

تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء 2013 الدورة العادية
مسلك العلوم الرياضية

الكيمياء

الجزء الأول : من التحول الكيميائي غير الكلي الى التحول الكلي

1-التابع الزمني لتحول كيميائي

1.1-تعريف زمن التفاعل :

زمن نصف التفاعل هو المدة الزمنية اللازمة لكي يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهاية .

$$t_{1/2} = 15\text{min} \quad x \quad t_{1/2} = \frac{x_f}{2} = \frac{0,08}{2} = 0,04 \text{ mol}$$

2.1-حساب قيمة السرعة الحجمية (0) :

$$V_B = \frac{m_{(B)}}{\rho_{(B)}} = \frac{n_{(B)} \cdot M_{(B)}}{\rho_{(B)}} = \frac{0,12 \times 88}{0,810} = 13 \text{ mL} \quad \text{حساب حجم الكحول المستعمل:}$$

$$V = V_A + V_B = 11 + 13 = 24 \text{ mL} \quad \text{ومنه حجم الخليط:}$$

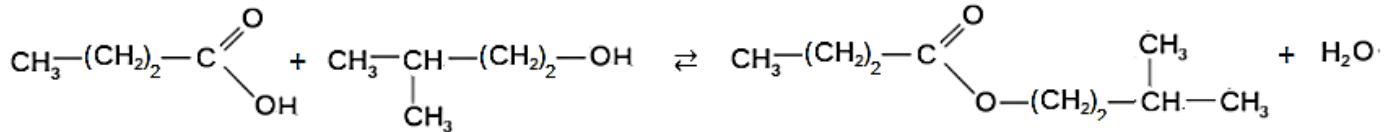
$$v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} \quad \text{السرعة الحجمية عند اللحظة: } t \quad \text{تعطيها العلاقة التالية:}$$

حساب السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 0$

$$v(0) = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{t=0} = \frac{1}{24 \cdot 10^{-3} L} \times \frac{(0,08 - 0) \text{ mol}}{(25 - 0) \text{ min}} \Rightarrow v \approx 0,13 \text{ mol.L}^{-1}.mn^{-1} \quad \text{مبيانيا نجد:}$$

2-مردود التفاعل

2.1-معادلة تفاعل الاسترة:



اسم الاستر: بوتانوات 3-مثيل البوتيل

2.2-كمية مادة الحمض البدئية :

$$n_{i(A)} = \frac{m(A)}{M(A)} = \frac{\rho(A) \cdot V_A}{M(A)} = \frac{0,056 \times 11}{88} \Rightarrow n_{i(A)} \approx 0,12 \text{ mol}$$

2.3-حساب قيمة ثابتة التوازن K :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		A	+	B	\rightleftharpoons	E	+	H_2O
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)						
الحالة البدئية	0	0,12		0,12		0		0
حالة التحول	x	0,12 - x		0,12 - x		x		x
الحالة النهاية	x_{eq}	0,12 - x_{eq}		0,12 - x_{eq}		x_{eq}		x_{eq}

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

$$K = Q_{r,eq} = \frac{[E]_{eq} \cdot [eau]_{eq}}{[A]_{eq} \cdot [B]_{eq}} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \cdot \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{eq}}{V}} \Rightarrow K = \frac{x_{eq}^2}{(0,12 - x_{eq})^2}$$

$$K = 4 \Leftarrow K = \frac{0,08^2}{(0,12 - 0,08)^2} \Leftarrow x_{eq} = 0,08 mol$$

مبيانيا نجد :

أ-حساب التقدم النهائي:

جدول تقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		A	+	B	\rightleftharpoons	E	+	H₂O
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)						
الحالة البدئية	0	0,12		0,24		0		0
حالة التحول	x	0,12 - x		0,24 - x		x		x
الحالة النهائية	x_{eq}	0,12 - x_{eq}		0,24 - x_{eq}		x_{eq}		x_{eq}

$$K = \frac{[E]_f \cdot [eau]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \cdot \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{eq}}{V}} = \frac{x_{eq}^2}{(0,12 - x_{eq}) \cdot (0,24 - x_{eq})} = 4$$

$$3x_{eq}^2 - 1,44x_{eq} + 0,1152 = 0$$

ومنه نجد : $\Delta = 0,6912$

$$x_1 = 0,38 mol > x_{max} \quad \checkmark$$

$$x_2 = 0,10 mol \quad \checkmark$$

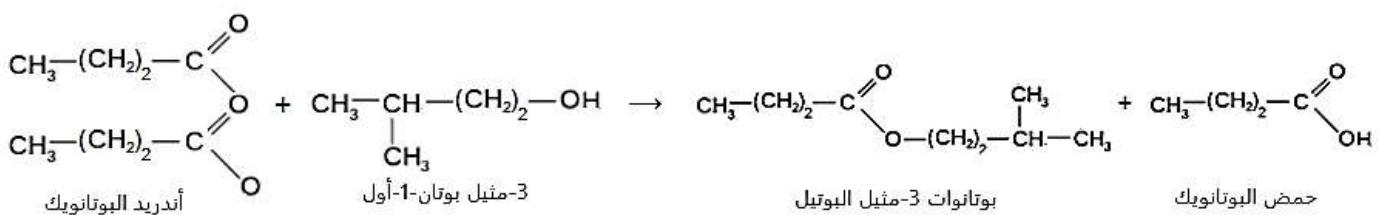
اذن : **x_{eq} = 0,1 mol**

ثابتة التوازن لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة ومنه K ستحتفظ بنفس القيمة السابقة .

$$r = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{0,1}{0,12} = 0,83 \Rightarrow r = 83 \% \quad \text{ب-مردود التفاعل:}$$

3-التحكم في تطور المجموعة الكيميائية

3.1-معادلة التفاعل:



3.2-حساب الكتلة (m(E)):

$$n_i(B) = \frac{\rho(B) \cdot V_B}{M(B)} = \frac{0,810 \times 13}{88} \approx 0,12 mol \quad \text{كمية مادة الكحول البدئية:}$$

$$n_i(AN) = \frac{\rho(AN) \cdot V_{AN}}{M(AN)} = \frac{0,966 \times 14}{158} \approx 0,085 mol \quad \text{كمية مادة الأندريد البدئية:}$$

المتفاعل المحد هو الأندريد ومنه التقدم الاقصى هو :

$x_{max} = n_i(AN) = 0,085 mol$: كمية مادة الاستر الناتج :

$$x_{max} = 0,085 mol \quad \text{مع } n(E) = x_{max}$$

$$m(E) = x_{max} \cdot M(E) = 0,085 \times 158 \Rightarrow m(E) \approx 13,4 g$$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

للذكرى فإن الصيغة الإجمالية للاستر E هي نفس صيغة أندرييد البوتانيك : $C_9H_{18}O_2 \leftarrow$ كتلته المولية : $M = 158g.mol^{-1}$

الجزء الثاني : من التحولات التلقائية إلى التحولات القسرية

1- التحول التلقائي

إلكترود المرتبط بالمربيط الموجب للأمبير متر هو الكاتود وبالتالي صفيحة النحاس هو الكاتود.

1.2- حساب كمية الكهرباء Q :

وبجوار الكاتود يحدث تفاعل الاختزال التالي :

$Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$ بجوار الكاتود يحدث تفاعل الاختزال التالي :

$Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$ حصيلة التفاعل الذي يحدث :

الجدول الوصفي :

حالة المجموعة	$Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$				كمية مادة المتبادلة
البدئية	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n(\text{é}) = 0$
بعد تمام المدة Δt	$n_i(Zn) - x$	$n_i(Cu^{2+}) - x$	$n_i(Zn^{2+}) + x$	$n_i(Cu) + x$	$n(\text{é}) = 2x$

حسب الجدول لدينا :

$$Q = 2x \cdot F \quad \text{ومنه} \quad n(\text{é}) = \frac{Q}{F} \quad \text{مع} \quad 2x = n(\text{é})$$

$\Delta n(Cu^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) - x - n_i(Cu^{2+}) = -x$ تغير كمية مادة Cu^{2+} :

تغير تركيز Cu^{2+} يكتب :

$$\Delta[Cu^{2+}] = \frac{\Delta n(Cu^{2+})}{V} \Rightarrow \Delta n(Cu^{2+}) = \Delta[Cu^{2+}] \cdot V$$

$$Q = 2x \cdot F = 2 \cdot (-\Delta n(Cu^{2+})) \cdot F \Rightarrow$$

$$Q = -2\Delta[Cu^{2+}] \cdot V \cdot F$$

ت.ع :

$$Q = -2 \times [2,5 \times 10^{-3} - 10^{-2}] \times 150 \times 10^{-3} \times 96500 \Rightarrow Q \approx 217C$$

2- التحول القسري

2.1- تعين الإلكترون الذي يلعب دور الكاتود :

الصفيحة المرتبطة بالقطب السالب لللوحة الشمسية هي الكاتود ، وبالتالي إلكترود الزنك هو الذي يلعب دور الكاتود.

2.2- المعادلة الحصيلة لتفاعل الكيميائي :

$Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$ بجوار الأنود يحدث تفاعل الأكسدة :

$Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$ بجوار الكاتود يحدث تفاعل الاختزال :

$Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$ حصيلة التفاعل الذي يحدث :

2.3- حساب المدة Δt :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

حالة المجموعة	$Zn^{2+}(aq) + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}(aq)$					كمية مادة é المتباينة
البدئية	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n(\é) = 0$	
بعد تمام المدة Δt	$n_i(Zn^{2+}) - x$	$n_i(Cu) - x$	$n_i(Zn) + x$	$n_i(Cu^{2+}) + x$	$n(\é) = 2x$	

لنحدد تركيز أيونات الزنك Zn^{2+} في اللحظة $t=0$ أي عند وضع قاطع التيار في الموضع 2.

$$[Zn^{2+}]_i = [Zn^{2+}]_0 + \frac{Q}{2.F.V} = 10^{-2} + \frac{217}{2 \times 96500 \times 0,15} = 17,5 \cdot 10^{-3} mol/L$$

من خلال نصف المعادلة : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$ يتضح أن كمية مادة Zn^{2+} المتفاعلة :

$$n(Zn^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2}$$

ومن خلال جدول تقدم التفاعل كمية مادة Z^{2+} المتفاعلة : $n(Zn^{2+}) = x$ إذن :

$$x = \frac{n(e^-)}{2}$$

ونعلم أن : $x = \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot F}$ إذن $n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F}$

$$[Zn^{2+}] = [Zn^{2+}]_i - \frac{x}{V}$$

$$[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t} = \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot F \cdot V} \Leftarrow [Zn^{2+}]_{\Delta t} = [Zn^{2+}]_i - \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot F \cdot V} \quad \text{أي :}$$

$$\Delta t = \frac{[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t}}{\frac{I}{2 \cdot F \cdot V}} \quad \text{ومنه :}$$

$$\Delta t = \frac{2 \times 96500 \times 0,15}{15 \cdot 10^{-3}} \times (17,5 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3}) = 24125s \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ h } 42 \text{ min } 5 \text{ s} \quad \text{ت,ع :}$$

الفيزياء

تمرين 1 من تبدد الضوء إلى الحيوان

1-تبعد الضوء

1.1-تعبر طول الموجة

$$n_R = \frac{\lambda_{0R}}{\lambda_R} \Rightarrow \lambda_R = \frac{\lambda_{0R}}{n_R}$$

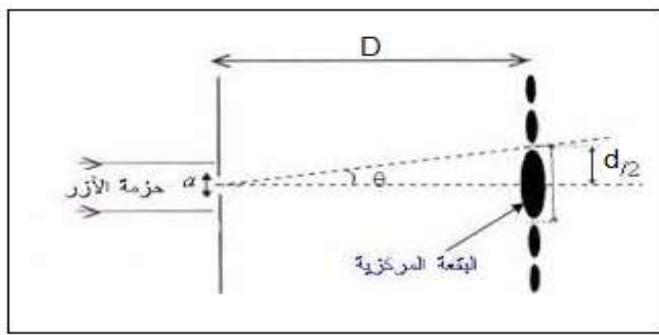
1.2-حساب قيمة كل من A و B :

$$\begin{cases} n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \\ n_V = A + \frac{B}{\lambda_{0V}^2} \end{cases} \Rightarrow n_R - n_V = \frac{B}{\lambda_{0R}^2} - \frac{B}{\lambda_0^2} = B \left(\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} \right) \Rightarrow B = \frac{n_R - n_V}{\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}}$$

$$B = \frac{1,51 - 1,52}{\frac{1}{0,768^2} - \frac{1}{0,434^2}} \Rightarrow B = 2,77 \cdot 10^{-3} \mu m^2$$

$$A = n_R - \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \quad \text{أي :} \quad n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \quad \text{لدينا :}$$

$$A = 1,51 - \frac{2,77 \cdot 10^{-3}}{0,768^2} \Rightarrow A \approx 1,50$$



2- حيود الضوء :

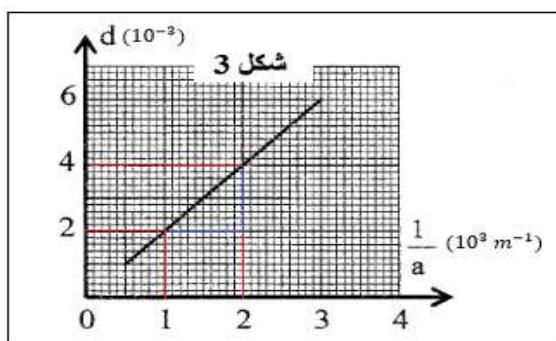
2.1- تعبير d عرض البقعة المركزية :

$$\tan \theta = \frac{d/2}{D} = \frac{d}{2D}$$

باعتبار الزاوية θ صغيرة نكتب : $\tan \theta \approx \theta$ أي : $\theta \approx \frac{d}{2D}$

$$d = \lambda \cdot \frac{D}{a}$$

$$2\lambda \cdot D \cdot \frac{1}{a}$$



2.2- تحديد λ طول الموجة :

$$d = K \cdot \frac{1}{a} \quad \text{هي} \quad d = f\left(\frac{1}{a}\right)$$

$$K = \frac{\Delta d}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{(4-2) \times 10^{-3}}{(2-1) \times 10^3} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\lambda = \frac{K}{2D} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \times 1,5} = 667 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = 667 \text{ nm}$$

تمرين 2 : من الطاقة الشمسية الى الطاقة الكهربائية

1- شحن المكثف وتفريغه

1.1- موافقة كل حزء من المسان بموضع قاطع التيار :

الجزء (a) يوافق قاطع التيار في الموضع 2

الجزء (b) يوافق قاطع التيار في الموضع 0

الجزء (c) يوافق قاطع التيار في الموضع 1

• استنتاج I_0 :

$$\begin{cases} q(t) = I_0 \cdot t \\ q(t) = C \cdot u_C \end{cases} \Rightarrow I_0 \cdot t = C \cdot u_C \Rightarrow u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t \quad (1)$$

معادلة الدالة (1) بتطابق العلاقات (1) و (2) نجد : $u_C = k \cdot t$ هي : $u_C = f(t)$

$$I_0 = \frac{2,25}{1,5} \times 0,1 \Rightarrow I_0 = 0,15 \text{ A}$$

ت.ع :

1.2- المعادلة التفاضلية التي تتحققها $q(t)$ شحنة المكثف :

أ- أثناء الشحن :

$$\text{لدينا : } q(t) = I_0 \cdot t \quad \text{أي : } dq = I_0 \cdot dt \quad \text{مع : } I_0 = Cte \quad \text{و منه :}$$

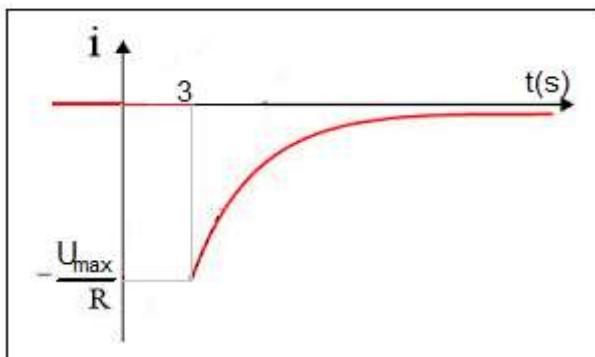
ب- حلل التفريغ :

حسب قانون إضافية التوترات : $R \cdot C \cdot \frac{dq}{dt} + q = 0$ نستنتج : $R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Leftrightarrow R \cdot i + u_C = 0 \quad \text{أي : } u_R + u_C = 0$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

1.3- استنتاج تعبير شدة التيار $i(t)$:

يحدث التفريغ خلال المجال $t \geq 3s$ حيث:



$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \left(U_m \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \right) \\ &= C \cdot U_m \left(-\frac{1}{\tau} \right) \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ &= -\frac{C \cdot U_m}{\tau} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ &= -\frac{C \cdot U_m}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ i(t) &= -\frac{U_m}{R} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \end{aligned}$$

$$i(t) = -\frac{2,25}{10} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{10 \times 0,1}} \Rightarrow \text{ت.ع.}$$

$$i(t) = -0,225 \cdot e^{-(t-3)}$$

• تمثل هيئة المنحنى $i = f(t)$ حيث $t \geq 3s$

2- شحن مكثف بواسطة رتبة توتر صاعدة

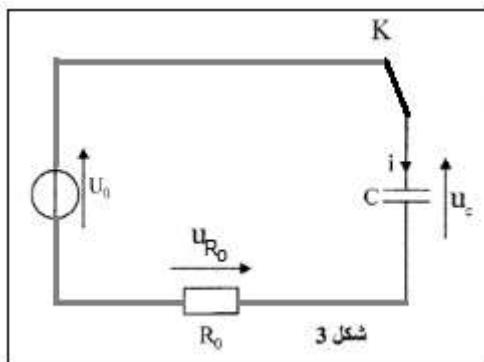
2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يتحققها التوتر u_C :

حسب قانون إضافية التوترات: $u_R + u_C = U_0$

$$R_0 \cdot i + u_C = U_0$$

مع: $R_0 \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = U_0$ ومنه: $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$

2.2- تحديد الثابتين A و B :



حل المعادلة التفاضلية يكتب: $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

في النظام الدائم لدينا $\rightarrow +\infty$ و $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$ إذن: $u_C(t) \rightarrow B$ ومنه: $B = U_0 = 2,25 V$

مقارب المنحنى $u_C(t)$ هو $u_C(t) = U_0$ نستنتج:

$$B = U_0 = 2,25 V$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا: $u_C(0) = A \cdot e^0 + B = 0$

$$A = -B = -2,25 V$$

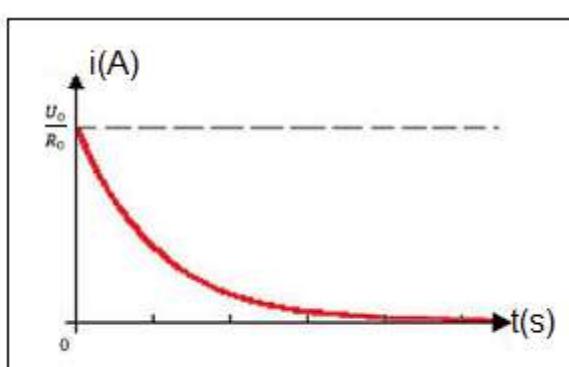
3- تعبير شدة التيار $i(t)$ أثناء الشحن:

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \left[-U_0 \left(-\frac{1}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + 0 \right] = \frac{C \cdot U_0}{R_0 \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{وبالتالي: } u_C(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0$$

تعبير شدة التيار هو: $i(t) = \frac{U_0}{R_0} \cdot e^{-\frac{t}{R_0 C}}$

$$i(t) = \frac{2,25}{50} \cdot e^{-\frac{t}{50 \times 0,1}} \Rightarrow i(t) = 0,045 \cdot e^{-0,2t} \quad \text{ت.ع.}$$

• تمثل هيئة المنحنى $i(t)$:



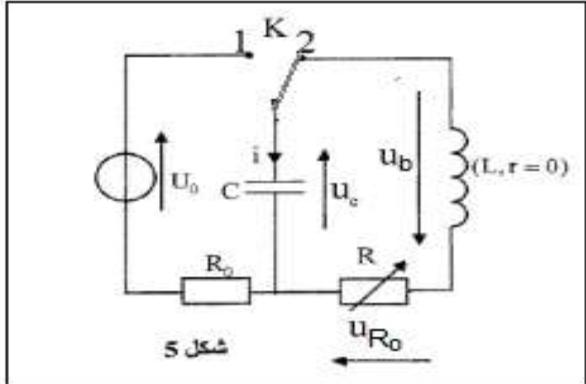
باستعمال الشكل 2 نحدد المدة Δt الذي استغرقها الشحن الكلي لمكثف مريم

وهي: $\Delta t = 1,5 s$ وتمثل مدة الشحن الكلي لمكثف أحمد نكتب:

$$R_0 = \frac{\Delta t}{5C} = \frac{1,5}{5 \times 0,1} \Rightarrow R_0 = 3 \Omega \quad \text{ومنه: } 5R_0 \cdot C = \Delta t \quad \text{أي: } \Delta t = 5\tau$$

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

3-التذبذبات في دارة RLC



أ- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c :

$$u_b + u_R + u_c = 0 \quad (1)$$

$$\text{حسب قانون أموم: } r = 0 \quad u_L = L \cdot \frac{di}{dt} + ri = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$R_1 = 0 \quad u_R = R_1 \cdot i = 0$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + u_c = 0 \quad \text{المعادلة (1) تكتب:}$$

$$\frac{di}{dt} = C \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} \quad \text{و: } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$$

$$L \cdot C \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0 \quad \text{تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل:}$$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_c = 0 \quad \text{أو:}$$

• إيجاد تعبير الدور الخاص:

حل المعادلة التفاضلية يكتب: $u_c = U_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$ بـ الاشتقاء نحصل على:

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cdot \cos(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi)$$

نعرض في المعادلة التفاضلية:

$$\left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} \right] \cdot \underbrace{u_c(t)}_{\neq 0} = 0 \Leftarrow -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_c(t) + \frac{1}{LC} \cdot u_c(t) = 0$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{ومنه: } \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{أي: } -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} = 0$$

• تحديد قيمة L

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} \quad \text{لدينا: } T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{أي: } T_0^2 = 4\pi^2 L \cdot C$$

$$L = \frac{1^2}{4\pi^2 \times 0,1} \Rightarrow L = 0,25 \text{ H} \quad \text{مبيانيا و حسب الشكل 6 الدور الخاص هو } T_0 = 1s \text{ ت.ع:}$$

ب- حساب I_{max} شدة التيار القصوى:

$$E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = cte$$

$$E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \quad \text{عندما تكون } E_e \text{ قصوية أي } i = 0 \text{ تكون } E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 \text{ وبالتالي:}$$

$$E_T = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2 \quad \text{وعندما تكون } E_m \text{ قصوية أي: } E_m = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2 \text{ وبالتالي:}$$

$$I_{max} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{نكتب من العبارتين: } I_{max}^2 = \frac{C}{L} \cdot U_0^2 \quad \text{أي: } \frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$$

$$I_{max} = 2,25 \times \sqrt{\frac{0,1}{0,25}} \Rightarrow I_{max} \approx 1,42 \text{ A} \quad \text{ت.ع:}$$

3.2- إيجاد تعبير الطاقة الكلية للدارة:

$$i = C \frac{du_c}{dt} \quad \text{مع: } E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

$$E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 \Leftrightarrow E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot \left(C \frac{du_c}{dt} \right)^2$$

ننجذ الاشتراق لـ E_T

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} C \cdot \frac{d}{dt} (U_c^2) + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{du_c}{dt} \right)^2 \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_T}{dt} &= \frac{1}{2} C \cdot \frac{d}{dt} \left(2u_c \cdot \frac{du_c}{dt} \right) + \frac{1}{2} L \cdot C^2 \frac{d}{dt} \left[2 \frac{du_c}{dt} \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right] \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} \left(u_c + L \cdot C \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right) \\ \frac{dE_T}{dt} &= i \left(u_c + L \cdot C \frac{d^2 u_c}{dt^2} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

من خلال المعادلة التفاضلية $0 = -R_2 \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} = -R_2 \cdot i$ إذن : $L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} + R_2 \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$

$$\frac{dE_T}{dt} = -R_2 \cdot t^2 \quad \text{العلاقة (1) تكتب :}$$

تمرين 3

الجزء الأول : من السقوط الحر الى السقوط بالاحتكاك

1- دراسة حركة الكريمة (a) في الهواء

1.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تتحققها السرعة v لمركز قصور الكريمة :

المجموعة المدروسة : الكريمة

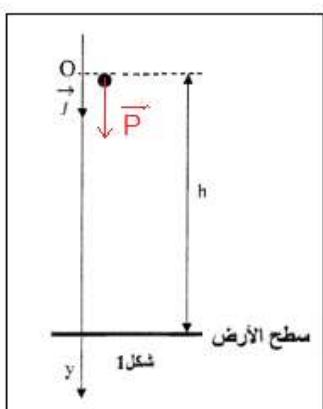
جرد القوى : \vec{P} : زونها فقط

تطبيق القانون الثاني لنيوتون في المعلم $(\vec{J}; O)$ المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا .

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oy :

$$\frac{dv}{dt} = g \quad \text{ومنه : } ma_y = mg \quad \text{أي : } P = m \cdot a_y$$



1.2- حساب الارتفاع h :

سرعة الكريمة : $v_0 = 0$ مع $v = g \cdot t + v_0$

$$y_0 = 0 \quad y = \frac{1}{2} gt^2 + y_0 \quad \text{مع :}$$

تصل الكريمة الى سطح الارض عند $t_a = 0,41 \text{ s}$ حيث : $y = h$ المعادلة التفاضلية تكتب :

$$h = \frac{1}{2} g t_a^2$$

$$h = \frac{1}{2} \times 9,80 \times (0,41)^2 \Rightarrow h = 0,82 \text{ m}$$

ت.ع :

هذا الملف تم تحميله من موقع Talamid.ma

2- دراسة حركة الكرينة (b) في الماء :

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تتحققها السرعة v لمركز قصور الكرينة :

المجموعة المدروسة : الكرينة (b)

جرد القوى :

\vec{P} : وزنها

\vec{F} : دافعة أرخميدس

\vec{f} : قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$ أي : $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

الإسقاط على المحور y : $m \cdot g - \rho \cdot V \cdot g - K \cdot v^2 = P - F - f = m \cdot a_G$

$$\frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right)g - \frac{K}{m} \cdot v^2$$

2.2- تحديد قيمة K بالاعتماد على الشكل 2 :

في النظام الدائم تصبح السرعة ثابتة : $\frac{dv}{dt} = 0$ ومنه : $v = v_l = cte$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right)g - \frac{K}{m} \cdot v_l^2 = 0$

مبيانياً حسب الشكل 2 نحصل على $v_l = 0,85 \text{ m.s}^{-1}$

$$K = 9,80 \times \frac{(6,10^{-3} - 10^3 \times 2,57 \cdot 10^{-6})}{(0,85)^2} = 4,56 \cdot 10^{-2} \text{ kg.s}^{-1}$$

2.3- حساب $a_{th}(0)$ التسارع النظري لتسارع :

$$a_{th}(0) = \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right)g$$

$$a_{th}(0) = \left(1 - \frac{10^3 \times 2,57 \cdot 10^{-6}}{6,10^{-3}}\right) \times 9,80 \Rightarrow a_{th} = 5,60 \text{ m.s}^{-2}$$

• التحقق من توافق قيمة a_{exp} مع قيمة a_{th} لتسارع G :

القيمة التجريبية لتسارع مركز قصو الكرينة توافق المعامل الموجه لمماس المنحنى (v) عند اللحظة $t = 0$ حيث :

$$a_{exp}(0) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,56 - 0}{0,10 - 0} = 5,60 \text{ m.s}^{-2}$$

نلاحظ أن قيمة $a_{th}(0)$ تتوافق مع قيمة $a_{exp}(0)$ أي : $a_{th}(0) \approx a_{exp}(0)$

3- الفرق بين مدتي السقوط :

3.1- التعبير عن المدة :

• ليكن t_1 مدة سقوط الكرينة (a) في الهواء بعد قطع الارتفاع $2h$ بما أن $h = \frac{1}{2}gt_a^2$: $2h = \frac{1}{2}gt_1^2$ حيث $t_1 = \sqrt{2}t_a$

$$t_1 = t_a\sqrt{2}$$

• ليكن t_2 مدة سقوط الكرينة (b) في الماء بعد قطع الارتفاع $2h$: بحيث :

t_b^* مدة السقوط خلال الارتفاع h الاول حيث تصل الى النظام الدائم .

t_b' مدة السقوط خلال الارتفاع h الثاني تكون حركتها مستقيمية منتظم .

المدة الفاصلة بين لحظتي وصول الكرتين الى سطح الأرض : $\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = t_b + \frac{h}{v_l} - t_a\sqrt{2}$

: Δt -حساب-3.2

$$\Delta t = 1,1 + \frac{0,82}{0,85} - 0,42\sqrt{2} \Rightarrow \Delta t \approx 1,48 \text{ s}$$

الجزء الثاني : من المدار الدائري المنخفض الى المدار الدائري المرتفع

1- تحديد بعد الثابتة G باستعمال معادلة الأبعاد :

$$[G] = \frac{[F][L]^2}{[M]^2} \Leftarrow G = \frac{F \cdot d^2}{m \cdot M} \quad \text{ومنه} : F = G \frac{m \cdot M}{d^2}$$

$$[F] = [M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2} \quad \text{ومنه} : [a] = \frac{[L]}{[t]^2} = [L] \cdot [T]^{-2} \Leftarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{و} F = m \cdot a \quad \text{لدينا} :$$

$$[G] = \frac{[M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2} \cdot [L]^2}{[M]^2} \Rightarrow [G] = [L]^3 \cdot [T]^{-2} \cdot [M]^{-1}$$

وحدة الثابتة G هي : $m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}$

2- تعيير T_1 بدلالة r_1 و r_2 و T_2 :

$$T_1^2 = Kr_1^3 \quad \text{تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المنخفض} :$$

$$T_2^2 = Kr_2^3 \quad \text{تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المرتفع} :$$

$$T_1 = T_2 \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3} \Leftarrow T_1^2 = \frac{T_2^2}{r_2^3} \cdot r_1^3 \Leftarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_1^3}$$

$$T_1 = 24 \sqrt{\left(\frac{6700}{42400}\right)^3} \Rightarrow T_1 = 1,51 \text{ h} \quad \text{تطبيق عددي} :$$

3- تعيير \vec{a}_S متجهة التسارع للقمر (S) :

المجموعة المدرosa : القمر الإصطناعي (S)

جرد القوى : قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الارض على القمر : \vec{u}

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}_S$ أي : $\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{u}$ متجهة التسارع :

$$a_S = G \cdot \frac{M_T}{OE^2} \cdot \|\vec{u}\| \quad \text{المنظم هو} :$$

$$a_S = G \cdot \frac{M_T}{OE^2} \quad \text{أي} :$$

تحديد المسافة OE :

بما أن النقطة E تنتهي إلى المحور الصغير

للإهليج ، فإن : $OE = O'E$ حسب خاصية

الإهليج فإن :

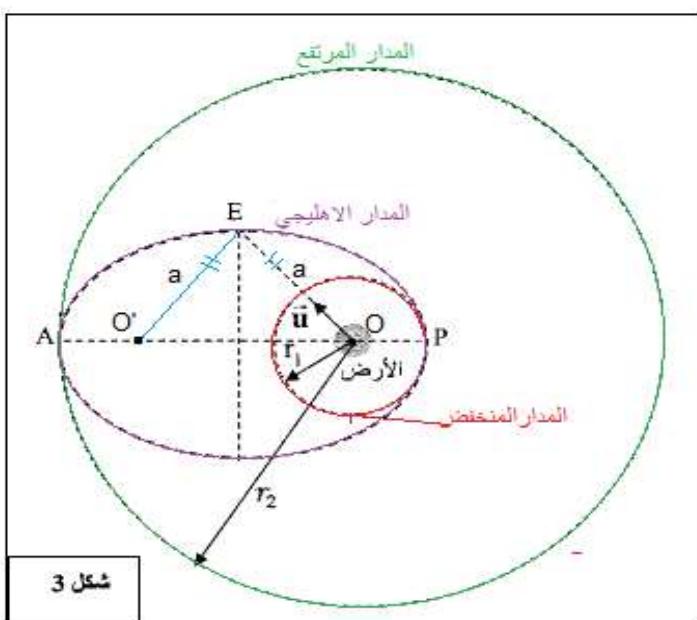
النقطة E توجد على نفس المسافة من

البؤرتين أي : $2OE = 2a$ ومنه : $OE = O'E$

$$OE = a$$

حسب خاصية الإهليج طول المحور الكبير :

أي :



$$O'A = r_2 \text{ و } OA = r_1 : \text{ مع } OA + O'A = 2a$$

$$r_1 + r_2 = 2a : \text{ ومنه}$$

$$OE = \frac{r_1+r_2}{2} \quad \text{أي} : \quad a = \frac{r_1+r_2}{2}$$

$$a_s = G \cdot \frac{M_T}{\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)^2} \Rightarrow \color{purple}{a_s = 4G \cdot \frac{M_T}{(r_1+r_2)^2}} \Rightarrow \text{التساع } a_s \text{ يكتب} :$$

$$a_s = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{6 \cdot 10^{24}}{[(6700 + 42200) \times 10^3]^2} \Rightarrow \color{purple}{a_s = 0,67 \text{ m.s}^{-2}}$$