id.ma : موقع من تحميله تم ملف

المخروطيات

1 المستوى $\mathcal{P}$ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من $\mathcal{P}$ التي تحقق :

$$\frac{y^4}{16} = x^4 - 2x^2 + 1$$

1) بين أن (Γ) هو اتحاد مخروطين (Γ_1) و (Γ_2) .

2) حدد العناصر المميزة للمخروطين (Γ_1) و (Γ_2) .

3) أنشئ (Γ) .

الجواب :

1) لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى $\mathcal{P}$ لدينا :

$$M(x,y) \in (\Gamma) \Leftrightarrow (x^2-1)^2 - \left(\frac{y^2}{4}\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2+\frac{y^2}{4}-1\right)\left(x^2-\frac{y^2}{4}-1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{y^2}{4}-1 = 0 \quad \text{أو} \quad x^2-\frac{y^2}{4}-1 = 0$$

$$\Leftrightarrow M(x,y) \in (\Gamma_1) \cup (\Gamma_2)$$

www.learnit.66ghz.com

بحيث : $(\Gamma_1) : x^2+\frac{y^2}{4}=1$ هذا ناقص .

$(\Gamma_2) : x^2-\frac{y^2}{4}=1$: إهليلج .

وبالتالي : $(\Gamma) = (\Gamma_1) \cup (\Gamma_2)$

2) العناصر المميزة لـ إهليلج (Γ_1) :

لدينا : $(\Gamma_1) : \frac{x^2}{1^2}+\frac{y^2}{2^2}=1$ حيث : $a=1$ و $b=2$; $b>a$

لدينا : $c^2=b^2-a^2=3$ إذن : $c=\sqrt{3}$

ومنه : التباعد المركزي لـ (Γ_1) هو : $e=\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

* البؤرتان لـ (Γ_1) هما : $F_1(0,c)$; $F_1'(0,-c)$

أي : $F_1(0,\sqrt{3})$; $F_1'(0,-\sqrt{3})$

* الدليلان لـ (Γ_1) هما : $(D_1) : x=\frac{b^2}{c}$; $(D_1') : x=-\frac{b^2}{c}$

أي : $(D_1) : x=\frac{4}{\sqrt{3}}$; $(D_1') : x=-\frac{4}{\sqrt{3}}$

* الرؤوس لـ (Γ_1) هي : $A(+1,0)$, $A'(-1,0)$; $B(0,+2)$; $B'(0,-2)$

ma : قم بزيارة الموقع من الملفات

www.learnit.66ghz.com

ملف تم تحميله من موقع : id.ma

العناصر المميزة للهذلول (Γ_2) :

لدينا : $(\Gamma_2) : \frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$ حيث : $a=1$ و $b=2$

لدينا : $c^2 = a^2+b^2 = 5$ إذن : $c = \sqrt{5}$

ومنه : * التباعد المركزي لـ (Γ_2) هو : $e = \frac{c}{a} = \sqrt{5}$

* البؤرتان لـ (Γ_2) هما : $F_2(c,0)$ و $F'_2(-c,0)$

أي : $F_2(\sqrt{5},0)$ و $F'_2(-\sqrt{5},0)$

* الدليلان لـ (Γ_2) هما : $(\mathcal{D}_2) : x = \frac{a^2}{c}$ و $(\mathcal{D}'_2) : x = -\frac{a^2}{c}$

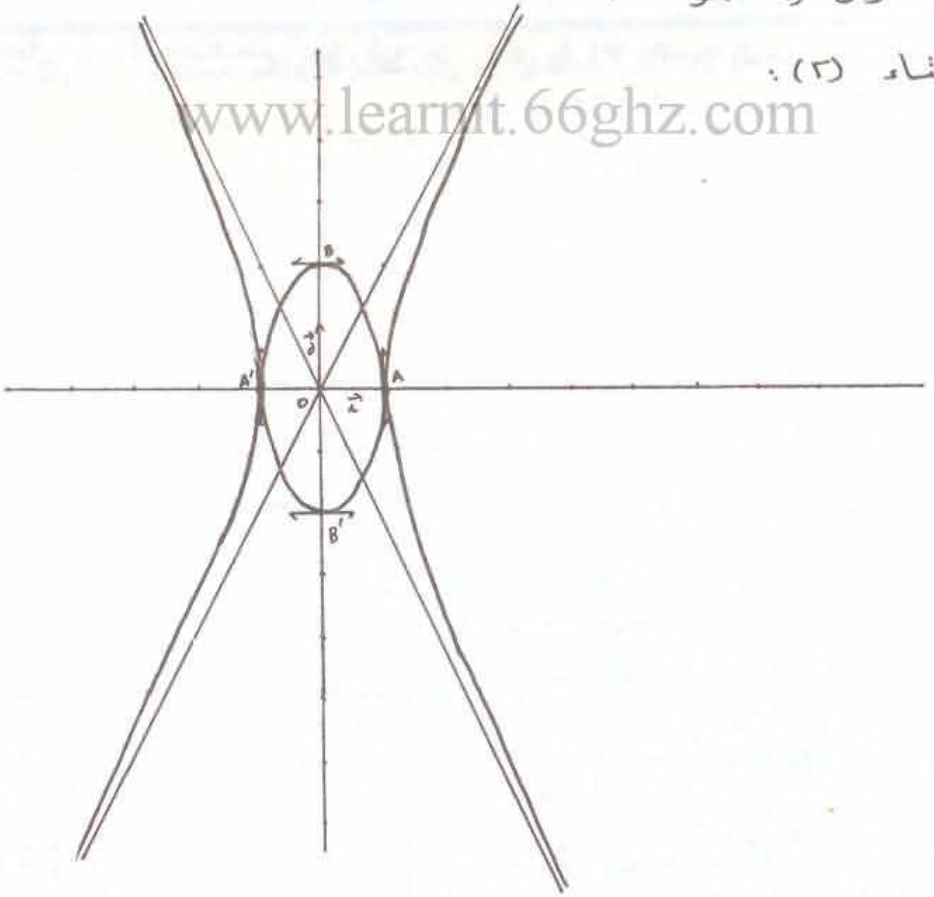
أي : $(\mathcal{D}_2) : x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ و $(\mathcal{D}'_2) : x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

* المقاربات لـ (Γ_2) هما : $(\Delta_2) : y = \frac{b}{a}x$ و $(\Delta'_2) : y = -\frac{b}{a}x$

أي : $(\Delta_2) : y = 2x$ و $(\Delta'_2) : y = -2x$

* مركز (Γ_2) هو $O(0,0)$.

3) إنشاء (Γ_2) :



www.learnt.66ghz.com

ي الملفات قم بزيارة الموقع : .ma
www.learnt.66ghz.com

ملف تم تحميله من موقع : id.ma

2 المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق : $y^2-2y-2x-1=0$

1) حدد طبيعة والعناصر لـ (Γ) .

2) اعط معادلة المماس (Γ) عند النقطة $A(1,3)$

3) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $x+2y+1=0$ ، مماس لـ (Γ)

4) أنشئ (Γ).

الجواب : 1) لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى (P)

لدينا : $M(x,y)\in(\Gamma) \Leftrightarrow y^2-2y-2x-1=0$

$\Leftrightarrow (y-1)^2=2(x+1)$

نضع : $\begin{cases} x=x+1 \\ y=y-1 \end{cases}$ و $\Omega(-1,1)$

معادلة (Γ) في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$ هي : $Y^2=2X$ $(p=1)$

ومنه : (Γ) شلجم بؤرته : $F(\frac{1}{2},0)$ بالنسبة للمعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

~~$F(-\frac{1}{2},0)$ بالنسبة للمعلم~~ $(O,\vec{i},\vec{j})$

www.learn2.66ghz.com

ودليله : $(D) : X=-\frac{1}{2}$ بالنسبة للمعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

$(D) : x=-\frac{3}{2}$ بالنسبة للمعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

ورأسه $\Omega(-1,1)$.

2) ليكن (Δ_1) المماس لـ (Γ) عند النقطة $A(1,3)$.

لدينا : $A\in(\Gamma)$ إذن معادلة (Δ_1) في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$

هي : $YY_0=p(X+X_0)$ أي : $2(y-1)=(x+1)+2$

ومنه : $(\Delta_1) : y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

3) لنبين أن : $(\Delta) : x+2y+1=0$ مماس لـ (Γ)

لتكن : $M(x,y)$ نقطة من المستوى (P)

لدينا : $M(x,y)\in(\Gamma)\cap(\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+1=0 \\ y^2-2y-2x-1=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2y-1 \\ y^2+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

www.learn2.66ghz.com

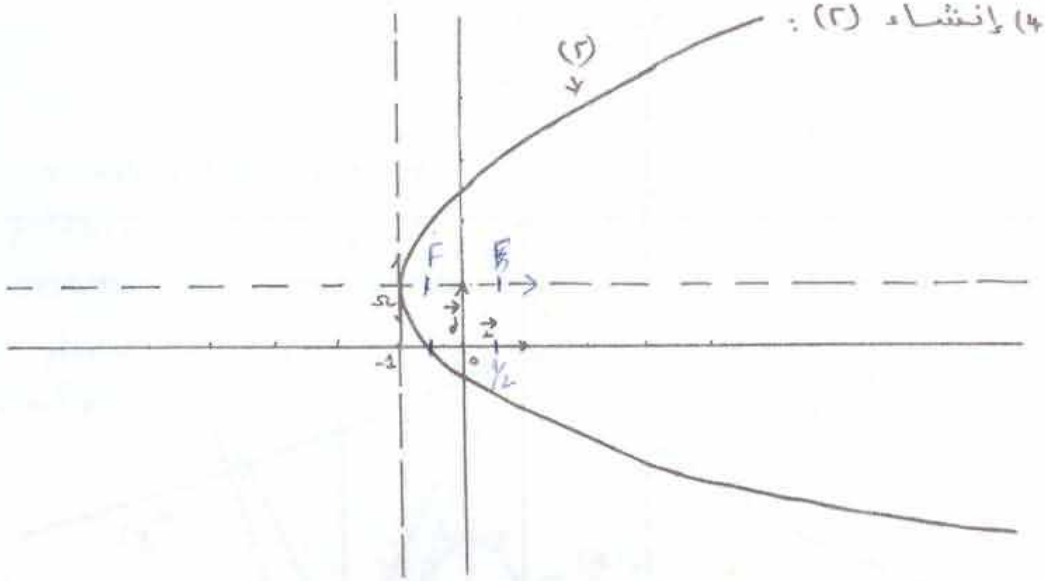
ملفات قم بزيارة الموقع : .ma

ف تم تحميله من موقع : id.ma

ومنه : $(\Gamma) \cap (\Delta) = \{B(2,-1)\}$

وبالتالي : (Δ) مماس لـ (Γ) .

4) إنشاء (Γ) :



3 المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

www.learnit.66ghz.com

لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى (P) بحيث :

$$y^2 - 2y - 2|x| - 3 = 0$$

1) بين أن (Γ) هو اتحاد جزئين من شلجمين .

2) أنشئ (Γ) .

الجواب : 1) لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى (P)

لدينا : $M(x,y) \in (\Gamma) \Leftrightarrow y^2 - 2y - 2|x| - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ (y-1)^2 = 2(x+2) \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} x \leq 0 \\ (y-1)^2 = -2(x-2) \end{cases}$$

نعتبر الشلجمين (P_1) و (P_2) بحيث :

$(P_1) : (y-1)^2 = 2(x+2)$

نضع : $\Omega_1(-2,1) \quad ; \quad \begin{cases} X = x+2 \\ Y = y-1 \end{cases}$

معادلة الشلجم (P_1) في المعلم $(\Omega_1,\vec{i},\vec{j})$ هي : $Y^2 = 2X$

$(P_2) : (y-1)^2 = -2(x-2)$

$\Omega_2(2,1) \quad ; \quad \begin{cases} X = x-2 \\ Y = y-1 \end{cases}$

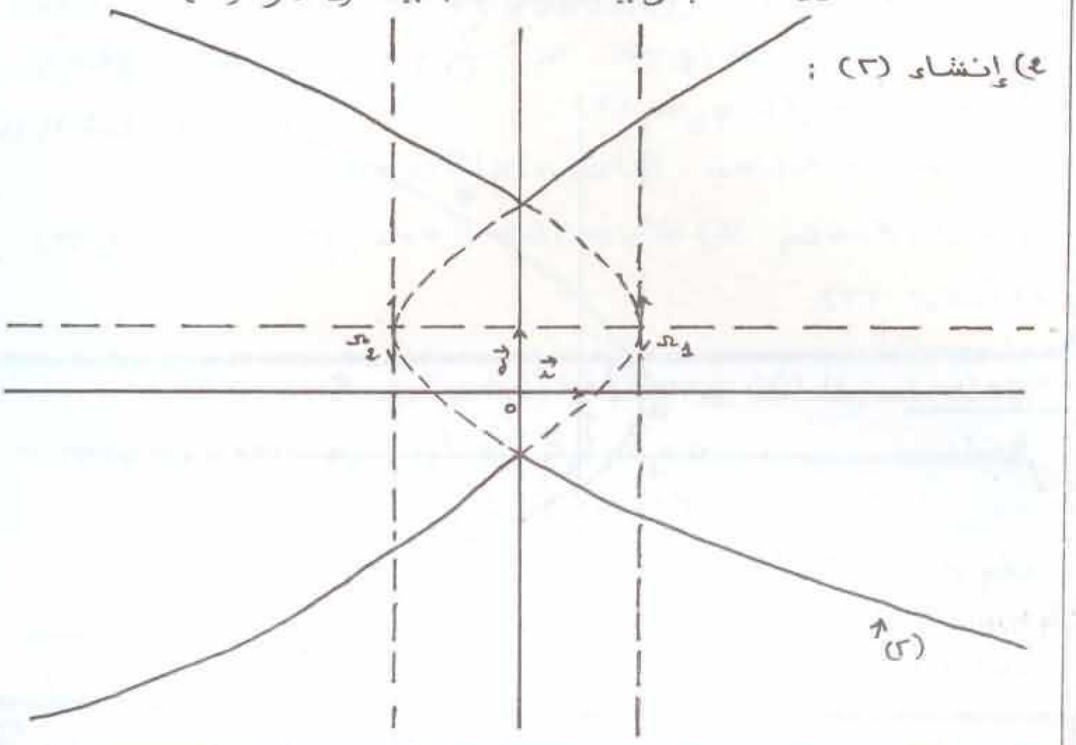
معادلة (P_2) في المعلم $(\Omega_2,\vec{i},\vec{j})$ هي : $Y^2 = -2X$

ت الملفات قم بزيارة الموقع : .ma
www.learnit.66ghz.com

ملف تم تحميله من موقع : id.ma

منه : (Γ) هو إتحاد جزئيين من الشلجمين (P_1) و (P_2).

ج) إنشاء (Γ) :



4 المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

www.learn-66ghz.com

لتكن $(\mathcal{E}_m)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى (P) بحيث :

$4mx^2+y^2-8x=0$ حيث : $m\in\mathbb{R}$

1) حدد تبعاً لقيم m طبيعة $(\mathcal{E}_m)$.

2) أنشئ المنحنيين : $(\mathcal{E}_1)$ و $(\mathcal{E}_{-1})$

الجواب : 1) لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى (P).

لدينا : $M(x,y)\in(\mathcal{E}_m) \Leftrightarrow 4mx^2+y^2-8x=0$

* إذا كان : $m=0$ فإن : $y^2=8x$

ومنه : $(\mathcal{E}_0)$ شلجم.

* إذا كان : $m\neq 0$ فإن :

$$M(x,y)\in(\mathcal{E}_m) \Leftrightarrow x^2-\frac{2}{m}x+\frac{y^2}{4m}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-\frac{1}{m})^2+\frac{y^2}{4m}=\frac{1}{m^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-\frac{1}{m})^2}{(\frac{1}{m})^2}+\frac{y^2}{\frac{4}{m}}=1$$

www.learn-66ghz.com

ملفات قم بزيارة الموقع : .ma

id.ma : موقع تم تحميله من ملف

* إذا كان : $m>0$ فإن : $(\mathcal{E}_m)$ إهليلج أو دائرة .

* إذا كان : $m<0$ فإن : $(\mathcal{E}_m)$ هذلول .

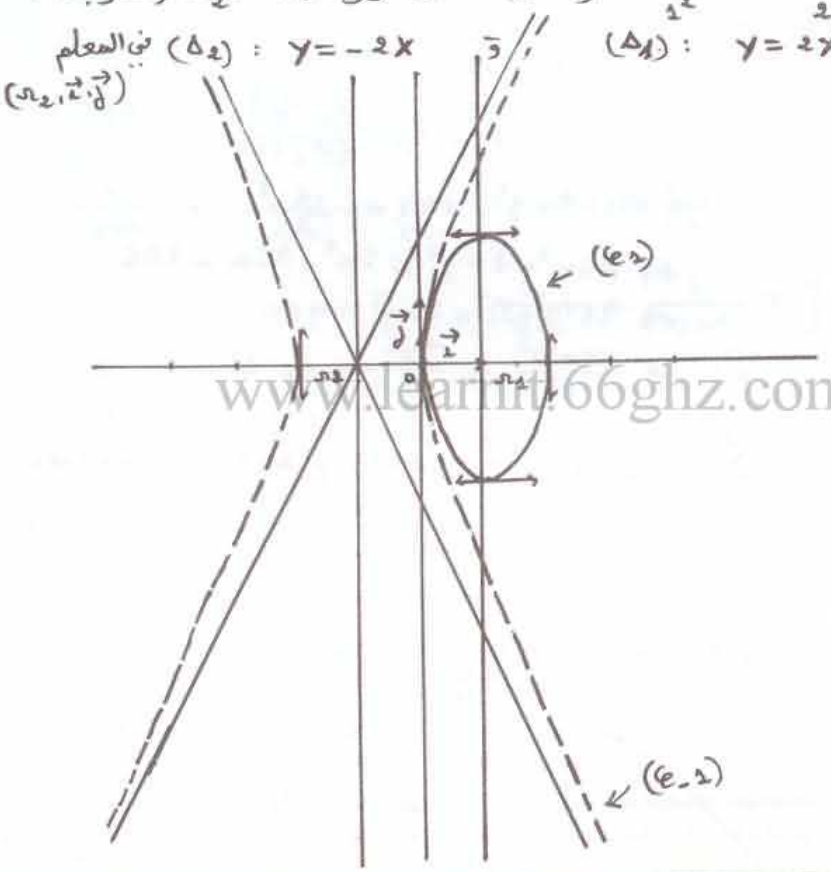
ج) إنشاء المنحنيين : $(\mathcal{E}_2)$ و $(\mathcal{E}_{-1})$:

لدينا :

$(\mathcal{E}_1) : \frac{(x-1)^2}{1^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$ إهليلج مركزه $\omega_1(1,0)$ ورؤوسه $A(2,0)$ ، $A'(-1,0)$ و $B(0,2)$ و $B'(0,-2)$ في المعلم $(\omega_1, \vec{i}, \vec{j})$.

لدينا : $(\mathcal{E}_{-1}) : \frac{(x+1)^2}{1^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$ هذلول مركزه $\omega_2(-1,0)$ ومقارباته :

$(\Delta_1) : y = 2x$ و $(\Delta_2) : y = -2x$ في المعلم $(\omega_2, \vec{i}, \vec{j})$



www.learn1166ghz.com

5 المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته : $x = \frac{16}{3}$.

1) إعط معادلة ديكارتية للإهليج (E) الذي دليله (D) وبؤرته النقطة O وتباعده المركزي $e = \frac{3}{5}$.

2) أنشئ (E)

www.learn1166ghz.com

ma : قم بزيارة الموقع للمزيد من الملفات

ملف تم تحميله من موقع : id.ma

3) لتكن M نقطة من (Γ) ؛ نضع : $\theta \equiv (\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{OM})\ [2\pi]$

أ- بين أن : $OM = \dfrac{16}{3+3\cos\theta}$

ب - نفترض أن : $|\theta| < \frac{\pi}{2}$. المستقيم (OM) يقطع (D) في I و(Γ) في M'

أحسب : $\dfrac{1}{OM}+\dfrac{1}{OM'}$ و بين أن : $\dfrac{1}{OM}-\dfrac{1}{OM'}=\dfrac{2}{OI}$

الجواب : 1) لدينا الإهليلج : $(\Gamma)=\mathcal{T}(O;(D);e)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى (P) لدينا :

$$M(x,y)\in(\Gamma) \Leftrightarrow \frac{MO}{d(M,(D))}=\frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}=\frac{3}{5}\times\frac{|x-\frac{16}{3}|}{\sqrt{1^2+0^2}}$$

$$\Leftrightarrow 25(x^2+y^2)=9(x-\tfrac{16}{3})^2$$

$$\Leftrightarrow 25x^2+25y^2=9x^2-96x+256$$

$$\Leftrightarrow 16(x+3)^2+25y^2=400$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+3)^2}{5^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$$

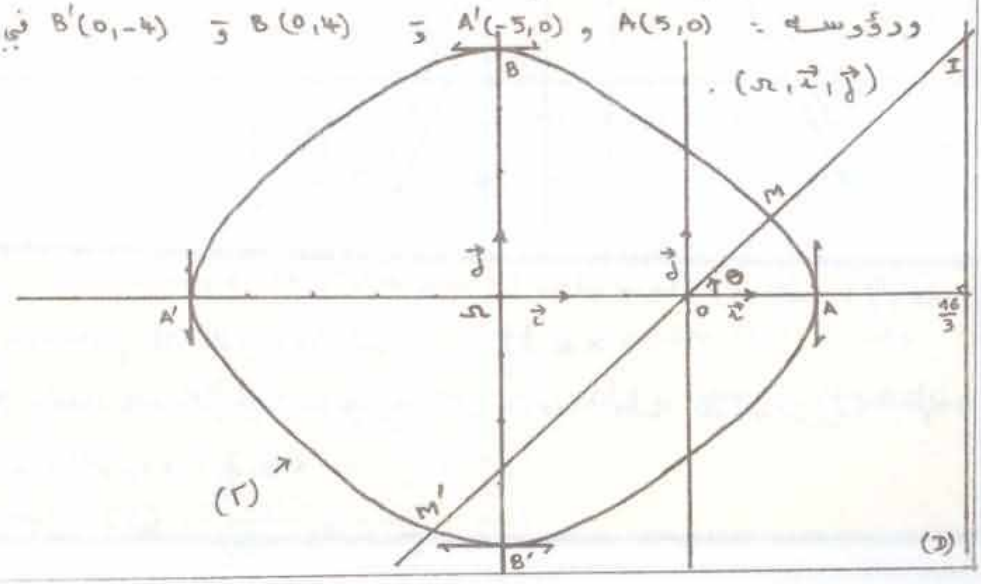
www.learnit.66ghz.com

ومنه معادلة الإهليج (Γ) هي : $\dfrac{(x+3)^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{4^2}=1$

2) إنشاء الإهليج (Γ).

لدينا : $(\Gamma):\dfrac{(x+3)^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{4^2}=1$ مركزه $\Omega(-3,0)$

ورؤوسه : $A(5,0)$ ، $A'(-5,0)$ و $B(0,4)$ و $B'(0,-4)$ في المعلم $(\Omega,\vec{i},\vec{j})$.



www.learnit.66ghz.com

ي الملفات قم بزيارة الموقع : .ma

ملف تم تحميله من موقع : id.ma

3) لدينا : $\begin{cases} x = OM\cos\theta \\ y = OM\sin\theta \end{cases}$ إذن : $(\overrightarrow{i},\overrightarrow{OM}) \equiv \theta \quad [2\pi]$

ولدينا : $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow OM = \frac{3}{5}d(M,D)$

$\Leftrightarrow OM = \frac{3}{5}\left|OM\cos\theta - \frac{16}{3}\right|$ ((D) : $x = \frac{16}{3}$: لأن)

$\Leftrightarrow OM = \frac{3}{5}OM\cos\theta - \frac{16}{3}$ أو $OM = -\frac{3}{5}OM\cos\theta + \frac{16}{3}$

$\Leftrightarrow OM = \frac{-16}{5-3\cos\theta}$ أو $OM = \frac{16}{5+3\cos\theta}$

غير ممكن

$M \in (\Gamma) \Leftrightarrow OM = \frac{16}{5+3\cos\theta}$

ب - لدينا : $(\overrightarrow{i},\overrightarrow{OM'}) \equiv \theta + \pi \quad [2\pi]$

بما أن : $M' \in (\Gamma)$ فإن : $OM' = \frac{16}{5+3\cos(\pi+\theta)} = \frac{16}{5-3\cos\theta}$

ومنه : $\frac{1}{OM} + \frac{1}{OM'} = \frac{1}{16}(5+3\cos\theta) + \frac{1}{16}(5-3\cos\theta)$

إذن : $\frac{1}{OM} + \frac{1}{OM'} = \frac{5}{8}$

ولدينا : $\frac{1}{OM} - \frac{1}{OM'} = \frac{1}{16}(5+3\cos\theta) + \frac{1}{16}(5-3\cos\theta)$

إذن : $\frac{1}{OM} - \frac{1}{OM'} = \frac{3}{8}\cos\theta$

ولدينا : $\cos\theta = \frac{\frac{16}{3}}{OI}$ أي : $\cos\theta = \frac{16}{3} \times \frac{1}{OI}$

ومنه : $\frac{1}{OM} - \frac{1}{OM'} = \frac{3}{8} \times \frac{16}{3} \times \frac{1}{OI}$

وبالتالي : $\frac{1}{OM} - \frac{1}{OM'} = \frac{2}{OI}$

6 المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من (P) بحيث :

$xy - x - y = 0$

نعتبر النقطة $\Omega(1,1)$ والمتجهتين : $\vec{I} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}+\vec{j})$ و $\vec{J} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}-\vec{j})$

1) حدد معادلة ديكارتية المنحنى (Γ) في المعلم $(\Omega;\vec{I};\vec{J})$

2) حدد طبيعة والعناصر المميزة للمنحنى (Γ) في المعلم $(\Omega;\vec{I};\vec{J})$.

www.learn1.6ghz.com

الملفات قم بزيارة الموقع : .ma