

السنة 2 بكالوريا علوم رياضية	البنيات الجبرية	سلسلة 1
تمرين 1: لكل $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ نضع : $x * y = \ln(\exp(x) + \exp(y))$ (exp يرمز لدالة الأس النبيري)		
(1) بين أن * تبادلي و تجميعي (2) بين أن * لا يقبل أي عنصر محايد في $\mathbb{R}$ (3) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \underbrace{x * x * \dots * x}_n = \ln(n) + x$ (4) بين أن : $]0; +\infty[$ جزء مستقر من $(\mathbb{R}, *)$ (5) بين أن : $] -\infty; 0[$ ليس جزءا مستقرا من $(\mathbb{R}, *)$		
تمرين 2: لكل $(x, y) \in E^2$ حيث $E = \left] -\infty; \frac{1}{2} \right[\cup \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ نضع : $x * y = x + y - 2xy$		
(1) بين أن * قانون تركيب داخلي (2) بين أن * تبادلي و تجميعي (3) هل * يقبل عنصرا محايدا في E ؟ (4) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad \underbrace{x * x * \dots * x}_n = \frac{1}{2}(1 - (1 - 2x)^n)$		
تمرين 3: لكل $(x, y) \in E^2$ حيث $E = \left] -\infty; 1 \right[\cup \left] 1; +\infty \right[$ نضع : $xTy = xy - x - y + 2$		
(1) تحقق أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad xTy = (x-1)(y-1)+1$ (2) بين أن T قانون تركيب داخلي (3) بين أن T تبادلي و تجميعي (4) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في E (5) بين أن كل عنصر x من E يقبل ممثلا بالنسبة للقانون T (6) بين أن جميع عناصر المجموعة E منتظمة (7) بين أن المجال $]1; +\infty[$ جزء مستقر بالنسبة للقانون T		
تمرين 4: لكل $(x, y) \in \left] -1; 1 \right]^2$ نضع : $xTy = \frac{y-x}{1-xy}$		
(1) بين أن T قانون تركيب داخلي (2) هل T تبادلي ؟ تجميعي ؟		
تمرين 5: لكل $(x, y) \in \left] -1; 1 \right]^2$ نضع : $xTy = \frac{x+y}{1+xy}$		
(1) بين أن T قانون تركيب داخلي و أنه تبادلي و تجميعي (2) بين أن T يقبل عنصرا محايدا في E (3) بين أن كل عنصر x من $\left] -1; 1 \right[$ يقبل ممثلا بالنسبة للقانون T (4) نعتبر التطبيق : $x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ أ) بين أن f تشاكل من $(\left] -1; 1 \right[, T)$ نحو $(\mathbb{R}, +)$ ب) بين أن التشاكل f تقابلي و حدد تقابله العكسي ج) احسب بدلالة n و a التعبير : $a_n = \underbrace{aTaT\dots Ta}_n$ حيث $a \in \left] -1; 1 \right[$ و $n \in \mathbb{N}^*$		