ثانية نحصل على : $\frac{d^2 u_c}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} \right] \cdot u_c(t) = 0 \Leftrightarrow -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_c(t) + \frac{1}{LC} \cdot u_c(t) = 0$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

ومنه : $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} = 0$ أي : $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ وبالتالي

• تحديد قيمة L :

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ أي : $T_0^2 = 4\pi^2 LC$ ومنه :

$$L = \frac{1^2}{4\pi^2 \times 0,1} \Rightarrow L = 0,25 \text{ H}$$

مبيانيا و حسب الشكل 6 الدور الخاص هو $T_0 = 1\text{s}$ ت.ع :

ب- حساب I_{max} شدة التيار القصوى :

حسب تعبير الطاقة الكلية : $E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = cte$

عندما تكون E_e قصوى أي $E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2$ تكون $i = 0$ وبالتالي

وعندما تكون E_m قصوى أي $E_m = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$ تكون $u_c = 0$ وبالتالي

نكتب من العبارتين : $\frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$ أي : $I_{max}^2 = \frac{C}{L} \cdot U_0^2$ نستنتج : $I_{max} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$

$$I_{max} = 2,25 \times \sqrt{\frac{0,1}{0,25}} \Rightarrow I_{max} \approx 1,42 \text{ A} \quad \text{ت.ع :}$$

3.2-إيجاد تعبير $\frac{dE_T}{dt}$:

حسب تعبير الطاقة الكلية للدائرة : $E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2$ مع : $i = C \frac{du_c}{dt}$

$$E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 \Leftrightarrow E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot \left(C \frac{du_c}{dt} \right)^2$$

ننجز الاشتقاق ل E_T :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} C \cdot \frac{d}{dt} (U_c^2) + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 \right]$$

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2} C \cdot \frac{d}{dt} \left(2u_c \cdot \frac{du_c}{dt} \right) + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \frac{d}{dt} \left[2 \frac{du_c}{dt} \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right] \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} \left(u_c + L \cdot C \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = i \left(u_c + L \cdot C \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right) \quad (1)$$

من خلال المعادلة التفاضلية $L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} + R_2 \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ إذن : $L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = -R_2 \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} = -R_2 \cdot i$

$$\frac{dE_T}{dt} = -R_2 \cdot i^2$$

العلاقة (1) تكتب :

تمرين 3

الجزء الاول : من السقوط الحر الى السقوط بالاحتكاك

1-دراسة حركة الكرة (a) في الهواء

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكرة :

المجموعة المدروسة : الكرة

جهد القوى : \vec{P} : زونها فقط

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم ($O; \vec{j}$) المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا .

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oy :

$$P = m \cdot a_y \quad \text{أي} \quad m a_y = m g \quad \text{ومنه} \quad \frac{dv}{dt} = g$$

1.2- حساب الارتفاع h :

سرعة الكرة : $v = g \cdot t + v_0$ مع $v_0 = 0$

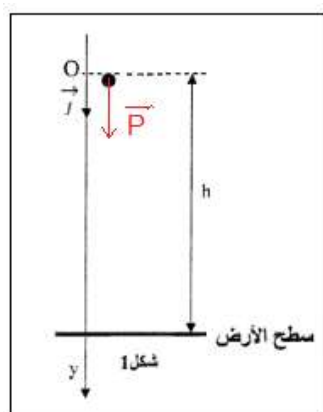
المعادلة الزمنية : $y = \frac{1}{2} g t^2 + y_0$ مع $y_0 = 0$

تصل الكرة الى سطح الارض عند $t_a = 0,41 \text{ s}$ حيث $y = h$: المعادلة التفاضلية تكتب :

$$h = \frac{1}{2} g t_a^2$$

$$h = \frac{1}{2} \times 9,80 \times (0,41)^2 \Rightarrow h = 0,82 \text{ m}$$

ت.ع :



2-دراسة حركة الكرة (b) في الماء :

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكرة :

المجموعة المدروسة : الكرة (b)

جرد القوى :

\vec{P} : وزنها

\vec{F} : دافعة أرخميدس

\vec{f} : قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ أي : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

الإسقاط على المحور Oy : $m \cdot g - \rho \cdot V \cdot g - K \cdot v^2 = P - F - f = m \cdot a_G$

$$\frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right) g - \frac{K}{m} \cdot v^2$$

2.2- تحديد قيمة K بالاعتماد على الشكل 2 :

في النظام الدائم تصبح السرعة ثابتة : $v = v_l = cte$ ومنه : $\frac{dv}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right) g - \frac{K}{m} \cdot v_l^2 = 0$ نستنتج : $K = \frac{m \cdot g \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right)}{v_l^2}$ أو $K = g \frac{(m - \rho \cdot V)}{v_l^2}$

مبيانيا حسب الشكل 2 نحصل على $v_l = 0,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$K = 9,80 \times \frac{(6 \cdot 10^{-3} - 10^{-3} \times 2,57 \cdot 10^{-6})}{(0,85)^2} = 4,56 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

2.3- حساب $a_{th}(0)$ التسارع النظري لتسارع G :

عند $t = 0$ لدينا : $v(0) = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب : $a_{th}(0) = \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right) g$

$$a_{th}(0) = \left(1 - \frac{10^{-3} \times 2,57 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-3}}\right) \times 9,80 \Rightarrow a_{th} = 5,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad \text{ت.ع.}$$

• التحقق من توافق قيمة a_{th} مع قيمة a_{exp} القيمة التجريبية لتسارع G :

القيمة التجريبية لتسارع مركز قصو الكرة توافق المعامل الموجه لمماس المنحنى $v(t)$ عند اللحظة $t = 0$ حيث :

$$a_{exp}(0) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,56-0}{0,10-0} = 5,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

نلاحظ أن قيمة $a_{th}(0)$ تتوافق مع قيمة $a_{exp}(0)$ أي : $a_{th}(0) \approx a_{exp}(0)$

3- الفرق بين مدتي السقوط :

3.1- التعبير عن المدة Δt :

• ليكن t_1 مدة سقوط الكرة (a) في الهواء بعد قطع الارتفاع $2h$: $2h = \frac{1}{2} g t_1^2$ بما أن $h = \frac{1}{2} g t_a^2$ (السؤال 1.2) نحصل على :

$$t_1 = t_a \sqrt{2} \quad \text{أي : } 2t_a^2 = t_1^2$$

• ليكن t_2 مدة سقوط الكرة (b) في الماء بعد قطع الارتفاع $2h$: بحيث : $t_2 = t_b + \frac{h}{v_l}$

t_b^* مدة السقوط خلال الارتفاع h الاول حيث تصل الى النظام الدائم .

$t_b' = \frac{h}{v_l}^*$ مدة السقوط خلال الارتفاع h الثاني تكون حركتها مستقيمة منتظمة .

المدة الفاصلة بين لحظتي وصول الكرتين الى سطح الأرض : $\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = t_b + \frac{h}{v_l} - t_a \sqrt{2}$

3.2- حساب Δt :

$$\Delta t = 1,1 + \frac{0,82}{0,85} - 0,42\sqrt{2} \Rightarrow \Delta t \approx 1,48 \text{ s}$$

الجزء الثاني : من المدار الدائري المنخفض الى المدار الدائري المرتفع

1- تحديد بعد الثابتة G باستعمال معادلة الأبعاد :

$$[G] = \frac{[F][L]^2}{[M]^2} \Leftarrow G = \frac{F.d^2}{m.M} \quad \text{وحده } F = G \frac{m.M}{d^2} \text{ ومنه :}$$

$$[F] = [M].[L][T]^{-2} \quad \text{ومنه :} [a] = \frac{[L]}{[t]^2} = [L][T]^{-2} \Leftarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \text{ و } F = m.a \text{ لدينا :}$$

$$[G] = \frac{[M].[L][T]^{-2}[L]^2}{[M]^2} \Rightarrow [G] = [L]^3.[T]^{-2}.[M]^{-1}$$

وحدة الثابتة G هي : $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$

2- تعبر T_1 بدلالة r_1 و T_2 و r_2 :

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المنخفض : $T_1^2 = Kr_1^3$

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المرتفع : $T_2^2 = Kr_2^3$

$$T_1 = T_2 \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3} \Leftarrow T_1^2 = \frac{T_2^2}{r_2^3} \cdot r_1^3 \Leftarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

$$T_1 = 24 \sqrt{\left(\frac{6700}{42400}\right)^3} \Rightarrow T_1 = 1,51 \text{ h} \quad \text{تطبيق عددي :}$$

3- تعبر \vec{a}_S متجهة التسارع للقمر (S) :

المجموعة المدروسة : القمر الإصطناعي (S)

جاء القوى : قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الارض على القمر : $\vec{F}_{T/S} = -G \frac{m.M_T}{OE^2} \cdot \vec{u}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}_S$ أي : $-G \frac{m.M_T}{OE^2} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a}_S$ متجهة التسارع : $\vec{a}_S = -G \frac{M_T}{OE^2} \cdot \vec{u}$

المنظم هو : $a_s = G \cdot \frac{M_T}{OE^2} \cdot \|\vec{u}\|$

أي : $a_s = G \cdot \frac{M_T}{OE^2}$

تحديد المسافة OE :

بما أن النقطة E تنتمي الى المحور الصغير

للإهليج ، فإن : $OE = O'E$ حسب خاصية

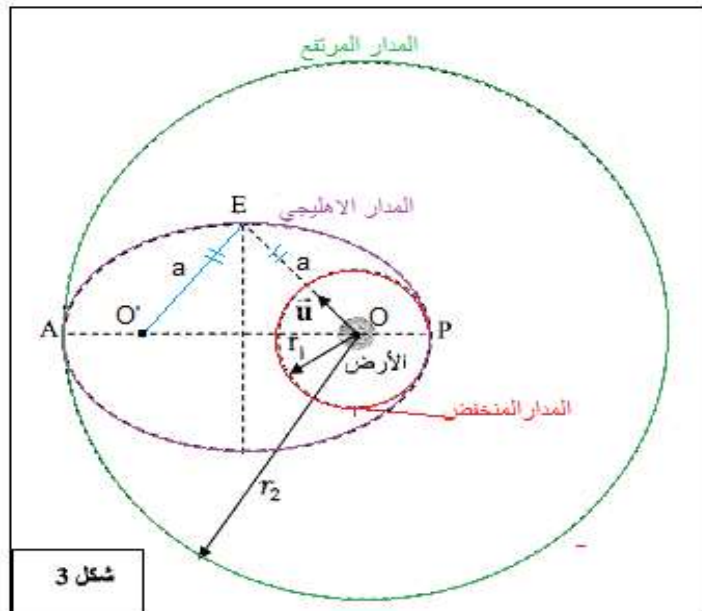
الإهليج فإن : $2a = OE + O'E$

النقطة E توجد على نفس المسافة من

البؤرتين أي : $OE = O'E$ ومنه : $2OE = 2a$

$OE = a$

حسب خاصية الإهليج طول المحور الكبير :



أي :

$$O'A = r_2 \text{ و } OA = r_1 : \text{مع } OA + O'A = 2a$$

$$\text{ومنه : } r_1 + r_2 = 2a$$

$$\text{وبالتالي : } a = \frac{r_1 + r_2}{2} \text{ أي } OE = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

$$a_s = G \cdot \frac{M_T}{\left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)^2} \Rightarrow a_s = 4G \cdot \frac{M_T}{(r_1 + r_2)^2} \Rightarrow \text{التسارع } a_s \text{ يكتب :}$$

$$a_s = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{6 \cdot 10^{24}}{[(6700 + 42200) \times 10^3]^2} \Rightarrow a_s = 0,67 \text{ m.s}^{-2}$$